

# ANAIS DO I ENCONTRO MINEIRO DO PROFMAT

## PESQUISAS E PERSPECTIVAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

**ORGANIZADORES**

**FERNANDA APARECIDA FERREIRA  
GILMER JACINTO PERES**

# ANAIS DO I ENCONTRO MINEIRO DO PROFMAT

*Belo Horizonte - Minas Gerais  
29 e 30 de Julho de 2022*

## APOIO



## REALIZAÇÃO



DEDC | Diretoria de Extensão e  
Desenvolvimento Comunitário

DPPG | Diretoria de  
Pesquisa e Pós-Graduação





2024 - Ampla Editora

Copyright da Edição © Ampla Editora

Copyright do Texto © Os autores

Editor Chefe: Leonardo Pereira Tavares

Design da Capa: Ampla Editora

Diagramação: Juliana Ferreira

Revisão: Comissão Científica do Evento

**Anais do I Encontro Mineiro do PROFMAT: pesquisas e perspectivas para o ensino de matemática** está licenciado sob CC BY-NC 4.0.



Essa licença permite que outros remixem, adaptem e desenvolvam seu trabalho para fins não comerciais e, embora os novos trabalhos devam ser creditados e não possam ser usados para fins comerciais, os usuários não precisam licenciar esses trabalhos derivados sob os mesmos termos. O conteúdo da obra e sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores e não representam a posição oficial da Ampla Editora. O download e o compartilhamento da obra são permitidos, desde que os autores sejam reconhecidos. Todos os direitos desta edição foram cedidos à Ampla Editora.

ISBN: 978-65-5381-203-1

DOI: 10.51859/ampla.emp031.1124-0

**Ampla Editora**

Campina Grande – PB – Brasil  
contato@amplaeditora.com.br  
www.amplaeditora.com.br



2024

# Comissão Organizadora do I Encontro Mineiro do PROFMAT

Fernanda Aparecida Ferreira (Presidente)  
Gilmer Jacinto Peres  
Davidson Paulo Azevedo Oliveira  
Pedro Henrique Pereira Daldegan  
Luis Alberto D Afonseca  
Jane Lage Bretas  
Pedro Falci Cardoso  
Bruno Gomes de Freitas

## Comissão Científica

Cátia Regina de O. Quilles Queiroz (UNIFAL)  
Davidson Paulo Azevedo Oliveira (CEFET-MG)  
Fernanda Aparecida Ferreira (CEFET-MG)  
Flavio Molina da Silva (UFTM)  
Gilmer Jacinto Peres (CEFET-MG)  
Jane Lage Bretas (CEFET-MG)  
Juan Carlos Zavaleta Aguilar (UFSJ - campus São João Del Rei)  
Ligia Lais Fêmina (UFU)  
Luis Alberto D Afonseca (CEFET-MG)  
Luis Felipe Gonçalves (UFV- campus Florestal)  
Luís Fernando Crocco (UFJF)  
Marcelo Oliveira Veloso (UFSJ - campus Ouro Branco))  
Pedro Henrique Pereira Daldegan (CEFET-MG)  
Rita de Cássia Dornelas Sodré (UFLA)  
Rodrigo Couto (UFOP)  
Weversson Dalmaso Sellin (UFVJM)

## Comissão de Apoio

Laís Macedo de Almeida Nunes (Discente PROFMAT/CEFET-MG)  
Luiza Nascimento Gomes Batista (Discente PROFMAT/CEFET-MG)  
Jose Aluizio Viana Filho

# Conselho Editorial - Amplia

Adilson Tadeu Basquerote – Centro Universitário para o Desenvolvimento do Alto Vale do Itajaí

Alexander Josef Sá Tobias da Costa – Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Andréa Cátia Leal Badaró – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Andréia Monique Lermen – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Antoniele Silvana de Melo Souza – Universidade Estadual do Ceará

Aryane de Azevedo Pinheiro – Universidade Federal do Ceará

Bergson Rodrigo Siqueira de Melo – Universidade Estadual do Ceará

Bruna Beatriz da Rocha – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais

Bruno Ferreira – Universidade Federal da Bahia

Caio Augusto Martins Aires – Universidade Federal Rural do Semi-Árido

Caio César Costa Santos – Universidade Federal de Sergipe

Carina Alexandra Rondini – Universidade Estadual Paulista

Carla Caroline Alves Carvalho – Universidade Federal de Campina Grande

Carlos Augusto Trojaner – Prefeitura de Venâncio Aires

Carolina Carbonell Demori – Universidade Federal de Pelotas

Caroline Barbosa Vieira – Universidade Estadual do Rio Grande do Sul

Christiano Henrique Rezende – Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Cícero Batista do Nascimento Filho – Universidade Federal do Ceará

Clécio Danilo Dias da Silva – Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Dandara Scarlet Sousa Gomes Bacelar – Universidade Federal do Piauí

Daniela de Freitas Lima – Universidade Federal de Campina Grande

Darlei Gutierrez Dantas Bernardo Oliveira – Universidade Estadual da Paraíba

Denilson Paulo Souza dos Santos – Universidade Estadual Paulista

Denise Barguil Nepomuceno – Universidade Federal de Minas Gerais

Dinara das Graças Carvalho Costa – Universidade Estadual da Paraíba

Diogo Lopes de Oliveira – Universidade Federal de Campina Grande

Dylan Ávila Alves – Instituto Federal Goiano

Edson Lourenço da Silva – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí

Elane da Silva Barbosa – Universidade Estadual do Ceará

Érica Rios de Carvalho – Universidade Católica do Salvador

Fábio Ronaldo da Silva – Universidade do Estado da Bahia

Fernanda Beatriz Pereira Cavalcanti – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”

Fredson Pereira da Silva – Universidade Estadual do Ceará

Gabriel Gomes de Oliveira – Universidade Estadual de Campinas

Gilberto de Melo Junior – Instituto Federal do Pará

Givanildo de Oliveira Santos – Instituto Brasileiro de Educação e Cultura

Glécia Morgana da Silva Marinho – Pontificia Universidad Católica Argentina Santa Maria de Buenos Aires (UCA)

Higor Costa de Brito – Universidade Federal de Campina Grande

Hugo José Coelho Corrêa de Azevedo – Fundação Oswaldo Cruz

Igor Lima Soares – Universidade Federal do Ceará

Isabel Fontgalland – Universidade Federal de Campina Grande

Isane Vera Karsburg – Universidade do Estado de Mato Grosso

Israel Gondres Torné – Universidade do Estado do Amazonas

Ivo Batista Conde – Universidade Estadual do Ceará

Jaqueline Rocha Borges dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Jessica Wanderley Souza do Nascimento – Instituto de Especialização do Amazonas

João Henriques de Sousa Júnior – Universidade Federal de Santa Catarina

João Manoel Da Silva – Universidade Federal de Alagoas

João Vitor Andrade – Universidade de São Paulo

Joilson Silva de Sousa – Instituto Federal do Rio Grande do Norte

José Cândido Rodrigues Neto – Universidade Estadual da Paraíba

Jose Henrique de Lacerda Furtado – Instituto Federal do Rio de Janeiro

Josenita Luiz da Silva – Faculdade Frassinetti do Recife

Josiney Farias de Araújo – Universidade Federal do Pará

Karina de Araújo Dias – SME/Prefeitura Municipal de Florianópolis

Katia Fernanda Alves Moreira – Universidade Federal de Rondônia

Laís Portugal Rios da Costa Pereira – Universidade Federal de São Carlos

Laíze Lantyer Luz – Universidade Católica do Salvador

Lara Luiza Oliveira Amaral – Universidade Estadual de Campinas

Lindon Johnson Pontes Portela – Universidade Federal do Oeste do Pará

Lisiane Silva das Neves – Universidade Federal do Rio Grande

Lucas Araújo Ferreira – Universidade Federal do Pará

Lucas Capita Quarto – Universidade Federal do Oeste do Pará

Lúcia Magnólia Albuquerque Soares de Camargo – Unifacisa Centro Universitário

Luciana de Jesus Botelho Sodrê dos Santos – Universidade Estadual do Maranhão

Luís Miguel Silva Vieira – Universidade da Madeira

Luís Paulo Souza e Souza – Universidade Federal do Amazonas

Luiza Catarina Sobreira de Souza – Faculdade de Ciências Humanas do Sertão Central

Manoel Mariano Neto da Silva – Universidade Federal de Campina Grande

Marcelo Alves Pereira Eufrazio – Centro Universitário Unifacisa

Marcelo Henrique Torres de Medeiros – Universidade Federal Rural do Semi-Árido

Marcelo Williams Oliveira de Souza – Universidade Federal do Pará

Marcos Pereira dos Santos – Faculdade Rachel de Queiroz

Marcus Vinicius Peralva Santos – Universidade Federal da Bahia

Maria Carolina da Silva Costa – Universidade Federal do Piauí

Maria José de Holanda Leite – Universidade Federal de Alagoas

Marina Magalhães de Morais – Universidade Federal do Amazonas

Mário Cézar de Oliveira – Universidade Federal de Uberlândia

Michele Antunes – Universidade Feevale

Michele Aparecida Cerqueira Rodrigues – Logos University International

Miguel Ysrrael Ramírez-Sánchez – Universidade Autónoma do Estado do México

Milena Roberta Freire da Silva – Universidade Federal de Pernambuco

Nadja Maria Mourão – Universidade do Estado de Minas Gerais

Natan Galves Santana – Universidade Paranaense

Nathalia Bezerra da Silva Ferreira – Universidade do Estado do Rio Grande do Norte

Neide Kazue Sakugawa Shinohara – Universidade Federal Rural de Pernambuco

Neudson Johnson Martinho – Faculdade de Medicina da Universidade Federal de Mato Grosso

Patrícia Appelt – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Paula Milena Melo Casais – Universidade Federal da Bahia

Paulo Henrique Matos de Jesus – Universidade Federal do Maranhão

Rafael Rodrigues Gomides – Faculdade de Quatro Marcos

Ramôn da Silva Santos – Universidade Federal Rural de Pernambuco

Reângela Cíntia Rodrigues de Oliveira Lima – Universidade Federal do Ceará

Rebeca Freitas Ivanicska – Universidade Federal de Lavras

Regina Márcia Soares Cavalcante – Universidade Federal do Piauí

Renan Gustavo Pacheco Soares – Autarquia do Ensino Superior de Garanhuns

Renan Monteiro do Nascimento – Universidade de Brasília

Ricardo Leoni Gonçalves Bastos – Universidade Federal do Ceará

Rodrigo da Rosa Pereira – Universidade Federal do Rio Grande

Rubia Katia Azevedo Montenegro – Universidade Estadual Vale do Acaraú

Sabrynna Brito Oliveira – Universidade Federal de Minas Gerais

Samuel Miranda Mattos – Universidade Estadual do Ceará

Selma Maria da Silva Andrade – Universidade Norte do Paraná

Shirley Santos Nascimento – Universidade Estadual Do Sudoeste Da Bahia

Silvana Carloto Andres – Universidade Federal de Santa Maria

Silvio de Almeida Junior – Universidade de Franca

Tatiana Pascholette R. Bachur – Universidade Estadual do Ceará | Centro Universitário Christus

Telma Regina Stroparo – Universidade Estadual do Centro-Oeste

Thayla Amorim Santino – Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Thiago Sebastião Reis Contarato – Universidade Federal do Rio de Janeiro

Tiago Silveira Machado – Universidade de Pernambuco

Valvenarg Pereira da Silva – Universidade do Estado de Mato Grosso

Vinícius Queiroz Oliveira – Universidade Federal de Uberlândia

Virgínia Maia de Araújo Oliveira – Instituto Federal da Paraíba

Virginia Tomaz Machado – Faculdade Santa Maria de Cajazeiras

Walmir Fernandes Pereira – Miami University of Science and Technology

Wanessa Dunga de Assis – Universidade Federal de Campina Grande

Wellington Alves Silva – Universidade Estadual de Roraima

William Roslindo Paranhos – Universidade Federal de Santa Catarina

Yáscara Maia Araújo de Brito – Universidade Federal de Campina Grande

Yasmin da Silva Santos – Fundação Oswaldo Cruz

Yuciara Barbosa Costa Ferreira – Universidade Federal de Campina Grande



2024 - Ampla Editora

Copyright da Edição © Ampla Editora

Copyright do Texto © Os autores

Editor Chefe: Leonardo Pereira Tavares

Design da Capa: Ampla Editora

Diagramação: Juliana Ferreira

Revisão: Comissão Científica do Evento

**Catálogo na publicação**  
**Elaborada por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166**

A532

Anais do I Encontro Mineiro do PROFMAT: pesquisas e perspectivas para o ensino de matemática / Organização de Fernanda Aparecida Ferreira, Gilmer Jacinto Peres. – Campina Grande/PB: Ampla, 2024.

Livro em PDF

ISBN 978-65-5381-203-1

DOI 10.51859/ampla.emp031.1124-0

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Anais - Minas Gerais. I. Ferreira, Fernanda Aparecida (Organizadora). II. Peres, Gilmer Jacinto (Organizador). III. Título.

CDD 510.7

Índice para catálogo sistemático

I. Matemática - Estudo e ensino

**Ampla Editora**  
Campina Grande – PB – Brasil  
contato@amplaeditora.com.br  
www.amplaeditora.com.br



# Como citar

## APA

NOME DOS AUTORES. (2022). TÍTULO DO ARTIGO. In: FERREIRA, F. A.; PERES, G. J. (Eds.). Anais do I Encontro Mineiro do Profmat (pp COLOCAR NÚMERO DAS PÁGINAS). 29-30 de julho, 2022, Belo Horizonte, Minas Gerais.

## ABNT

NOME DOS AUTORES. TÍTULO DO ARTIGO. In: FERREIRA, F. A.; PERES, G. J. (Eds.). Anais do I Encontro Mineiro do Profmat, 1. Julho 29-30, 2022, Belo Horizonte, Minas Gerais. 2022. p.(COLOCAR NÚMERO DAS PÁGINAS).

Logo: Secretaria de Comunicação do CEFET-MG

Composição dos Anais: Fernanda Aparecida Ferreira e Gilmer Jacinto Peres.

# Apresentação

Nos dias 29 e 30 de julho de 2022 ocorreu na cidade de Belo Horizonte, no Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG), o **I Encontro Mineiro do PROFMAT**, uma iniciativa das Instituições Associadas ao PROFMAT no Estado de Minas Gerais e teve como proposta promover a integração e troca de experiências entre pesquisadores, docentes, discentes e egressos do Programa, bem como toda a comunidade acadêmica e professores interessados nas discussões relacionadas ao Ensino de Matemática na Educação Básica.

Ao todo, são 10 (dez) Instituições Federais de Ensino em Minas Gerais que ofertam o PROFMAT. Além do CEFET-MG, que sediou o Evento, as Universidades Federais de Alfenas (Unifal), de Juiz de Fora (UFJF), de Lavras (UFLA), de Ouro Preto (UFOP), de São João del-Rei (UFSJ), do Triângulo Mineiro (UFTM), de Uberlândia (UFU), de Viçosa (UFV) e do Vale do Jequitinhonha e Mucuri (UFVJM) também promovem a formação continuada do professor de Matemática pelo Programa.

O evento foi uma iniciativa dos professores credenciados no PROFMAT do CEFET- MG com o apoio da Diretoria de Extensão e Desenvolvimento Comunitário do CEFET- MG e da Associação de Assistência aos Servidores do CEFET-MG (ASCEFET).

**O I Encontro Mineiro do PROFMAT** teve por objetivos principais:

- Promover a integração e troca de experiências entre pesquisadores, docentes, discentes e egressos das Instituições Associadas ao PROFMAT do Estado de Minas Gerais e de todo o território nacional;
- Divulgar o PROFMAT entre professores de Matemática atuantes na Educação Básica;
- Estimular a produção e comunicação de pesquisas relacionadas ao Ensino de Matemática;
- Contribuir para parcerias interinstitucionais e a criação de grupos de trabalho/pesquisa voltados para a formação do professor de Matemática e o ensino e aprendizagem da Matemática;

- Divulgar a produção dos docentes, discentes e egressos do PROFMAT.

Reunindo em especial docentes, discentes e pesquisadores das instituições que promovem o PROFMAT no Estado de Minas Gerais, a organização das Atividades Científicas do Encontro compreendeu na realização de palestras, mesas-redondas, apresentações orais e apresentação de pôsteres, que foram pensadas para promover ricos debates sobre a formação continuada do professor de matemática e sobre como aproximar a matemática acadêmica das práticas profissionais dos professores atuantes na Educação Básica pelo desenvolvimento das pesquisas realizadas no programa.

No primeiro dia do evento ocorreu a palestra com a coordenadora nacional acadêmica do PROFMAT, Professora Dra. Viviane de Oliveira Santos (UFAL), com tema *“O papel do PROFMAT na formação continuada do professor de Matemática: desafios, perspectivas e resultados”*. Viviane contextualizou o PROFMAT historicamente, trazendo números significativos dos impactos do PROFMAT no cenário nacional, ressaltando a importância da conexão necessária da formação matemática proposta pela grade curricular do programa com a matemática escolar que é ensinada na Educação Básica.

Continuando a programação do primeiro dia, egressos destaques dos PROFMAT de Minas Gerais fizeram apresentações orais sobre suas dissertações e produtos educacionais, evidenciando a pluralidade de potenciais trabalhos a serem desenvolvidos no âmbito do programa e com impacto direto para melhoria do ensino e aprendizagem da matemática na Educação Básica.

O segundo dia iniciou-se com a palestra do Professor Dr. Vanderlei Horita (UNESP) com o tema *“Professor de Matemática: desafios e protagonismo”*. Na sua fala, Vanderlei provocou reflexões com a pergunta: *Qual formação matemática devemos dar aos alunos para que eles estejam preparados para um mundo o qual não temos ideia como será?* Em torno dessa questão abordou: o papel do professor, metodologias, mundo digital, pós-verdade e a matemática na sala de aula.

Dando sequência na programação, a mesa redonda proferida pelos professores do PROFMAT, Érica Pagani (CEFET-MG) e Silvia Canôas (UFVJM) e pelo egresso Thiago Mattos (CEFET-MG), destacou o papel do professor nas salas de aula e a importância da pesquisa para o ensino e a aprendizagem da matemática.

Na sequência, apresentações de pôsteres por docentes, discentes e egressos do PROFMAT evidenciaram os trabalhos em andamento e já desenvolvidos, além de práticas didáticas diferenciadas realizadas em disciplinas do programa.

A programação do evento foi finalizada com a realização de uma plenária presidida pelo Professor Dr. Luis D'Afonseca, coordenador do PROFMAT do CEFET-MG, em que foi dada a palavra para todos os participantes discorrerem sobre temas associados ao programa, como, desenvolvimento de produtos, exame de acesso, evasão, bolsas, disciplinas, vagas para professores da rede privada, exame de qualificação. Muitas ideias surgiram dessa plenária, contribuindo para novos olhares sobre o PROFMAT em Minas Gerais, tanto na perspectiva dos docentes e discentes envolvidos.

Após a plenária, a presidente da comissão organizadora, Profa. Dra. Fernanda Ferreira, agradeceu a participação de todos, desejando que o I Encontro Mineiro do PROFMAT se torne um evento constante e que se consolide como um *lócus* de promoção de intercâmbio de conhecimentos acadêmicos e científicos; divulgação de resultados de pesquisas; impulsionador de desenvolvimento científico e, especialmente, aproxime as pesquisas do PROFMAT com as práticas educacionais na Educação Básica, contribuindo para a aprendizagem da matemática na sociedade atual.

Elaboramos estes anais com os resumos dos trabalhos apresentados no evento, esperando que esses sejam impulsionadores de novas práticas e pesquisas para contribuir na formação continuada dos professores de matemática e, conseqüentemente, da melhoria do ensino de matemática em nosso país.

Profa. Dra. Fernanda Aparecida Ferreira

Prof. Dr. Gilmer Jacinto Peres

# Sumário

RESUMO DOS EGRESSOS.....	13
EMPRÉSTIMOS & FINANCIAMENTOS - UMA ABORDAGEM SOBRE O ENSINO DE SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO À LUZ DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA .....	14
FUNÇÕES QUADRÁTICAS: UMA ABORDAGEM DINÂMICA E INVESTIGATIVA NO ENSINO MÉDIO.....	15
ESTUDANDO FUNÇÕES QUADRÁTICAS COM O LANÇAMENTO DE OBJETOS – ATIVIDADES COM O CELULAR E O GEOGEBRA .....	16
DEMONSTRAÇÕES NO ENSINO MÉDIO .....	17
CIFRA DE HILL - UMA APLICAÇÃO AO ESTUDO DE MATRIZES.....	18
MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DE SIMULAÇÃO DO MODELO SIR PARA OS CASOS DE COVID-19 NO MUNICÍPIO DE FRANCA-SP E UMA PROPOSTA DE AMBIENTAÇÃO NO ENSINO FUNDAMENTAL.....	19
BOX-COUNTING, UM MÉTODO PARA DETERMINAR A DIMENSÃO FRACTAL.....	20
LEMAS DE KAPLANSKY, PROBLEMA DE LUCAS E ALGUNS EXEMPLOS DE GEOMETRIA COMBINATÓRIA .....	21
GEOMETRIA ESFÉRICA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES: A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO PERSPECTIVA METODOLÓGICA.....	22
SESSÃO DE PÔSTERES .....	23
LEMAS DE KAPLANSKY, PROBLEMA DE LUCAS E ALGUNS EXEMPLOS DE GEOMETRIA COMBINATÓRIA .....	24
DEMONSTRANDO PROPRIEDADES DA GEOMETRIA PLANA NO ENSINO FUNDAMENTAL POR MEIO DE UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES INVESTIGATIVAS E EXPERIMENTAIS .....	31
A ELABORAÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE INVESTIMENTOS FINANCEIROS PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA.....	36
JOGO DAS RAÍZES, UMA FERRAMENTA NO AUXÍLIO DE ENSINO DA MATEMÁTICA .....	40
O ENSINO-APRENDIZAGEM DE TÓPICOS DE GEOMETRIA ANALÍTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA.....	43
DESENVOLVIMENTO DA HABILIDADE DE VISUALIZAÇÃO ESPACIAL COM O AUXÍLIO DA REALIDADE AUMENTADA.....	48
ABORDAGENS LÚDICAS PARA O ENSINO DO ALGORITMO DA DIVISÃO .....	53
ESTUDO DE PROBABILIDADE POR MEIO DA ESTRATÉGIA DE APRENDIZAGEM TBL .....	56
CURVAS PLANAS NO ENSINO MÉDIO .....	62
CRIAÇÃO DE UM SISTEMA DE RPG COMO FERRAMENTA PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE .....	67
CONTRIBUIÇÕES DO PROFMAT NO NOVO ENSINO MÉDIO.....	70

TEORIA DOS NÚMEROS COM APLICAÇÕES À CRIPTOGRAFIA.....	74
SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO: UMA ATIVIDADE UTILIZANDO O GEOGEBRA .....	84
A DISCIPLINA DE TCC COMO LÓCUS PARA DISCUTIR A PESQUISA NO ENSINO DE MATEMÁTICA NO PROFMAT.....	90
LIVROS POP UP: UMA PROPOSTA EDUCACIONAL PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL NA EDUCAÇÃO BÁSICA.....	95
A EDUCAÇÃO FINANCEIRA COMO DISCIPLINA ELETIVA NO CURRÍCULO DO ENSINO MÉDIO.....	99
UM CURSO DE EXTENSÃO PARA ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL: AS TIC'S COMO FERRAMENTA DE INCLUSÃO DIGITAL E ACESSO AO CONHECIMENTO MATEMÁTICO.....	104
A MATEMÁTICA DO CAPITAL .....	108
TEOREMA PICK .....	112
GEOMETRIA NA PRÁTICA COM O PYTHAGOREA: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE PARA O ENSINO FUNDAMENTAL.....	117
EDUCAÇÃO FINANCEIRA: CONTRIBUIÇÕES PARA ESTUDANTES DO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO.....	122
ALGORITMOS EVOLUTIVOS E GAMIFICAÇÃO: UMA PROPOSTA DE PESQUISA PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA .....	125
O ENSINO DE ESTATÍSTICA DESCRITIVA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: O CONTEXTO DA COVID-19 E O AVANÇO DAS VACINAS NA PREVENÇÃO DE DOENÇAS...	129
GAMIFICAÇÃO E ENSINO DE MATEMÁTICA: PROPOSTA DE UM JOGO PARA A APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES POLINOMIAIS DE PRIMEIRO GRAU.....	132
GEOGEBRA: INTERPRETANDO QUESTÕES DO ENEM SOBRE ISOMETRIAS POR MEIO DE RECURSOS COMPUTACIONAIS .....	138
UM CENÁRIO DAS PESQUISAS DO PROFMAT ATRAVÉS DO ESTUDO DE CRYPTOGRAFIA .....	143
O ESTUDO DE TRIGONOMETRIA E FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS COM ÊNFASE EM METODOLOGIAS ATIVAS ATRAVÉS DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL	147
CURVAS PARAMETRIZADAS EM COORDENADAS CARTESIANAS E POLARES: UMA PROPOSTA NO ENSINO MÉDIO.....	151
PROPOSTA DIDÁTICA COM O APLICATIVO CÍRCULO UNITÁRIO TRIGONOMETRIA.....	155

# RESUMO DOS EGRESSOS



# EMPRÉSTIMOS & FINANCIAMENTOS - UMA ABORDAGEM SOBRE O ENSINO DE SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO À LUZ DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Bruno Gomes de Freitas <sup>1</sup>  
Valéria Guimarães Moreira <sup>2</sup>

---

## RESUMO

Após se formarem no Ensino Médio, muitos jovens lidarão com situações de empréstimos/financiamentos para pagar bens e serviços. Diante disso, esse público carece de estratégias que os auxiliem na decisão sobre a aquisição desses itens de forma consciente e responsável. Tal cenário justifica a apresentação dessa pesquisa cujo objetivo é promover aprendizagens sobre Sistemas de Amortização para alunos do Ensino Médio, aplicadas a situações de empréstimos/financiamentos, no âmbito da Educação Financeira. Tais aprendizagens perpassam por conhecimentos matemáticos próprios do segmento, a saber, Juros e Progressões. Nessa apresentação, relatamos o desenvolvimento da pesquisa e a construção de um produto educacional (e-book) que visa auxiliar professores no ensino dos principais Sistemas de Amortização: a Tabela PRICE e o Sistema SAC. Relatamos também acerca da organização do livro, das aplicações desse em duas escolas privadas de Belo Horizonte – MG e de sua validação, respaldada na evolução dos objetivos de aprendizagem da Taxonomia de Bloom e no desenvolvimento das competências matemáticas da BNCC. Por fim, esperamos oferecer aos professores/pesquisadores de Matemática uma dissertação e um produto educacional de grande valor na promoção da Educação Financeira de docentes e alunos, proporcionando conhecimentos e aprendizagens que influenciem o comportamento de uma nova geração de consumidores.

**Palavras-chave:** Educação Financeira; Empréstimos; Financiamentos; Sistemas de Amortização.

## DISSERTAÇÃO COMPLETA

[https://sca.profmt-sbm.org.br/profmt\\_tcc.php?id1=6243&id2=171054473](https://sca.profmt-sbm.org.br/profmt_tcc.php?id1=6243&id2=171054473)

---

<sup>1</sup> Mestre pelo Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais; [srfreitasmatematica@yahoo.com.br](mailto:srfreitasmatematica@yahoo.com.br).

<sup>2</sup> Docente do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – CEFET-MG; [lelagm@yahoo.com.br](mailto:lelagm@yahoo.com.br).



# FUNÇÕES QUADRÁTICAS: UMA ABORDAGEM DINÂMICA E INVESTIGATIVA NO ENSINO MÉDIO

Viviane de Fátima Oliveira <sup>3</sup>  
Ana Tércia Monteiro Oliveira <sup>4</sup>

---

## RESUMO

Com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o ensino de funções quadráticas vem com o propósito de desenvolver nos alunos do Ensino Médio certas habilidades de matemática vinculadas a algumas competências específicas. Essas competências consistem em sua essência no uso de técnicas e conceitos matemáticos para interpretar e resolver problemas em diversas situações e na investigação de propriedades matemáticas através da observação de padrões e experimentações. Nesse sentido, trazemos como proposta pedagógica um Caderno de Atividades, direcionado ao aluno do Ensino Médio, que aborda de forma investigativa a família de funções quadráticas para . Trata-se de uma abordagem na perspectiva dos sistemas dinâmicos, que se dá através de experimentações em casos particulares, possibilitando ao aluno a comparação entre dinâmicas distintas.

**Palavras-chave:** Ensino de funções; Ensino Médio; Experimentações.

## DISSERTAÇÃO COMPLETA

[https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat\\_tcc.php?id1=5650&id2=171052357](https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=5650&id2=171052357)

---

<sup>3</sup> Mestre pela Universidade Federal de Juiz de Fora; vivianefatima96@gmail.com.

<sup>4</sup> Docente PROFMAT - Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF; tercia.monteiro@uff.edu.br.

# ESTUDANDO FUNÇÕES QUADRÁTICAS COM O LANÇAMENTO DE OBJETOS – ATIVIDADES COM O CELULAR E O GEOGEBRA

Juniane Ellen da Cunha Lara <sup>5</sup>  
Rita de Cássia D. Sodré <sup>6</sup>

---

## RESUMO

A modelagem matemática é vista por muitos como uma estratégia pedagógica motivadora, capaz de despertar o interesse do aluno pela Matemática, relacionando-a com fatos do seu cotidiano” (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p. 80). Este trabalho vem contribuir com essa prática pedagógica no que se refere ao ensino de funções quadráticas. Dentre as principais atividades desenvolvidas estão:

- 1) lançamento de bola e de dardo e a captação das trajetórias dos objetos com a funcionalidade da câmera do celular de fazer fotos sequenciais;
- 2) sobreposição das fotos com o uso do Geogebra;
- 3) determinação da escala no plano cartesiano buscando uma melhor representação bidimensional para o experimento;
- 4) determinação da melhor função quadrática que se ajusta à trajetória fazendo-se o cálculo dos erros;
- 5) apresentação do ajuste de curva por mínimos quadrados como uma curiosidade sobre a Matemática a nível superior para os alunos do Ensino Médio.

**Palavras-chave:** Ensino; Função Quadrática; Ajuste de Curvas; Modelagem Matemática; Geogebra.

## DISSERTAÇÃO COMPLETA

[https://sca.proformat-sbm.org.br/profmat\\_tcc.php?id1=5888&id2=171053003](https://sca.proformat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=5888&id2=171053003)

---

<sup>5</sup> Mestre pela Universidade Federal de Lavras; cadulara16@gmail.com.

<sup>6</sup> Docente - Universidade Federal de Lavras – UFLA; ritasodre@ufla.br.

# DEMONSTRAÇÕES NO ENSINO MÉDIO

Christiano Otávio de Rezende Sena <sup>7</sup>

Edney Augusto Jesus de Oliveira <sup>8</sup>

---

## RESUMO

Demonstrações de propriedades matemáticas fazem parte do processo de aprendizagem de estudantes da educação básica. Sua utilidade transcende o propósito do convencimento, favorecendo a criticidade e capacidade de investigação. Assim, esse trabalho se propõe a analisar algumas demonstrações presentes nos conteúdos matemáticos no currículo do Ensino Médio e, para isso, foram examinadas algumas estratégias de demonstração, bem como os fundamentos da lógica matemática necessários para sua realização. Também, ao longo do trabalho, foram analisadas três coleções de livros didáticos, nas quais verificamos como as demonstrações são realizadas no desenvolvimento dos conteúdos ou ainda indicando as situações de ausência das demonstrações. Ao final do trabalho, fazemos a apresentação dos principais teoremas abordados no Ensino Médio com suas respectivas demonstrações.

**Palavras-chave:** Demonstração; Ensino Médio; Aprendizagem.

## DISSERTAÇÃO COMPLETA

[https://sca.profmatt-sbm.org.br/profmatt\\_tcc.php?id1=4509&id2=160860101](https://sca.profmatt-sbm.org.br/profmatt_tcc.php?id1=4509&id2=160860101)

---

<sup>7</sup> Mestre pela Universidade Federal de Ouro Preto; christiano@cefetmg.br.

<sup>8</sup> Docente PROFMAT - Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP; edney@ufop.edu.br.

# CIFRA DE HILL - UMA APLICAÇÃO AO ESTUDO DE MATRIZES

Lucas Diego Antunes Barbosa <sup>9</sup>  
Mariana Garabini Cornelissen Hoyo <sup>10</sup>

---

## RESUMO

A Matemática é uma ciência de ampla importância para a vida em sociedade, seus métodos são essenciais, sendo o seu estudo imprescindível para a formação do indivíduo e desenvolvimento de competências e habilidades, principalmente do raciocínio lógico e dedutivo. Os conteúdos de Análise Combinatória, do que trata esta pesquisa, buscam estimular o raciocínio lógico e dedutivo e são abordados por problemas em que é exigida a criatividade, estes problemas podem se tornar muito instigantes, como o Problema de Lucas. Para resolver o Problema de Lucas foram explorados vários temas matemáticos importantes, como por exemplo, os Lemas de Kaplansky. A pesquisa contempla também um estudo na área de Geometria Combinatória. Você já ouviu falar? Não é comum, mas existem vários problemas envolvendo a geometria e a análise combinatória. Nesta obra você irá encontrar alguns deles, a saber: a contagem do número de interseções de diagonais de um polígono convexo, a Pizza de Steiner e o Problema do Final Feliz. As pesquisas resultaram em uma proposta de trabalho com o objetivo de motivar os sujeitos envolvidos no processo de ensino-aprendizagem de conteúdos de Análise Combinatória, e o desejo é de que amplie as possibilidades pedagógicas dentro e fora da sala de aula.

**Palavras-chave:** Análise Combinatória; Lemas de Kaplansky; Problema de Lucas; Geometria Combinatória.

## DISSERTAÇÃO COMPLETA

[https://sca.profmtat-sbm.org.br/profmtat\\_tcc.php?id1=1688&id2=84342](https://sca.profmtat-sbm.org.br/profmtat_tcc.php?id1=1688&id2=84342)

---

<sup>9</sup> Mestre pela Universidade Federal de São João del Rei - Ouro Branco; lucas.barbosa@ifnmg.edu.br.

<sup>10</sup> Docente PROFMAT - Universidade Federal de São João del Rei - Ouro Branco - UFSJ; mariana@ufsj.edu.br.

# MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DE SIMULAÇÃO DO MODELO SIR PARA OS CASOS DE COVID-19 NO MUNICÍPIO DE FRANCA-SP E UMA PROPOSTA DE AMBIENTAÇÃO NO ENSINO FUNDAMENTAL

Jhonny Luís Mércuri <sup>11</sup>  
Rafael Rodrigo Ottoboni <sup>12</sup>

---

## RESUMO

A modelagem matemática é uma área que busca construir modelos matemáticos que descrevem um fenômeno estudado, tornando possível a sua predição. Um de seus ramos é a epidemiologia matemática, que objetiva estudar modelos que descrevem o comportamento de uma doença em uma população suscetível, auxiliando governos e órgãos de saúde no remanejamento de insumos e elaboração de estratégias para minimizar e erradicar a sua disseminação. O presente trabalho teve por objetivo realizar simulações em determinados períodos, aplicando o modelo compartimental SIR (suscetíveis - infectados - recuperados) para o número de casos acumulados de pessoas infectadas pelo vírus SARS-CoV-2, no município de Franca – SP e apresentou o desenvolvimento e o relato de uma atividade de modelagem matemática aplicada em uma sala de aula do sexto ano em uma escola pública municipal. Para as simulações, utilizaram-se os dados do boletim epidemiológico do município, no período de 18/03/2020 à 20/06/2021. As simulações foram geradas pelo software desenvolvido para resolver de forma numérica o sistema de equações diferenciais do modelo SIR. Os parâmetros assumidos para as simulações foram:  $\beta = 0.005$  (taxa de infecção) e  $\gamma = 0.002$  (taxa de recuperação). Como proposta no contexto do PROFMAT apresentou-se o relato de uma atividade desenvolvida com os alunos de uma escola pública do município de Jeriquara, onde o objetivo foi trabalhar a modelagem do crescimento do broto de feijão. Os alunos plantaram 4 feijões, realizaram medições diárias do tamanho de cada broto, plotaram as medições no plano cartesiano e elaboraram uma curva para descrever os resultados. Concluiu-se que o software obteve um bom desempenho para realizar simulações em um curto espaço de tempo para os casos acumulados da COVID-19. Observou-se que as medidas restritivas durante a pandemia foram essenciais para a redução no número de casos. Na atividade desenvolvida, a modelagem matemática foi uma ferramenta eficaz para auxiliar no processo de ensino aprendizagem dos alunos, pois eles viram na prática a utilização da matemática como ferramenta e que pode ser utilizada no dia a dia.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática; Equações Diferenciais; Modelo Compartimental SIR.

## DISSERTAÇÃO

completa [https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat\\_tcc.php?id1=6486&id2=171055719](https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=6486&id2=171055719)

---

<sup>11</sup> Mestre pela Universidade Federal do Triângulo Mineiro; johnnymatematica@hotmail.com.

<sup>12</sup> Docente da Universidade Federal do Triângulo Mineiro – UFTM; rafael.ottoboni@uftm.edu.br.

# BOX-COUNTING, UM MÉTODO PARA DETERMINAR A DIMENSÃO FRACTAL

Aline Pereira Eleutério <sup>13</sup>  
Ana Paula Tremura Galves <sup>14</sup>

---

## RESUMO

Formas fractais são constituídas por processos recursivos que tomam alta complexidade para um número grande de iterações. Presentes no corpo humano assim como na natureza, e em conjuntos gerados por programas computacionais, as formas fractais despertam atenção pela sua harmonia visual e riqueza de detalhes. Suas principais características são a autossimilaridade, a complexidade infinita e a dimensão fractal. A dimensão fractal representa o nível de ocupação do espaço pelo objeto. Dessa forma, ela pode apresentar valores não-inteiros. É possível comparar os fractais a partir da medida de sua dimensão fractal, calculada de forma relativamente simples pelo método Box-Counting. Esse processo calcula a dimensão fractal por meio do uso de caixas quadradas que apenas se tocam para fazer a cobertura de um conjunto, permitindo que recursos computacionais identifiquem com maior rapidez formas de características fractais. O objetivo do trabalho é apresentar o Teorema do Box-Counting para o cálculo da dimensão fractal, exemplificando tal resultado para o cálculo da dimensão de alguns fractais clássicos, como o Conjunto de Cantor, e apresentar uma proposta intuitiva deste tema junto a alunos dos anos finais do Ensino Fundamental através de oficinas pedagógicas que contextualizam as características dos fractais e a noção da dimensão fractal.

**Palavras-chave:** Dimensão fractal; Método Box-Counting.

## DISSERTAÇÃO COMPLETA

[https://sca.profmatt-sbm.org.br/profmatt\\_tcc.php?id1=6208&id2=171054951](https://sca.profmatt-sbm.org.br/profmatt_tcc.php?id1=6208&id2=171054951)

---

<sup>13</sup> Mestre pela Universidade Federal de Uberlândia; alineleuterio@gmail.com.

<sup>14</sup> Docente PROFMAT - Universidade Federal de Uberlândia - UFU; ana.galves@ufu.br .

# LEMAS DE KAPLANSKY, PROBLEMA DE LUCAS E ALGUNS EXEMPLOS DE GEOMETRIA COMBINATÓRIA

Eliane Aparecida Magalhães dos Santos <sup>15</sup>

Luís Felipe Gonçalves Fonseca <sup>16</sup>

---

## RESUMO

A Matemática é uma ciência de ampla importância para a vida em sociedade, seus métodos são essenciais, sendo o seu estudo imprescindível para a formação do indivíduo e desenvolvimento de competências e habilidades, principalmente do raciocínio lógico e dedutivo. Os conteúdos de Análise Combinatória, do que trata esta pesquisa, buscam estimular o raciocínio lógico e dedutivo e são abordados por problemas em que é exigida a criatividade, estes problemas podem se tornar muito instigantes, como o Problema de Lucas. Para resolver o Problema de Lucas foram explorados vários temas matemáticos importantes, como por exemplo, os Lemas de Kaplansky. A pesquisa contempla também um estudo na área de Geometria Combinatória. Você já ouviu falar? Não é comum, mas existem vários problemas envolvendo a geometria e a análise combinatória. Nesta obra você irá encontrar alguns deles, a saber: a contagem do número de interseções de diagonais de um polígono convexo, a Pizza de Steiner e o Problema do Final Feliz. As pesquisas resultaram em uma proposta de trabalho com o objetivo de motivar os sujeitos envolvidos no processo de ensino-aprendizagem de conteúdos de Análise Combinatória, e o desejo é de que amplie as possibilidades pedagógicas dentro e fora da sala de aula.

**Palavras-chave:** Análise Combinatória; Lemas de Kaplansky; Problema de Lucas; Geometria Combinatória.

## DISSERTAÇÃO COMPLETA

[https://sca.proformat-sbm.org.br/proformat\\_tcc.php?id1=6048&id2=171054489](https://sca.proformat-sbm.org.br/proformat_tcc.php?id1=6048&id2=171054489)

---

<sup>15</sup> Mestre pela Universidade Federal de Viçosa - Florestal; elenmega@gmail.com.

<sup>16</sup> Docente PROFMAT - Universidade Federal de Viçosa - Florestal - UFV; luisfelipe@ufv.br.

# GEOMETRIA ESFÉRICA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES: A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO PERSPECTIVA METODOLÓGICA

Franksilane Gonçalves Camelo<sup>17</sup>  
Weversson Dalmaso Sellin<sup>18</sup>

---

## RESUMO

A Geometria Euclidiana, por si só, é insuficiente para a explicação de todos os fenômenos que nos rodeiam. Portanto, este trabalho aborda o ensino de Geometria Esférica na formação de professores, tema raramente estudado nos cursos de Licenciatura em Matemática. Com o objetivo de tornar este assunto mais acessível e contribuir para sua disseminação, foi elaborada uma Sequência Didática, que foi aplicada em forma de minicurso, para alunos da Licenciatura em Matemática do IFMG- SJE, sobre a introdução de conceitos iniciais de Geometria Esférica. Com o intuito de oportunizar os estudantes a serem protagonistas no próprio processo de aprendizagem, o recurso metodológico adotado foi a Resolução de Problemas no sentido de encarar os problemas como ponto de partida para introduzir novos conhecimentos. E para favorecer o processo investigativo que este recurso requer, a ferramenta de auxílio na resolução dos problemas foi o GeoGebra, que contribuiu na formação dos conceitos pretendidos. Ao refletir sobre as discussões dos resultados da aplicação da sequência didática associados aos relatos dos alunos após a realização do minicurso, verificamos que a sequência didática elaborada e aplicada, levando-se em conta a metodologia e as ferramentas adotadas, contribuiu de forma positiva e eficaz na apropriação dos conceitos almejados.

**Palavras-chave:** Geometria Esférica; Resolução de Problemas; Formação de Professores; GeoGebra.

## DISSERTAÇÃO COMPLETA

[https://sca.profmtat-sbm.org.br/profmtat\\_tcc.php?id1=6190&id2=171055290](https://sca.profmtat-sbm.org.br/profmtat_tcc.php?id1=6190&id2=171055290)

---

<sup>17</sup> Mestre pela Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri; franksilane.camelo@ufvjm.edu.br.

<sup>18</sup> Docente PROFMAT - os Vales do Jequitinhonha e Mucuri - UFVJM; weversson.sellin@ufvjm.edu.br.



# SESSÃO DE PÔSTERES



# LEMAS DE KAPLANSKY, PROBLEMA DE LUCAS E ALGUNS EXEMPLOS DE GEOMETRIA COMBINATÓRIA

Eliane Aparecida Magalhães dos Santos<sup>19</sup>

---

## RESUMO

O principal objetivo deste trabalho foi a realização de uma pesquisa na área de Geometria Combinatória, para isso foram explorados temas matemáticos relevantes, como por exemplo, as combinações completas, os Lemas de Kaplansky e o Problema de Lucas. Você já ouviu falar de Geometria Combinatória?. Não é comum, mas existem vários problemas de geometria que podem ser resolvidos com o uso da análise combinatória. Nesta obra você irá encontrar alguns deles, a saber: a contagem do número de interseções de diagonais de um polígono convexo, a Pizza de Steiner e o Problema do Final Feliz. As pesquisas resultaram em uma proposta de trabalho, de acordo com o currículo do ensino médio, que tem como propósito, motivar os sujeitos envolvidos no processo de ensino-aprendizagem desse conteúdo.

**Palavras-chave:** Análise Combinatória; Geometria Combinatória; Problema do Final Feliz.

## 1. INTRODUÇÃO

A matemática é uma ciência de ampla importância para a vida em sociedade, seus métodos são essenciais, sendo o seu estudo imprescindível para a formação do indivíduo e para o desenvolvimento de competências e habilidades, principalmente do raciocínio lógico e dedutivo.

Conforme Morgado (1991) os conteúdos de análise combinatória estimulam o raciocínio e são abordados por meio de situações em que é exigido a criatividade. Tratam de problemas de enumeração de elementos, permutações, arranjos, combinações e de uma gama de outras técnicas. Seu estudo vem crescendo fortemente, e seus conceitos são utilizados na modelagem matemática e na análise de algoritmos.

Os problemas de análise combinatória podem se tornar ainda mais desafiadores quando estão correlacionados a outros temas, como por exemplo, a geometria. A seguir veremos alguns exemplos de Geometria Combinatória.

## 2. CONTAGEM DE INTERSEÇÕES DE DIAGONAIS DE UM POLÍGONO CONVEXO

Vamos analisar os pontos de interseção das diagonais de um dado polígono. Quantas são as interseções das diagonais de um polígono de  $n$  vértices? Assuma que ele não tem três

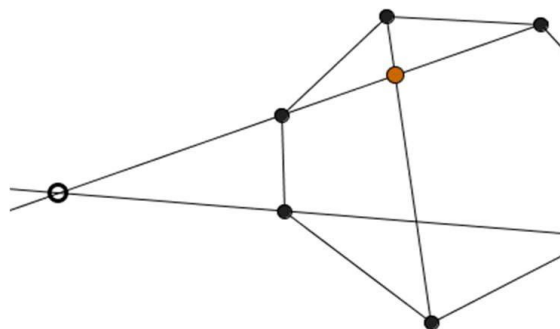
---

<sup>19</sup> Universidade Federal de Viçosa, egressa do Profmat-UFV; elenmega@gmail.com

diagonais passando pelo mesmo ponto, que os vértices não são contados como interseções e não serão consideradas interseções de diagonais fora do polígono convexo.

No exemplo abaixo apenas o ponto laranja é uma “boa interseção” (LOVASZ, 2003, p.189).

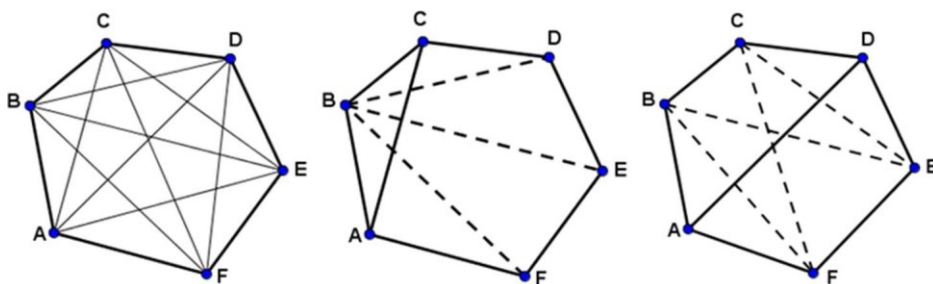
**Figura 1:** Interseção de diagonais de um polígono.



**Fonte:** Próprio autor (2021)

Vejam os hexágonos. Considerando apenas as “boas interseções”, quantas interseções possuem suas diagonais?

**Figura 2:** Interseções de diagonais de um hexágono.



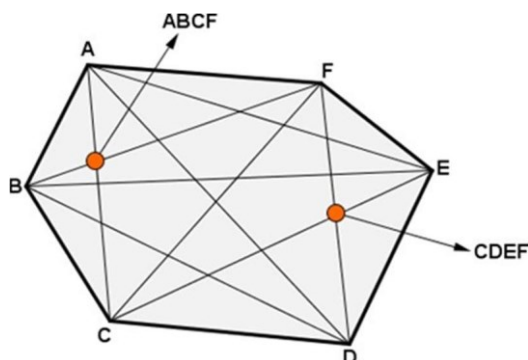
**Fonte:** Próprio autor (2021)

Podemos resolver esse problema de forma organizada, utilizando a análise combinatória. Rotule todo ponto de interseção com as extremidades das diagonais que se intersectam nesse ponto, por exemplo, a interseção das diagonais  $AC$  e  $BF$  recebe o rótulo  $ABCF$ , a interseção das diagonais  $AD$  e  $CE$  recebe o rótulo  $ACDE$ , e assim por diante. Note que pontos de interseções diferentes recebem rótulos diferentes.

Observe na figura 3 que todo conjunto de quatro vértices é usado para rotular um único ponto de interseção das diagonais; por exemplo, a quádrupla  $CDEF$  denota a interseção das diagonais  $CE$  e  $DF$ . Se queremos contar os pontos de interseções, basta contar as quádruplas de vértices; o número de interseções das diagonais é exatamente o número de subconjuntos de 4

elementos do conjunto de vértices. Portanto, se o polígono possui 6 lados, deve-se calcular  $\binom{6}{4} = 15$ .

**Figura 3:** Rotulando interseções de diagonais de um polígono convexo.



**Fonte:** Próprio autor (2021)

Generalizando, o número de interseções de diagonais de um  $n$ -ágono convexo é dado por:

$$\binom{n}{4} = \frac{n!}{(n-4)!4!}.$$

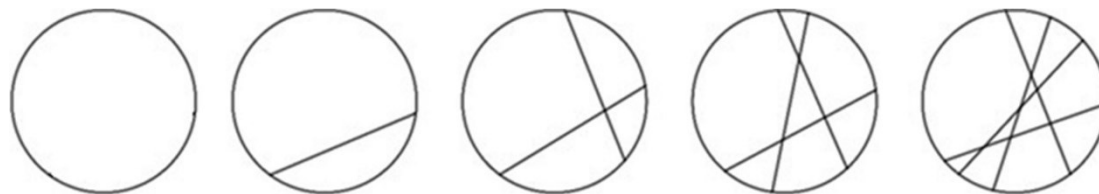
### 3. CONTANDO REGIÕES E A PIZZA DE STEINER

Dado um plano, qual é o número máximo de regiões em que o plano pode ser dividido por  $n$  retas?. Dado uma pizza, qual é o número máximo de pedaços em que ela pode ser dividida por  $n$  cortes retilíneos?

Observe que o número de regiões será máximo quando cada reta intercepta todas as demais em pontos distintos, ou seja, não se considera retas paralelas, nem 3 ou mais retas que se interceptam em um mesmo ponto.

A figura 4 representa a “Pizza de Steiner” (MORGADO, 2015, p. 20), ao passo que são realizados quatro cortes e o número de planos gerados.

**Figura 4:** Número de regiões da Pizza de Steiner.



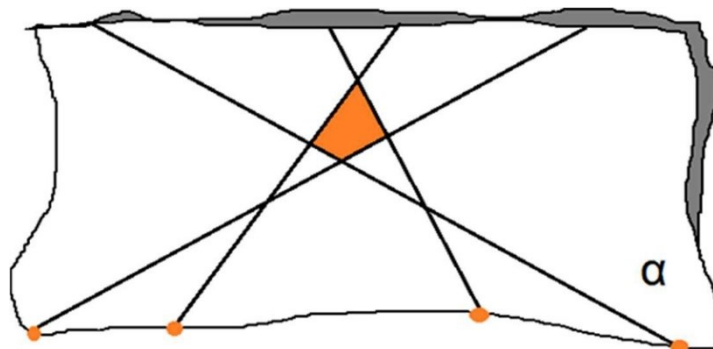
**Fonte:** Próprio autor (2021)

Considere que retas são traçadas sobre um quadro vertical, conforme figura 5, que é suficientemente grande em comprimento e largura, de modo que todos os pontos de interseção apareçam sobre ele. Considere também que nenhuma reta é totalmente horizontal (nunca

paralela à base do quadro), que todas as retas interceptam a aresta inferior do quadro e que mesmo a aresta mais baixa do quadro está caindo um pouco para a esquerda.

Agora, considere o ponto mais baixo em cada região sobre o quadro. Cada região tem exatamente um ponto mais baixo, pois todas as regiões são finitas, e as linhas de contorno do quadro não são horizontais. Esse ponto mais baixo é então um ponto de interseção de duas das retas, ou o ponto de interseção da reta com a aresta mais baixa do quadro ou o canto inferior esquerdo do quadro.

**Figura 5:** Retas traçadas sobre o quadro.



**Fonte:** Próprio autor (2021)

O número de pontos mais baixos é a soma do número de pontos de interseção das retas, mais o número de interseções entre retas e a aresta inferior do quadro mais a região do canto inferior esquerdo do quadro. Como quaisquer duas retas se interceptam, esses pontos de interseção são todos diferentes, o número de tais pontos mais baixos é dado por:

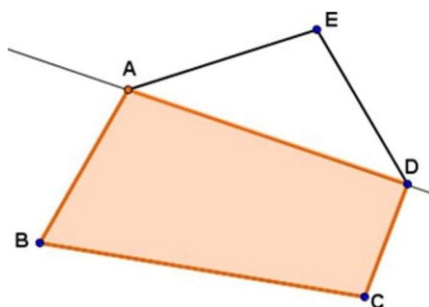
$$\binom{n}{2} + n + 1.$$

#### 4. O PROBLEMA DO FINAL FELIZ

“Dados quaisquer cinco pontos numa superfície plana, de forma que não há três deles alinhados, prove que quatro desses pontos sempre formarão um quadrilátero convexo” (SILVA, 2011, p.4).

As possíveis configurações envolvendo 5 pontos são: (5-0-0), (4-1-0) e (3-2 0). O caso em que os pontos estão organizados na configuração (5-0-0) é trivial.

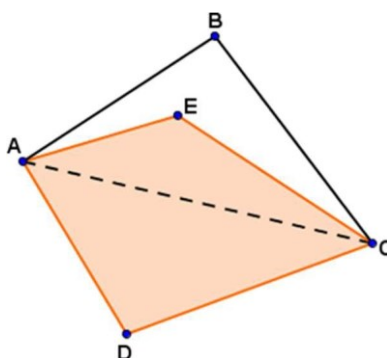
**Figura 6:** Conjunto de pontos em configuração (5-0-0).



**Fonte:** Próprio autor (2021)

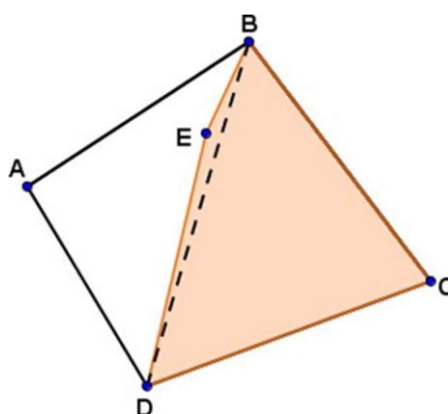
Suponha que a configuração (4-1-0) consista no quadrilátero  $ABCD$  em torno do ponto  $E$ , conforme figura 7 e 8.

**Figura 7:** Quadrilátero convexo  $AECD$ .



**Fonte:** Próprio autor (2021)

**Figura 8:** Quadrilátero convexo  $BCDE$ .

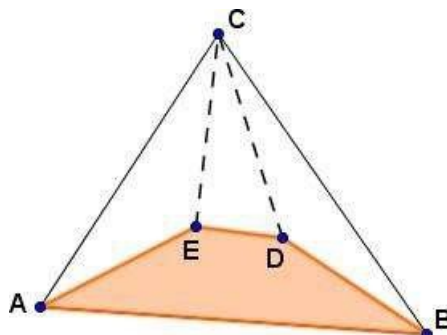


**Fonte:** Próprio autor (2021)

Existe exatamente um quadrilátero convexo se os pontos estão dispostos na configuração (3-2-0). Suponha que essa configuração seja formada por um  $\Delta ABC$  (envoltória convexa) e existem dois pontos,  $D$  e  $E$ , no interior do  $\Delta ABC$ . Os pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$  não podem ser todos vértices de um quadrilátero convexo, porque contradiz a suposição de que a envoltória

convexa do conjunto é um triângulo. Portanto, o quadrilátero convexo só pode ser formado pelos 2 pontos internos, D e E, e por 2 pontos da envoltória convexa.

**Figura 9:** Conjunto de pontos em configuração (3-2-0).



**Fonte:** Próprio autor (2021)

Você pode encontrar outros problemas motivadores acessando a obra completa em: <https://drive.google.com/file/d/1vAWu0LaM82XsIkM7Y3iezGb5cpG4vwWn/view?usp=drivesdk>

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho é o resultado de pesquisas de temas matemáticos pouco explorados que podem ser motivadores tanto para professores quanto para os estudantes durante o processo de ensino-aprendizagem de conteúdos de análise combinatória.

Os temas foram abordados por meio da resolução de problemas que gerou uma sequência didática significativa e coerente com a Base Nacional Comum Curricular - BNCC.

Enfim, o propósito é de que este trabalho agregue conhecimento que contribua para o exercício do professor e dos estudantes, ampliando e otimizando as possibilidades pedagógicas em sua rotina dentro e fora da sala de aula.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC, 2017.

KAPLANSKY. I. et al. Solution of the Probleme des menages. **Bulletin of the American Mathematical Society** 49.10 (1943), pp. 784-785.

LOVASZ, L., PELIKAN, J. e VESZTERGOMBI, K. **Matemática discreta**. Sociedade Brasileira de Matemática, 2003.

MORGADO, A. C. d. O. et al. **Análise combinatória e probabilidade**. Instituto de Matemática pura e aplicada, 1991.

MORGADO, A. C. e Carvalho, P. C. P. **Matemática discreta**. 2015.

SILVA, R. Cinco Pontos e um Final Feliz. **Revista do Professor de Matemática** 72. 2011, p.4.

YEUNG, D. A Geometric approach to the second non-trivial case of the Erdos-Szekeres conjecture. **Hang Lung Mathematics Awards** 7. 2016, pp 63-75.



# DEMONSTRANDO PROPRIEDADES DA GEOMETRIA PLANA NO ENSINO FUNDAMENTAL POR MEIO DE UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES INVESTIGATIVAS E EXPERIMENTAIS

Carlos Eduardo Ladeira Vidigal<sup>20</sup>  
Fernanda Aparecida Ferreira<sup>21</sup>

---

## RESUMO

Nesse artigo, apresentamos um recorte de uma dissertação de mestrado desenvolvida no âmbito do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede (PROFMAT), no Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG). O objetivo do trabalho foi o de elaborar uma sequência didática de atividades para a educação básica, versando sobre teoremas clássicos da Geometria Euclidiana. A proposta de atividades utiliza da experimentação e investigação matemática para pensar o ensino de conteúdos da Geometria, suscitando nos alunos a elaboração de argumentos lógicos que os aproximem da demonstração matemática. A aplicação de uma das atividades da sequência revelou que propostas didáticas diferenciadas podem contribuir para que os alunos se sintam competentes para “fazer” matemática, demonstrando propriedades geométricas sem a preocupação exclusiva com rigor, mas sim, no entender os porquês das verdades matemáticas.

**Palavras-chave:** Demonstração; Geometria; Ensino; Matemática; Sequência Didática

## 1. INTRODUÇÃO

O ensino de Geometria na escola básica tem papel fundamental no desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos, mas, muitas vezes, é deixado de lado em favor do ensino da Álgebra. Segundo GAZIRE (2000), o movimento da Matemática Moderna tem sua parcela de contribuição no caos que se instaurou no ensino da Geometria, uma vez que a proposta de algebrizar a Geometria não se manteve criando uma lacuna, principalmente, nas práticas pedagógicas.

Permitir que os alunos vivenciem um momento criativo é fundamental no ensino-aprendizagem, uma vez que aproxima o estudante da verdadeira criação da Matemática enquanto ciência. Dessa forma, contribuímos para despertar nos alunos o seu lado questionador, crítico e investigativo.

É nesse sentido que, retratamos aqui, uma pesquisa que teve por objetivo principal trabalhar alguns conteúdos específicos de Geometria Euclidiana, por meio de uma sequência didática de 3(três) atividades que tiveram como prerrogativa a experimentação e exploração

---

<sup>20</sup> CEFET-MG; carlos.vidigal@outlook.com

<sup>21</sup> CEFET-MG, Professora do Departamento de Matemática; fernandaf@cefetmg.br

de propriedades geométricas, de tal forma que as atividades pudessem aproximar os alunos da demonstração matemática.

## **2. UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES PARA O ENSINO DE TEOREMAS CLÁSSICOS DA GEOMETRIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

As atividades de ensino elaboradas na pesquisa de mestrado aqui retratada, teve por intenção levar o aluno a trilhar um processo de experimentação que culminasse na elaboração de argumentos lógico – matemáticos, estreitando a relação dos argumentos discentes produzidos em contexto escolar com a demonstração matemática.

Infelizmente, nossa prática mostra que nem sempre é fácil para os alunos perceberem padrões matemáticos simples em situações geométricas, tais como uma constatação matemática pronta e acabada, com algumas “mostrações” confusas e sem muita possibilidade de experimentação, principalmente a visual. Por isso, nas atividades elaboradas, procuramos levar o estudante a fazer experimentações em que pudesse observar relações/propriedades visualmente, permitindo a elaboração de raciocínios dificilmente suscitados com uma proposta mais tradicional de ensino.

Apresentamos a seguir, uma descrição das 3 (três) atividades de sequência didática elaboradas em suas concepções e objetivos.

## **3. UM CORTE NAS PARALELAS**

Nessa atividade exploramos as relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal. Os padrões que são determinados quando as linhas paralelas são cortadas por uma transversal são simples de serem reconhecidos e uma exploração visual nos leva a entender por que os ângulos formados nessa construção são congruentes ou complementares. Assim, ensinar aos alunos sobre transversais oferece uma grande oportunidade de reforçar com eles a prática de sempre procurar padrões em Matemática.

A atividade foi planejada utilizando-se de um roteiro didático com instruções para realização das tarefas propostas. Sua elaboração contou com o auxílio do software GeoGebra e as perguntas contidas no roteiro, levaram os alunos a utilizar argumentos, mesmo que informais, para estabelecer relações/padrões sobre os ângulos criados quando as linhas paralelas são cortadas por uma transversal.

Essa atividade contempla a habilidade EF07MA23 da BNCC: Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica.

Após a aplicação desta atividade, espera-se que os alunos sejam capazes de:

- Identificar ângulos congruentes quando uma linha cruza linhas paralelas;
- Definir linhas transversais, paralelas e ângulos congruentes;
- Demonstrar um entendimento das regras geométricas que se aplicam às transversais.

#### 4. UM FEIXE DE PROPORCIONALIDADE

A BNCC (2018) de Matemática do Ensino Fundamental propõe na habilidade EF09MA14 a “resolução e elaboração de problemas de aplicação das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes” (BNCC, p 319). Nesse contexto, encontra-se o Teorema de Tales, atribuído a Tales de Mileto (624 a.C. a 546 a.C.), cerca de 300 anos antes de Euclides, que propõe tais relações de proporcionalidade e ainda tem grande importância no estudo da teoria de semelhança de triângulos, conteúdo proposto na habilidade EF09MA12.

Ferreira (2017) afirma que em alguns livros didáticos a demonstração do Teorema é feita de maneira incompleta o que prejudica, de certa forma, a construção do conhecimento, principalmente, se considerarmos demonstrações em livros didáticos destinados para a educação em nível de escolarização básica. O autor também destaca que algumas demonstrações são realizadas utilizando propriedades de semelhança de triângulos, porém, em muitos casos, esse assunto é apresentado posteriormente ao Teorema de Tales.

Nesse sentido, elaboramos uma proposta de atividade, com o auxílio do GeoGebra, que leva o aluno a explorar situações em que feixes de retas paralelas são intersectadas por retas transversais verificando a validade/veracidade do teorema com o objetivo de favorecer a compreensão do Teorema de Tales e não apenas sua mera memorização.

#### 5. ENQUADRANDO PITÁGORAS

Essa atividade teve por finalidade levar o aluno a desenvolver a habilidade EF09MA13 que propõe demonstrar o Teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos (proposta na BNCC) a partir de investigações. Os alunos precisam mobilizar conhecimentos adquiridos anteriormente, além de estratégias de resolução de problemas matemáticos, para verificar/validar o Teorema proposto com a atividade. Envolvendo vários conceitos matemáticos, o foco é levar nossos alunos a compreender a ideia, por meio de manipulações concretas, de que a soma dos quadrados das medidas dos catetos de um triângulo retângulo é igual ao quadrado da medida da hipotenusa.

O objetivo desta terceira atividade é propor uma prática diferenciada das comumente utilizadas em sala de aula para apresentar o Teorema de Pitágoras. Optamos por incluir

materiais manipuláveis e concretos para explicar/validar visualmente esse Teorema, visto que nem sempre estão disponíveis recursos computacionais para a utilização por parte dos alunos.

Além disso, essa opção compartilha da importância de se trabalhar com materiais manipuláveis - concretos e com o recurso da visualização, principalmente na Educação de Nível Fundamental, já que tais práticas contribuem para aproximar os alunos do fazer matemática e da elaboração de argumentos plausíveis.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse trabalho, apresentamos uma proposta de sequência didática que foi elaborada a fim de trabalhar teoremas da Geometria Euclidiana em nível fundamental de escolaridade, de modo que as atividades dessa sequência, por meio de situações de experimentações, levassem os alunos a elaboração de argumentos matemáticos que os aproximassem da redação e elaboração de uma demonstração matemática.

Podemos dizer que a proposta da sequência se mostra importante, por contribuir com possíveis práticas no ensino de Geometria que despertem nos alunos a curiosidade, a criatividade e a vontade em saber a natureza dos conhecimentos que lhes são ensinados, já que as atividades propostas vão além de meras rotinas de memorização e repetição de processos.

Além disso, a pesquisa que culminou na sequência elaborada, se mostra como material de apoio em potencial para outros professores de matemática em atuação na educação básica que querem propor atividades diferenciadas, mas tem pouco tempo para estudar e desenvolver tais atividades. As atividades, na íntegra, podem ser encontradas em Vidigal (2020).

A aplicação de uma das atividades nos revelou a importância de se trabalhar com propostas de investigação e experimentação nas salas de aula, já que essas despertam nos alunos um posicionamento mais crítico e reflexivo em relação ao que eles aprendem em matemática, e, também, os colocam como protagonistas do processo de ensino e aprendizagem.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017.

FERREIRA, Leonardo dos S. **Como o teorema de Tales é apresentado em livros didáticos do nono ano**. Dissertação (Mestrado) - Programa de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2017.

GAZIRE, Eliane Scheid. **O não resgate das geometrias**. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 2000.

VIDIGAL, Carlos Eduardo Ladeira. **Demonstrando Propriedades da Geometria Plana no Ensino Fundamental:** uma proposta de atividades. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede – PROFMAT) - CEFET-MG, Belo Horizonte, 2020. Disponível em [https://sca.profmatsbm.org.br/profmat\\_tcc.php?id1=5771&id2=171053264](https://sca.profmatsbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=5771&id2=171053264). Acesso: 25 de mai. 2022

# A ELABORAÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE INVESTIMENTOS FINANCEIROS PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA

Laís Macedo de Almeida Nunes <sup>22</sup>

Érica Marlúcia Leite Pagani <sup>23</sup>

---

## RESUMO

Este poster é um recorte de uma pesquisa mais ampla que foi desenvolvida no programa de Mestrado Profissional de Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) no Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG), e buscava abordar e discutir questões relativas à Educação Financeira na Educação Básica, com objetivo de construir uma sequência didática que abordasse a teoria de investimentos financeiros para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e investigar se tal sequência contribui para a educação financeira desses estudantes. Nesse poster, apresentamos a construção dessa sequência didática, a qual foi elaborada na perspectiva da Educação Financeira Escolar, à luz das orientações da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018). No trabalho realizado constatamos que essa sequência didática contribuiu de maneira significativa para a Educação Financeira dos estudantes promovendo compreensões mais aprofundadas e reflexões críticas a respeito de conceitos de finanças, principalmente a respeito de Investimentos Financeiros. Diante disso, esperamos que ela sirva de instrumento, estímulo e auxílio para outros professores que desejem trabalhar com conceitos de Investimentos Financeiros na Educação Básica.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; Educação Financeira Escolar; Investimentos Financeiros; Sequência Didática; Ensino Fundamental.

## 1. INTRODUÇÃO

A Educação Financeira promove o desenvolvimento de competências pessoais, possibilitando ao indivíduo maior condição para a tomada de decisões no âmbito financeiro, influenciando diretamente nas decisões econômicas individuais e em sociedade. Em função de sua importância, a temática de Educação Financeira tem ganhado espaço em diversas esferas ao longo dos últimos anos, principalmente no que tange à sua abordagem no ambiente escolar. Como educadoras e professoras do Ensino Básico, acreditamos que a escola tem um papel fundamental para desenvolver a Educação Financeira dos estudantes.

Sendo assim, iniciamos uma pesquisa de mestrado, de natureza qualitativa, desenvolvida no âmbito do Mestrado Profissional de Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), no Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG), que buscava abordar e discutir questões que contribuíssem com Educação Financeira na Educação Básica, e cujo objetivo foi construir uma sequência didática que abordasse a teoria de

---

<sup>22</sup> CEFET/MG. Egressa do PROFMAT-CEFET-MG. laismanunes@hotmail.com

<sup>23</sup> CEFET/MG. Professora Dra PROFMAT-CEFET-MG. leitepagani@gmail.com

investimentos financeiros para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e investigar se tal sequência contribuiria para a educação financeira desses estudantes.

## **2. EDUCAÇÃO FINANCEIRA**

A Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) define Educação Financeira

[...] como o processo pelo qual consumidores e investidores financeiros aprimoram sua compreensão sobre produtos, conceitos e riscos financeiros e por meio de informação, instrução e/ou aconselhamento objetivo, desenvolvem as habilidades e a confiança para se tornarem mais conscientes de riscos e oportunidades financeiras, a fazer escolhas mais informadas, a saber onde buscar ajuda, e a tomar outras medidas efetivas para melhorar seu bem-estar financeiro. (OCDE, 2005, p. 5)

No entanto, em relação à Educação Financeira promovida no ambiente escolar, a qual “não se limita ao conhecimento e escolha de produtos financeiros (OCDE, 2005) e nem a maximização do bem-estar a longo prazo” (MUNIZ, 2016, p. 46). Nesse sentido, consideramos que

A Educação Financeira Escolar constitui-se de um conjunto de informações através do qual os estudantes são introduzidos no universo do dinheiro e estimulados a produzir uma compreensão sobre finanças e economia, através de um processo de ensino, que os torne aptos a analisar, fazer julgamentos fundamentados, tomar decisões e ter posições críticas sobre questões financeiras que envolvam sua vida pessoal, familiar e da sociedade em que vivem. (Silva e Powell, 2013, p. 12-13)

Concordamos com Muniz (2016) e também consideramos que a Educação Financeira Escolar deve ser um convite à reflexão sobre questões financeiras que considerem aspectos não apenas matemáticos, mas também sociais, envolvendo consumo, poupança, investimentos e financiamentos, de maneira a promover a tomada de decisão consciente, que se faz necessária para a cidadania crítica.

## **3. A SEQUÊNCIA DIDÁTICA**

A sequência didática foi elaborada tendo como público-alvo estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, os quais já haviam estudado conceitos básicos de Matemática Financeira, como porcentagens, porcentagens sucessivas, juros simples e juros composto. Diante dessas condições, a sequência didática foi elaborada visando uma introdução de conceitos necessários aos investimentos financeiros.

As atividades da sequência didática foram elaboradas sob a perspectiva da definição de Educação Financeira Escolar, à luz das orientações da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018). Esse último documento sugere que sejam abordados, na Escola Básica,

conceitos básicos de economia e finanças, como taxa de juros, inflação, aplicações financeiras e impostos.

A sequência didática foi dividida em quatro momentos, os quais foram separados de acordo com as temáticas selecionadas para aquele determinado momento. A escolha dessas temáticas deu-se de forma a ter um nível crescente de complexidade em relação ao tema de Investimentos Financeiros.

Para a primeira parte, foram selecionadas as temáticas de Educação Financeira (EF), Matemática Financeira (MF), Juros e Calculadora do Cidadão. Dessa forma, poderíamos introduzir a diferença entre EF e MF, seguindo para uma revisão do conceito de juros, por meio de uma conexão didática com as aulas regulares de Matemática, e um aprofundamento utilizando-se a Calculadora do Cidadão<sup>24</sup>, ferramenta criada pelo Banco Central com o intuito de auxiliar o cidadão a fazer simulações de diferentes operações financeiras.

No segundo momento, foram selecionadas as temáticas Calculadora do Cidadão, Taxa Selic, Inflação e Rendimento real de um investimento. A Calculadora do Cidadão continuou sendo utilizada, no entanto, utilizando recursos diferentes dessa ferramenta. Em seguida, foram apresentados e discutidos alguns conceitos como a Taxa Selic, Inflação e a Taxa de rendimento real de um investimento. Esses conceitos são extrema importância para se compreender o cenário econômico nacional e os rendimentos dos investimentos. No terceiro e quarto momento foram selecionadas temáticas em relação ao conceito de investimentos e suas diferentes modalidades: Renda Fixa e Renda Variável.

Nesse sentido, as atividades que compõem essa sequência foram elaboradas de modo a: favorecer que os estudantes usassem Matemática Básica na leitura de informações financeiras; estimular a reflexão sobre a importância do planejamento financeiro e investimentos financeiros; instigar a curiosidade sobre produtos financeiros e sobre mecanismos de escolha e incentivar a reflexão e produção de significados, por parte dos estudantes, de temas e conceitos financeiros.

#### **4. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Uma vez que a sequência didática foi elaborada com base nos princípios da Educação Financeira Escolar, ao tratarmos questões financeiras por meio do convite à reflexão, envolvendo ideias matemáticas e não-matemáticas, acreditamos que seja criado um ambiente favorável ao desenvolvimento da Educação Financeira, conforme vivenciamos nessa

---

<sup>24</sup> Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/acessoinformacao/calculadoradocidadao>.



dissertação. Mais detalhes sobre a sequência didática e seu desenvolvimento junto aos estudantes podem ser encontrados em Nunes (2022).

Vale ressaltar que a Educação Financeira promovida no ambiente escolar deve fazer parte da formação integral do estudante. Lembrando que a Educação Financeira Escolar não se limita apenas aos conceitos de finanças pessoais, sendo baseada na reflexão crítica em torno desses conceitos.

Esperamos que a sequência didática produzida, estimule estudantes a se interessarem mais pela área de finanças e que sirva como apoio para os professores que desejem trabalhar com Educação Financeira, e principalmente Investimentos Financeiros, na Educação Básica.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC: Educação é a Base**. Brasília: MEC, 2018, 595p.

MUNIZ, I. Jr. **Econs ou humanos?** Um estudo sobre a tomada de decisão em ambientes de Educação Financeira Escolar. 2016. 418p. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

NUNES, L. M. A. **Discutindo conceitos de Educação Financeira e Investimentos Financeiros: uma sequência didática para a Educação Básica**. 2022. 158p. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – CEFET/MG, Belo Horizonte, 2022.

ORGANIZAÇÃO DE COOPERAÇÃO E DE DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO, OCDE. **Recomendação sobre os Princípios e as Boas Práticas de Educação e Conscientização Financeira**, 2005. Tradução. Disponível em: [PT] [Recomendação Princípios de Educação Financeira 2005 .pdf](#) (oecd.org). Acesso em: 20 mar. 2021

SILVA, A. M.; POWELL, A. B. Um programa de Educação Financeira para a Matemática escolar da Educação Básica. In: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais...** Curitiba: PUC/PR, 2013.

# JOGO DAS RAÍZES, UMA FERRAMENTA NO AUXÍLIO DE ENSINO DA MATEMÁTICA

Mayke Armando do Valle <sup>25</sup>  
Sandro Rodrigues Mazorche <sup>26</sup>

---

## RESUMO

Este trabalho é um recorte sobre minha dissertação do PROFMAT - UFJF que está em desenvolvimento, como tal, ainda não possui resultados concretos. Neste trabalho buscamos desenvolver um jogo de tabuleiro e cartas, que seja de fácil confecção e desenvolva competências e habilidades importantes para um bom desenvolvimento da aprendizagem matemática, dos estudantes dos anos finais do segundo segmento do ensino fundamental e sobretudo atraia a simpatia e aproxime-os dessa disciplina que, infelizmente, ainda causa medo em tantas pessoas.

**Palavras-chave:** Diversão; Irracionais; Pitágoras; Radicais; Tabuleiro.

## 1. INTRODUÇÃO

Tendo em vista a dificuldade dos estudantes na compreensão e resolução de problemas que envolvam operações básicas com radicais, a inerente retórica de que aprender matemática é difícil, o desinteresse dos alunos em aprender e a excessiva exposição a um modelo tradicional frente as novas tecnologias, esta proposta tem como objetivo auxiliar os alunos do segundo segmento do ensino fundamental e médio, a aprender matemática de forma lúdica, através do desenvolvimento de um jogo de tabuleiro, e a dar protagonismo aos estudantes na construção do seu conhecimento matemático.

Ciente que os educadores estão expostos à variadas realidades escolares, a proposta é a criação de um jogo que possa ser desenvolvido em conjunto com os alunos, usando desde materiais acessíveis, como papel, caneta, régua e tampinhas de garrafas até outros materiais, sendo, portando um experiencia enriquecedora para os alunos independente do contexto no qual estão inseridos.

## 2. OBJETIVOS E METODOLOGIA

Com o objetivo de engajar os alunos no ensino de matemática, propõe-se o desenvolvimento de um jogo que possa ser inserido juntamente com a atividades curriculares no planejamento do professor, que envolverá um misto entre a geometria, aritmética e álgebra, a fim de auxiliar o estudante durante o processo de ensino aprendizagem.

---

<sup>25</sup> Universidade Federal de Juiz de Fora discente/UFJF; maykevalle@gmail.com

<sup>26</sup> Universidade Federal de Juiz de Fora docente/UFJF; sandro.mazorche@uff.edu.br

Serão construídos: um tabuleiro quadriculado, atribuindo assim a noção de plano cartesiano, o estudo de coordenadas e eventualmente o estudo de áreas; as cartas de movimento que terão o papel de relacionar os números naturais com os radicais; as fichas de desafio, que devem ser construídas visando o desenvolvimento do aluno na construção e resolução de situações problema. E, em uma versão mais evoluída do jogo - voltada para o ensino médio - pretendemos abordar o estudo de vetores. (DELGADO; FRENSEL; CRISSAFF, 2013; HEFEZ, 2013).

Corroborando com a tese do uso da criação e aplicação de um jogo como uma ferramenta facilitadora do processo de ensino de matemática, citamos Fiorentini et al. (1990, p.7), os jogos “[...] podem vir no início de um novo conteúdo com a finalidade de despertar o interesse da criança ou no final com o intuito de fixar a aprendizagem e reforçar o desenvolvimento de atitudes e habilidades”.

Os jogos fazem parte do letramento matemático e essas habilidades estão intrinsicamente ligadas aos processos matemáticos que, por sua vez, segundo a Base Nacional Comum Curricular:

São potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional. (BNCC, 2017, p.268).

A principal ideia do jogo é que na disputa entre os dois alunos, os mesmos desenvolvam familiaridade com radicais desenvolvendo uma visão geométrica abrangente e que explorem o tabuleiro utilizando movimentos estratégicos. Na figura 1, apresenta-se um exemplo de uma possível rodada, propomos que os jogadores mantenham sempre cinco cartas nas mãos e que haja seis cartas na mesa para ocasional troca, por necessidade ou estratégia. O objetivo final do jogo deve ser percorrer todos os pontos de coloração igual a inicial de cada jogador, o jogador que percorrer todo o percurso primeiro é o vencedor. Cada jogador tem direito a uma jogada de movimentação por turno, podendo mudar a posição do seu totem apenas na diagonal, diante da combinação de dois números naturais e um radical, Figura 2, onde o jogador da esquerda faz seu movimento apenas com as cartas de sua mão, Figura 3, onde o jogador da direita não tendo cartas para combinar, utiliza uma carta da mesa. Após as jogadas de movimento as cartas utilizadas retornam para o monte que deve ser embaralhado e novas cartas são repostas.

Pode-se ainda implementar fichas de desafio para cada um dos quatro pontos coloridos alcançados, atribuindo a elas vantagens caso o jogador vença o desafio ou desvantagens caso perca, aumentando assim o componente estratégico e enriquecendo a experiência educacional.

Figura 1: Jogo das Raízes

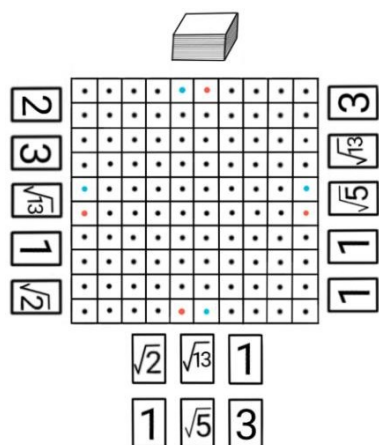


Figura 2: Jogo das Raízes

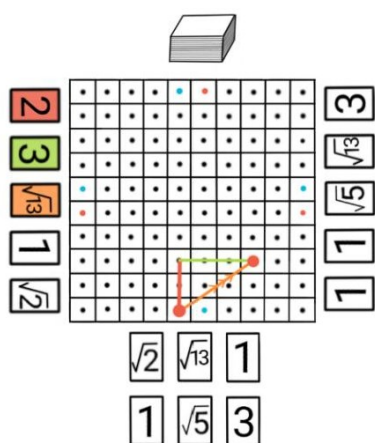
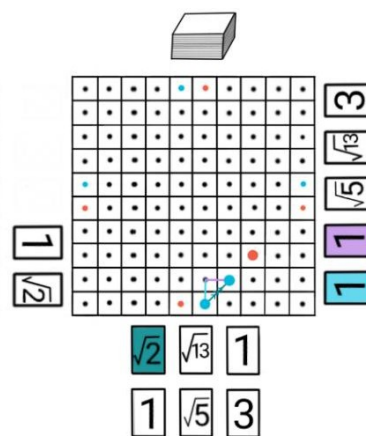


Figura 3: Jogo das Raízes



Fonte: o autor (2021)

### 3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em virtude dos fatos mencionados acreditamos que independente do ambiente institucional ou condições de trabalho, introduzir uma nova ferramenta nas aulas de matemática pode ser uma experiência muito enriquecedora para os educandos, estimulando-os ao desenvolvimento de seu raciocínio lógico, sua criatividade e habilidades sociais, de maneira prazerosa e interativa.

### REFERÊNCIAS

- Brasil. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília, DF, 2017.
- DELGADO, Jorge; FRENSEL, Katia; CRISSAFF, Lhaylla. **Geometria analítica**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.
- HEFEZ, Abramo. Aritmética. **Coleção PROFMAT**. Sociedade Brasileira de Matemática, 2013.
- FIorentini, Dario et al. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática. **Boletim da SBEM-SP**, v. 4, n. 7, p. 5-10, 1990.

# O ENSINO-APRENDIZAGEM DE TÓPICOS DE GEOMETRIA ANALÍTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Rodrigo Rafael Gurgel Martins <sup>27</sup>  
Erica Marlúcia Leite Pagani <sup>28</sup>

---

## RESUMO

Este trabalho, em construção, é um projeto de pesquisa de mestrado que nasce a partir da nossa inquietude frente a prática em sala de aula no processo de ensino-aprendizagem de tópicos de Geometria Analítica. Atualmente, esses conteúdos vêm dialogando com competências e habilidades sugeridas e orientadas pela BNCC (Base Nacional Comum Curricular) (BRASIL,2018), segundo a qual competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana. Nesse cenário, nos propomos a investigar como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem- Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir para o trabalho em sala de aula, permitindo aos estudantes da 3ª série do Ensino Médio transitar por diferentes representações no processo de ensino-aprendizagem de retas e circunferências no contexto da Geometria Analítica. Assim, intencionamos construir uma sequência de atividades que serão desenvolvidas em sala de aula, na perspectiva da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021). Em seguida, analisaremos os dados coletados investigando como essa metodologia favorece a aprendizagem desses conteúdos buscando compreender se ocorre a mobilização entre ao menos dois registros de representação semiótica.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; Ensino Médio; Resolução de Problemas; Registros de Representação Semiótica; Geometria Analítica.

## 1. INTRODUÇÃO

Como professores de Matemática da Educação Básica e com experiência em diversas redes de ensino percebemos, pela prática diária em sala de aula, que o processo adotado para o ensino-aprendizagem de tópicos de Geometria Analítica, por vezes, não favorece o trânsito entre abordagens gráficas e algébricas.

Atualmente, esses conteúdos vêm dialogando com as orientações descritas na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018) e, de acordo com esse documento, competência é a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana.

---

<sup>27</sup> Aluno do PROFMAT-CEFET-MG: rodgurgelmat@gmail.com

<sup>28</sup> Professora Dra. PROFMAT-CEFET-MG: leitepagani@gmail.com

Nesse contexto, apresentamos um projeto de pesquisa de mestrado cuja questão de pesquisa está apoiada na ideia de desenvolver o ensino-aprendizagem de tópicos de Geometria Analítica valendo-nos da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAAMaRP), utilizando uma sequência de atividades composta por problemas geradores. Essas atividades serão desenvolvidas em sala de aula e os dados analisados à luz da teoria que fundamenta a Resolução de Problemas e os Registros de Representação Semiótica.

Assim, nos questionamos: como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir para o trabalho em sala de aula permitindo aos estudantes da 3ª série do Ensino Médio transitar por diferentes representações no processo de ensino-aprendizagem de retas e circunferências no contexto da Geometria Analítica?

## **2. A METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM - AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA**

O ambiente dinâmico e os diferentes contextos presentes na sala de aula oferecem potencialidades diversas para a abordagem de conteúdos associados a um determinado objeto de conhecimento de forma coletiva e construtiva, sendo o estudante o protagonista do processo de ensino-aprendizagem e o professor o mediador das etapas desse processo e o responsável pela formalização do conteúdo. Segundo Onuchic e Allevato (2019),

Orientações curriculares atuais e pesquisas consideram que a aprendizagem deve ocorrer por um processo ativo e construtivo em que os estudantes realizam as atividades de sala de aula à luz de suas crenças e assimilam as informações dentro de suas estruturas de conhecimento pré-existentes (p.2).

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAAMaRP)

é uma perspectiva de ensino que está apoiada na tríade ensino- aprendizagem-avaliação e que utiliza o problema para desenvolver a construção do conhecimento de algum conceito matemático de forma que o aluno possa construir seu próprio aprendizado com compreensão e significado. (PAGANI, ALLEVATO, 2016, p.92)

O problema gerador é proposto ao estudante antes mesmo dos conteúdos sobre o objeto matemático em estudo terem sido apresentados formalmente pelo professor e a compreensão de novos conceitos é construída quando se resolve um problema. Nessa pesquisa, as atividades em sala de aula serão encaminhadas segundo a MEAAMaRP, utilizando 10 (dez) etapas apresentadas por Allevato e Onuchic (2021), descritas brevemente a seguir:

- 1) Preparação do problema – O professor deve selecionar o problema gerador visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento,
- 2) Leitura individual - ,
- 3) Leitura em conjunto,
- 4) Resolução do problema - De posse do problema e sem dúvidas quanto ao enunciado, os estudante, buscam resolvê-lo,
- 5) Observar e incentivar - Enquanto os estudantes
- 6) em grupo buscam resolver o problema, o professor observa os estudantes e estimula o trabalho colaborativo,
- 7) Registro das soluções na lousa - Representantes dos grupos são convidados a registrar suas resoluções,
- 8) Plenária - Nessa etapa todos os estudantes são convidados a discutir as soluções registradas pelos colegas,
- 9) Busca do consenso - o professor tenta, com a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto,
- 10) Formalização do conteúdo - Nesse momento, o professor registra na lousa uma apresentação “formal” - organizada e estruturada em linguagem matemática - padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema,
- 11) Proposição de novos problemas- após a formalização do conteúdo, são propostos aos estudantes novos problemas envolvendo conteúdos e conceitos abordados pelo problema gerador.

### **3. OS PROBLEMAS PROPOSTOS NESSA 10ª ETAPA,**

[...] possibilitam analisar se foram compreendidos os elementos essenciais do conteúdo matemático introduzido naquela aula e consolidar as aprendizagens construídas nas etapas anteriores, bem como aprofundar e ampliar as compreensões acerca daquele conteúdo ou tópico matemático, gerando um círculo que se configura pela construção de novos conhecimentos e pela resolução de novos problemas, e assim por diante. (ALLEVATO, ONUCHIC, 2021, p. 50)

Nesse contexto, desejamos investigar os registros de representação semiótica presentes nos protocolos das atividades resolvidas pelos estudantes.

Um registro de representação pode ser considerado semiótico quando permite a formação de uma representação. Segundo Duval, a aprendizagem de um determinado objeto matemático está estritamente ligada à ação e formas de registros: “O sujeito só aprende um

determinado conceito matemático quando consegue mobilizar simultânea ao menos dois registros de representação, ou seja, trocar espontaneamente de um registro de representação para outro” (DUVAL, 2003, p. 14). Nessa perspectiva, os tópicos de Geometria Analítica, estudados na 3ª série do Ensino Médio, são ricos em representações e registros, uma vez que propõem uma interface entre a geometria e álgebra. Dada a amplitude presente nessa geometria e sem a pretensão de esgotar todas as análises de recortes possíveis, escolhemos nesta dissertação, investigar o ensino-aprendizagem de retas e circunferências.

#### 4. OBJETIVOS

No intuito de responder nossa questão de pesquisa objetivamos, ainda,

- Estudar a BNCC do Ensino Médio, com atenção para suas orientações a respeito de estratégias de ensino-aprendizagem e as habilidades que envolvem o objeto de conhecimento dessa dissertação
- Fazer uma revisão teórica sobre a Resolução de Problemas, história e concepções.
- Elaborar problemas geradores e uma sequência de atividades para o estudo de retas e circunferências.
- Desenvolver em sala de aula essa sequência de atividades seguindo as etapas da MEAAMaRP.
- Identificar e analisar os registros de representação (conversão e tratamento), nas atividades desenvolvidas pelos estudantes.

#### 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

No trabalho a ser desenvolvido buscaremos conexões entre objetos de conhecimento e seus registros, o que é uma tarefa que demandará fundamentação teórica que nos permita estabelecer relações entre a prática de sala de aula e suas intersecções com a teoria. Nesse sentido, esperamos que a teoria de Resolução de Problemas e Registros de Representação Semiótica bem como as atividades desenvolvidas em sala de aula nos permitam responder à nossa questão de pesquisa. Nessa perspectiva, esperamos apresentar um trabalho que nos dê pistas e elementos que dialoguem com a nossa pesquisa e que nos possibilite contribuir com a melhoria do ensino e aprendizagem de retas e circunferências na 3ª série do ensino médio.

#### REFERÊNCIAS

BRASIL, Secretaria de Educação Básica. Base Nacional Comum Curricular: **Educação é a Base**. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Básica 2018. 600 p. Disponível em:



[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf). Acesso em 08 de abr. 2020.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. Tradução Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosani Abreu da Silveira. 1. Ed. São Paulo: Livraria da Física, 2003. (Fascículo I).

PAGANI, E. M. L, ALLEVATO N. S. G. O trabalho com Derivadas no Ensino Médio através da Resolução de Problemas: aspectos da avaliação. **REnCima**, v.7, n.1, 2016, p. 86-101.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO N. S. G. **Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas?** In: ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N.S. G.; NOGUTI, F.C.H.; JUSTILIN, A. M.(Org.). Resolução de Problemas. 1. ed. São Paulo: Paco Editorial, 2021.

# DESENVOLVIMENTO DA HABILIDADE DE VISUALIZAÇÃO ESPACIAL COM O AUXÍLIO DA REALIDADE AUMENTADA

Jaime Batista de Souza <sup>29</sup>  
Deborah Faragó Jardim <sup>30</sup>  
Fábio Silva de Souza <sup>31</sup>

---

## RESUMO

O presente texto tem por objetivo apresentar a essência da dissertação de mestrado apresentada por Souza (2020) ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), polo da UFVJM - Campus do Mucuri. Trata-se da utilização do recurso de Realidade Aumentada, disponível em softwares e aplicativos de fácil acesso, com grande potencial para enriquecer e estimular o aprendizado de conceitos matemáticos que exigem dos estudantes a habilidade de visualização espacial bem desenvolvida. São apresentadas sequências didáticas que podem ser aplicadas em unidades curriculares como Funções de Várias Variáveis, Mecânica dos Sólidos, Geometria Espacial e Desenho e Projeto para Computador.

**Palavras-chave:** Realidade Aumentada. Visualização Espacial. Modelo 3D. GeoGebra.

## 1. INTRODUÇÃO

A humanidade vive atualmente em constante *upgrade* tecnológico. Cotidianamente, uma nova tecnologia torna-se disponível para a grande maioria das pessoas, tornando inevitável que chegue em ambiente de ensino. Os educadores precisam estar em constante capacitação para poder acompanhar e aproveitar tais inovações tecnológicas como ferramentas pedagógicas que despertem o interesse dos estudantes.

Diante dessa realidade, Souza (2020) aborda, em sua dissertação de mestrado, propostas de utilização do recurso de realidade aumentada (RA) aplicadas ao ensino de conceitos matemáticos que exigem do aprendiz a habilidade de visualização espacial bem desenvolvida. Por meio de sequências didáticas (SDs) construídas com base na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), proposta por Raymond Duval (1995), são apresentados roteiros para construção de modelos 3D através do *software* livre GeoGebra que, quando aplicados num ambiente real utilizando o recurso de RA, oferecem ao estudante uma experiência de observar, de vários ângulos, objetos tridimensionais.

---

<sup>29</sup> UFVJM, técnico administrativo e egresso do Profmat, jaime.bs@ufvjm.edu.br

<sup>30</sup> UFVJM, docente, deborah.farago@ufvjm.edu.br

<sup>31</sup> UFVJM, docente, fabio.souza@ufvjm.edu.br

Estas SDs foram elaboradas com o objetivo de contribuir com o ensino em unidades curriculares integradas aos cursos de Ciência e Tecnologia, Licenciatura em Matemática e Engenharia Civil, da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri (UFVJM).

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

No referencial teórico apresenta-se autores que apontam as dificuldades dos estudantes quanto à visualização espacial. Couy (2008) descreve o significado do termo “visualização” no processo de aprendizagem como que de fundamental importância para a concretização do raciocínio matemático.

Roncaglio e Nehring (2017) traz um relato de experiência que exemplifica bem a problematização tratada aqui, onde um grupo de estudantes de engenharia é submetido a atividades envolvendo o conceito de vetores no espaço e apresenta um alto índice de erros, comprovando a carência dos estudantes quanto à habilidade de visualização espacial na tentativa de entender e solucionar problemas matemáticos.

O uso da RA na educação é uma ferramenta pedagógica interessante. Em Souza (2020), é possível encontrar diferentes aplicativos e *softwares* que atendem a essa especificidade.

## 3. SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS DESENVOLVIDAS

As unidades curriculares para as quais foram pensadas as SDs são: Funções de Várias Variáveis (FVV), Mecânica dos Sólidos (MecSol), Geometria Espacial (GE) e Desenho e Projeto para Computador (DPC). Com base nos planos de ensino dessas unidades curriculares, foram identificados os tópicos envolvendo conceitos matemáticos que podem ser estudados e representados por meio de objetos 3D, exigindo dos estudantes a habilidade de visualização espacial.

Os tópicos escolhidos para as atividades foram: “Vetores no Espaço”, em MecSol, “Cálculo com curvas paramétricas” em FVV, “Estudo de Poliedros” em GE e “Estudo de Projeções e Vistas Ortográficas e Desenho Arquitetônico” em DPC.

Tendo como base a TRRS, as SDs foram construídas de tal forma que o estudante fará as conversões entre os registros semióticos, sendo um destes com aplicação do recurso de RA. As atividades são propostas em três etapas: (1) encontrar a solução numérica, (2) construir a representação gráfica em 3D e (3) explorar o objeto 3D em RA.

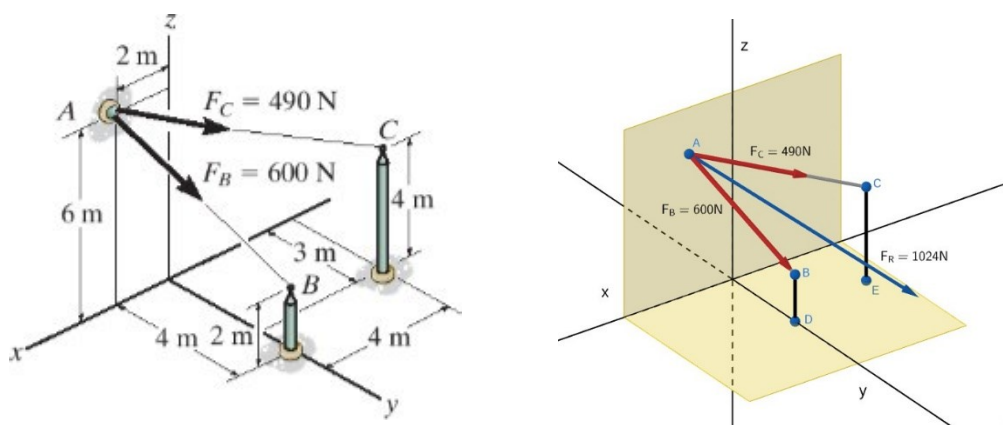
O estudante precisa encontrar a solução numérica fazendo a conversão do registro de representação pictórica para o registro de representação numérica, através dos cálculos

aplicando as teorias já estudadas e, em seguida, construir um modelo 3D que represente o problema.

Na etapa final, com o objetivo de estimular o desenvolvimento da capacidade de visualização espacial, o estudante deve explorar o objeto 3D (previamente armazenado no repositório da plataforma [geogebra.org](http://geogebra.org)), utilizando o *app* Calculadora 3D no dispositivo do *smartphone*.

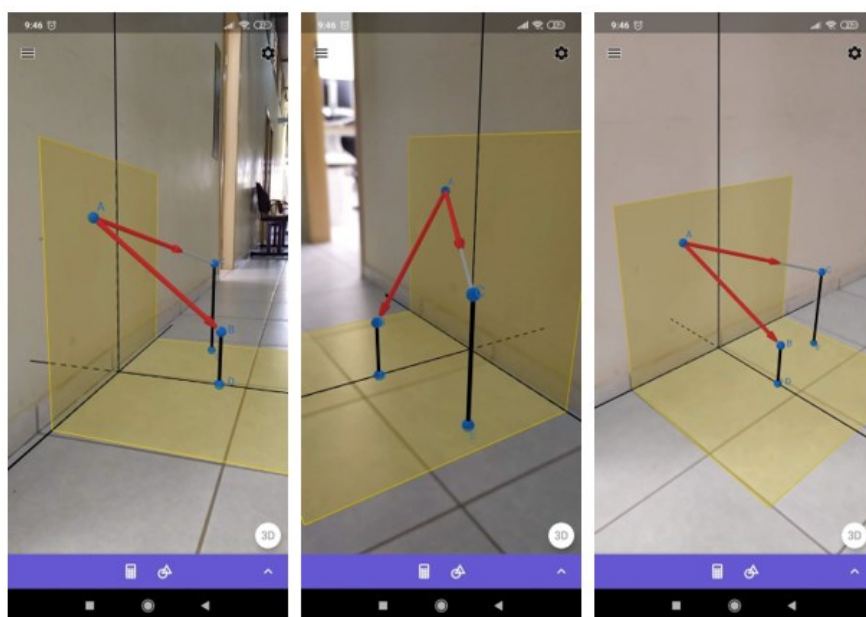
Após vasta pesquisa e levantamento bibliográfico, foram definidas as atividades que seriam propostas. Em MecSol, por exemplo, tratou-se do estudo do problema F2.24 do livro didático adotado pelo docente (HIBBELER, 2017). As Figuras 1 e 2 apresentam as etapas de desenvolvimento do modelo 3D e aplicação em RA.

**Figura 1:** Ilustração do problema F2.24 e modelo 3D construído no GeoGebra.



**Fonte:** Adaptado de Hibbeler (2017) à esquerda e modelo criado pelo autor à direita.

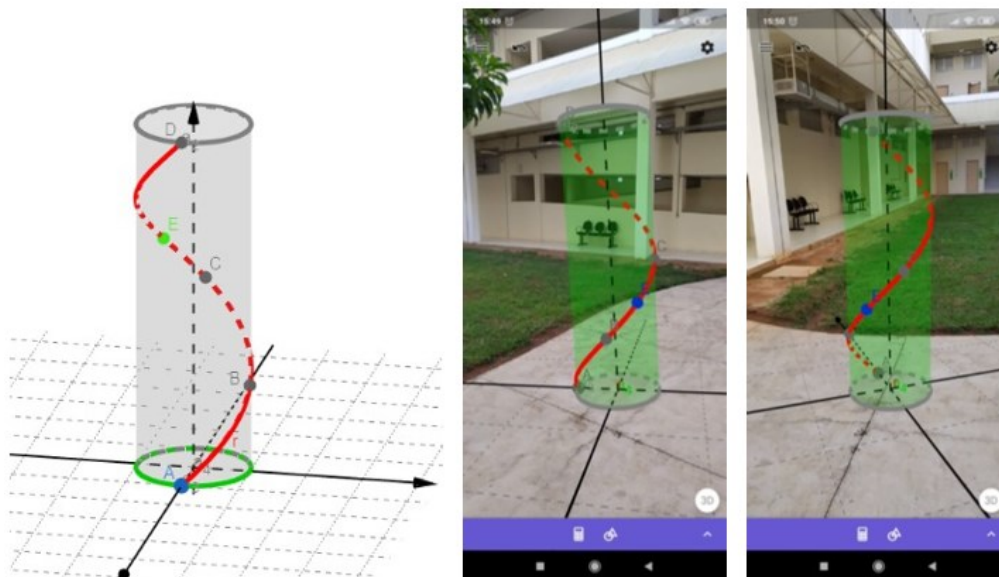
**Figura 2:** Modelo 3D aplicado em RA



**Fonte:** Produção do autor

Em FVV escolheu-se um problema de uma asa-delta levantando voo, cuja modelagem pode ser observada na Figura 3. Recomendamos aos leitores deste texto que consultem o trabalho completo de Souza (2020) para conhecerem as demais sequências didáticas desenvolvidas e os passos necessários na construção de cada caso.

**Figura 3:** Modelo 3D construído no GeoGebra, à esquerda, e depois aplicado em RA



**Fonte:** Produção do autor

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este texto serve como base para a elaboração de atividades que explorem conceitos matemáticos essenciais para a formação de matemáticos, engenheiros, etc. Na Educação Básica também há um campo bastante promissor para a aplicação de SD semelhantes a estas, pois é nesta fase de aprendizado que os estudantes precisam desenvolver a habilidade de visualização espacial.

Atualmente, o perfil do estudante é de um sujeito alfabetizado tecnologicamente. Isso facilita a aplicação de atividades que envolvem o uso de recursos computacionais e aplicativos em dispositivos móveis.

É importante ressaltar que, na aplicação das atividades, podem surgir problemas como incompatibilidade dos *softwares* e aplicativos com os aparelhos utilizados. Alguns modelos de *smartphones* não possuem o recurso de RA na sua configuração nativa. Uma forma de contornar esta situação é procurar na internet *plugins* que fazem a compatibilização do recurso de RA com o dispositivo. Não sendo possível, o docente deve buscar formas de incluir os estudantes que não possuem o recurso.

Esperamos que este trabalho traga contribuições para melhorar a qualidade do ensino estimulando o interesse dos estudantes. Que os docentes se apropriem da aqui propostas e consigam aplicar uma dinâmica diferenciada em suas atividades de ensino.

## REFERÊNCIAS

**COUY, Lais. Pensamento visual no estudo da variação de funções.** 2008. Tese de Doutorado. Dissertação de Mestrado. PUC–Minas. Belo Horizonte. Disponível em: [http://server05.pucminas.br/teses/EnCiMat\\_CouyL\\_1.pdf](http://server05.pucminas.br/teses/EnCiMat_CouyL_1.pdf). Acesso em: 27 maio 2022.

**DUVAL, R. Sémiotique et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels.** [S.l.]: Peter Lang Berne, 1995.

**HIBBELER, R. C. Estática: mecânica para engenharia.** 14. ed. [S.l.]: Pearson Education do Brasil, 2017. Tradução Daniel Vieira.

**RONCAGLIO, V.; NEHRING, C. M. Atividades de tratamento e conversão em operações com vetores por estudantes de engenharia – dificuldades identificadas.** Educação Matemática em Revista - RS, v. 1, n. 18, 25 ago. 2017.

**SOUZA, Jaime Batista de. Sequências didáticas com Realidade Aumentada como auxílio para desenvolver a habilidade de visualização espacial.** 2020. 104 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Proformat, UFVJM, Teófilo Otoni, 2020. Disponível em: [https://sca.proformat-sbm.org.br/proformat\\_tcc.php?id1=5688&id2=171053135](https://sca.proformat-sbm.org.br/proformat_tcc.php?id1=5688&id2=171053135). Acesso em: 13 maio 2022.

# ABORDAGENS LÚDICAS PARA O ENSINO DO ALGORITMO DA DIVISÃO

Luana França Evangelista <sup>32</sup>  
Frederico Augusto Menezes Ribeiro <sup>33</sup>  
Jane Lage Bretas <sup>34</sup>  
Pedro Henrique Pereira Daldegan <sup>35</sup>

---

## RESUMO

Inicialmente, este projeto pretende investigar as causas das dificuldades dos alunos do 6º ano no aprendizado do Algoritmo da Divisão, tanto de números inteiros quanto de números racionais. Visto que esses tópicos geralmente são ensinados de forma mecanizada, despertando pouco interesse nos estudantes, proporemos planos de aulas, ou um conjunto de atividades lúdicas, para o ensino desses conteúdos, de forma a motivar e aumentar o engajamento dos alunos. Outros tópicos que possivelmente serão abordados nos planos de aula serão a divisibilidade e números primos.

**Palavras-chave:** Algoritmo da Divisão; Gamificação; Ensino de Matemática; Jogos.

## 1. INTRODUÇÃO

As operações adição, subtração, multiplicação e divisão constituem ferramentas fundamentais para o ensino de Matemática e a realização de práticas cotidianas. O domínio dessas operações é muito importante para a compreensão dos conteúdos que serão transmitidos no decorrer da vida social ou estudantil de uma pessoa.

Apesar do desenvolvimento ocorrido no ensino de Matemática, o ensino das operações fundamentais se manteve como uma aplicação mecanizada de algoritmos, sendo um grande desafio para educadores desenvolverem nos seus discentes outra perspectiva de aprendizagem.

Mais especificamente no contexto da operação de divisão, que possui o algoritmo mais delicado e mecanizado, destacamos as seguintes questões motivadoras deste trabalho: Qual a melhor forma de trabalhar a divisibilidade dos números? Como propiciar engajamento no aprendizado? Como minimizar as dificuldades inerentes ao algoritmo da divisão?

Segundo a BNCC, um discente de sexto ano deve ser capaz de:

(EF06MA05) Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos “é múltiplo de”, “é divisor de”, “é fator de”, e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2,

---

<sup>32</sup> Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET-MG, Aluna; luanafbh2@hotmail.com.

<sup>33</sup> Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET-MG, Professor; fredribeiro@cefetmg.br.

<sup>34</sup> Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET-MG, Professora; janebretas@cefetmg.br.

<sup>35</sup> Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET-MG, Professor; phpdaldegan@cefetmg.br.

3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000. [...] (EF06MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor. (BRASIL, 2018, p.301).

Apesar da importância desse tópico, nota-se que a Matemática é considerada por muitos alunos uma disciplina não atrativa e com alto nível de dificuldade. As justificativas mais comuns para tal fenômeno circundam entre a defasagem de conteúdo e os métodos de ensino mecanizados e descontextualizados, em detrimento de reflexões, análise de situações problema e desenvolvimento do raciocínio lógico do aluno.

Segundo a BNCC (2018), recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e *softwares* de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas. Sendo assim, a gamificação e o uso de jogos podem ser aplicados em sala de aula como uma alternativa ao ensino expositivo.

Nesta perspectiva de concepção e trabalho com os jogos, os autores discutem o jogo no processo de formação de conceitos matemáticos, defendendo que, num contexto escolar, o jogo de regras possibilita à criança a construção de relações quantitativas ou lógicas, que se caracterizam pela aprendizagem em raciocinar e demonstrar, questionar o como e o porquê dos erros e acertos. (GRANDO, 2000, p.16).

O uso de jogos, ou de mecânicas de jogos, para fins educacionais, não resolve o problema completamente. Contudo, dependendo do perfil do docente e da turma, os jogos podem funcionar como facilitadores da aprendizagem, além de corroborarem para o desenvolvimento de habilidades lógicas e sociais.

## **2. OBJETIVOS DE PESQUISA**

Desejamos identificar os procedimentos e estratégias utilizados pelos alunos para resolver as operações de divisão de números naturais e racionais. Realizar um levantamento das dificuldades apresentadas na resolução do algoritmo e de problemas de divisão com números inteiros e racionais. Por fim, elaborar uma abordagem lúdica para o ensino do algoritmo da divisão e conceitos associados.

## **3. METODOLOGIA DE TRABALHO**

Inicialmente, faremos um estudo diagnóstico da compreensão do conceito de divisibilidade de números em alunos de turmas de 6º ano. Em seguida, avaliaremos alguns aspectos históricos da divisibilidade e faremos uma revisão de como ela é apresentada em livros didáticos do Ensino Fundamental. Ainda, faremos uma revisão bibliográfica em artigos



científicos e uma pesquisa em jogos já existentes sobre o tema, para propormos atividades lúdicas que possam servir de apoio ao ensino da divisão.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Espera-se que este trabalho ofereça um material que contribua para o ensino do algoritmo da divisão e tópicos relacionados de uma maneira mais interessante para os discentes. Temos por premissa permitir que eles investiguem, construam conceitos e desenvolvam habilidades importantes para a aprendizagem de Matemática, como a formulação de hipóteses, dedução de resultados e a reflexão e análise de situações problema.

A busca por um ensino que considere o aluno como sujeito do processo, que seja significativo para o aluno, que lhe proporcione um ambiente favorável à imaginação, à criação, à reflexão, enfim, à construção e que lhe possibilite um prazer em aprender, não pelo utilitarismo, mas pela investigação, ação e participação coletiva de um "todo" que constitui uma sociedade crítica e atuante, leva-nos a propor a inserção do jogo no ambiente educacional, de forma a conferir a esse ensino espaços lúdicos de aprendizagem.. (GRANDO, 2000, p.15).

Outras contribuições esperadas são uma pesquisa de como se deu historicamente a construção e quais foram as motivações para o desenvolvimento do algoritmo da divisão. Faremos um levantamento e uma análise das sugestões de metodologias para o ensino deste tópico disponíveis em livros didáticos utilizados em turmas de 6º ano do ensino fundamental.

#### REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: link. Acesso em: 30 de maio de 2022.

GRANDO, Regina. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. Campinas. 2000. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

# ESTUDO DE PROBABILIDADE POR MEIO DA ESTRATÉGIA DE APRENDIZAGEM TBL

Edemilson Lemos Palmeira Júnior<sup>36</sup>  
Érica Marlúcia Leite Pagani<sup>37</sup>

## RESUMO

O trabalho que aqui apresentamos é um recorte de uma pesquisa mais ampla que foi desenvolvida no programa de Mestrado Profissional de Matemática em Rede Ampla (PROFMAT) no Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG), e que teve como objetivo analisar como uma sequência didática, desenvolvida por meio da Estratégia de Ensino-Aprendizagem TBL (Team Based Learning) pode contribuir para melhorar o Ensino e a Aprendizagem acerca do tema Probabilidade. Para o desenvolvimento dessa pesquisa, elaboramos e aplicamos um questionário de sondagem inicial e, em seguida, construímos e desenvolvemos os três percursos metodológicos que compõem a sequência didática. Neste artigo, objetivamos apresentar como se deu a elaboração desta sequência apoiada nos pressupostos da TBL. Tanto a pesquisa maior quanto este artigo são de natureza qualitativa e a sequência foi elaborada de maneira a favorecer o registro de respostas discursivas dos alunos a fim de que essas pudessem nos trazer informações importantes acerca de suas percepções sobre a TBL e de seus aprendizados. Constatamos, na pesquisa mais ampla, que essa sequência didática contribuiu de maneira significativa para o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos acerca do tema. Dessa forma, esperamos que esse trabalho contribua e sirva de apoio e estímulo para demais professores.

**Palavras-chave:** Ensino-Aprendizagem. Ensino Médio. Probabilidade. TBL.

## 1. INTRODUÇÃO

A educação mundial e conseqüentemente a brasileira, vêm passando por grandes transformações nestes mais recentes 10 anos, em relação a presença e implementação de novas tecnologias nas escolas, assim como novas metodologias de ensino-aprendizagem que deram origem às metodologias ativas, sendo essas muito utilizadas na atualidade para o desenvolvimento do ensino-aprendizagem dos alunos.

Dessa forma, entendemos a Aprendizagem Baseada em Equipe – TBL (*Team Based Learning*) como uma metodologia ativa uma vez que ela coloca o aluno como um sujeito ativo de seu processo de aprendizagem e baseia-se em conceitos da sala de aula invertida. Bacich e Moran (2018) explicitam que “ As metodologias ativas dão ênfase ao papel protagonista

<sup>36</sup> CEFET/MG. Egresso do PROFMAT. edemilsonlemons@hotmail.com

<sup>37</sup> CEFET/MG. Prof. Dra. leitepagani@gmail.com

do aluno, ao seu desenvolvimento direto, participativo e reflexivo em todas as etapas do processo, experimentando, desenhando, criando, com orientação do professor; [...]” (p. 4).

Sendo assim, desenvolvemos uma pesquisa, de natureza qualitativa, no âmbito do Mestrado Profissional de Matemática em Rede Ampla (PROFMAT), no Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG), que buscava abordar e discutir questões que contribuíssem com o conteúdo de Probabilidade e cujo objetivo foi analisar como uma sequência didática, desenvolvida por meio da Estratégia de Ensino-Aprendizagem TBL (Team Based Learning) pode contribuir para melhorar o ensino e a aprendizagem acerca do tema Probabilidade.

Neste artigo, apresentamos um recorte da pesquisa mais ampla com o objetivo de apresentar como se deu a elaboração desta sequência apoiada nos pressupostos da TBL. Tanto a pesquisa maior quanto este artigo são de natureza qualitativa e a sequência foi elaborada de maneira a favorecer o registro de respostas discursivas dos alunos a fim de que essas pudessem nos trazer informações importantes acerca de suas percepções sobre a TBL e de seus aprendizados.

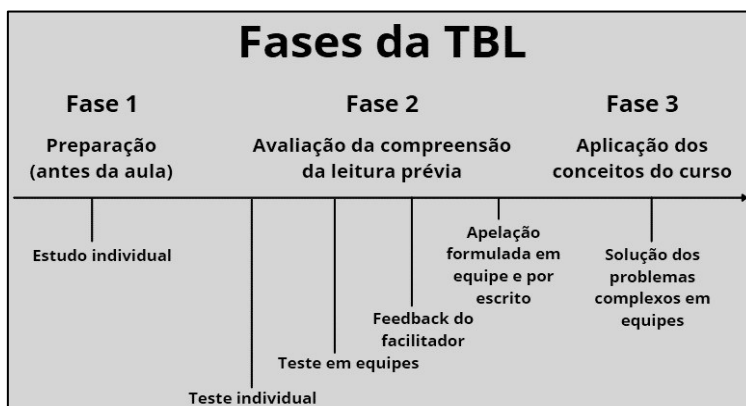
## **2. APRENDIZAGEM BASEADA EM EQUIPE -TBL (TEAM BASED LEARNING)**

A TBL é uma estratégia metodológica de ensino-aprendizagem que procura promover a aprendizagem dos alunos por meio da colaboração, participação efetiva, comunicação, autoaprendizagem e resolução de problemas complexos, do assunto a ser estudado.

Uma sessão de TBL inicia-se com a divisão da turma em grupos de 5 a 7 alunos, divisão que deve ser feita pelo professor, a fim de diversificar a formação do grupo.

Após a divisão dos grupos, o professor deve disponibilizar com antecedência, o(s) material(is) que será(ão) utilizado(s) na sessão da TBL, como por exemplo, livros, artigos, dissertações, vídeo-aulas, sites, entre outros, a fim de que os alunos, em seu tempo, façam leituras, assistam a vídeos, façam resumos e anotações sobre o tema em questão, a fim de se preparem para os testes, denominados testes de garantia de preparo. Essa preparação desenvolve no aluno habilidades como responsabilidade e autoaprendizagem, uma vez que ele precisa se preparar individualmente para as avaliações, individual e em equipes, que serão aplicadas após seu estudo. A realização de uma sessão de TBL pode ser sintetizada na imagem abaixo.

Figura 1: Fases da TBL



Fonte: OLIVEIRA, C. A. (2015, p. 12)

Sugere-se que as questões das avaliações devem ser do tipo múltipla escolha e os gabaritos das avaliações devem seguir modelos como os apresentados a seguir.

Figura 2: Gabarito de Aprendizagem Individual preenchido.

Gabarito de Aprendizagem – Avaliação do preparo prévio individual.

Nome: **X X X X X X X** **36 pontos**

Instruções: Cada questão vale cinco pontos e você deve assinalar um total de cinco pontos em cada linha. Se estiver totalmente seguro da resposta, marque 5 pontos na alternativa escolhida. Se estiver com dúvida entre duas, três ou quatro distribua os cinco pontos entre elas. Se você estiver totalmente inseguro sobre a resposta correta, você pode assinalar 1 ponto em cada célula.

Alternativa/ Questão	A	B	C	D	E	Alternativa correta	Nº de pontos
1	5	1	1	1	1	A	5
2	1	1	1	1	1	C	5
3	1	1	1	1	1	D	5
4	1	1	1	1	1	D	5
5	1	1	1	1	1	D	5
6	1	1	1	1	1	A	5
7	1	1	1	1	1	C	5
8	1	1	1	1	1	B	5
9	1	1	1	1	1	B	5
10	1	1	1	1	1	B	5

Como cada questão vale 5 pontos e são dez questões, a pontuação máxima é de 50 pontos. Você se classifica em S (suficiente) se tiver 35 pontos ou mais ou em I (insuficiente) se fizer menos de 35 pontos.

Fonte: Elaborada pelo AUTOR (2021) (Adaptado)

Figura 3: Gabarito de Aprendizagem em Equipes raspado.

GABARITO IMEDIATO - GR-1®

Equipe (nº) \_\_\_\_\_

Assunto \_\_\_\_\_

Teste (nº) \_\_\_\_\_

Total \_\_\_\_\_

RASPE PARA VER A RESPOSTA

R.C.	PTS	A	B	C	D	E
E	5					
B	5					
E	5					
D	5					
A	4					
E	3					
B	5					
A	5					
C	5					
D	3					

Fonte: OLIVEIRA, C. A. (2015, p. 18)

Se durante a avaliação individual ou nas discussões em equipes, os alunos perceberem algum erro de gabarito, na própria questão ou de dupla interpretação, após o teste em equipes, eles podem registrar, em um documento disponibilizado pelo professor que analisará o pedido dos alunos e dará seu feedback no mesmo dia. É de extrema importância o feedback do teste e o professor deve oportunizar um momento para discussão das questões, bem como uma retomada de conceitos e detalhamento do conteúdo com os alunos.

Por fim, a sessão finaliza com uma avaliação em equipes, com a resolução de problemas mais elaborados, a fim de perceber se os alunos são capazes de resolver tais problemas de forma cooperativa e colaborativa nas equipes.

Ressaltamos que, por esta ser uma pesquisa de natureza qualitativa, optamos por trabalhar apenas com questões discursivas. Entendemos que a interpretação dos dados é favorecida por uma avaliação discursiva. Dessa forma, todas as avaliações aplicadas, foram discursivas, tanto individualmente, quanto em equipes.

Observamos inúmeras vantagens de se trabalhar com a TBL uma vez que ao propor que os alunos façam leituras prévias, pode despertar o interesse deles sobre um determinado assunto, levando os alunos a buscarem novos conhecimentos, enriquecendo as discussões. O trabalho em equipes favorece a comunicação, cooperação, respeito à opinião do outro, dentre outras coisas.

### **3. A SEQUÊNCIA DIDÁTICA ELABORADA**

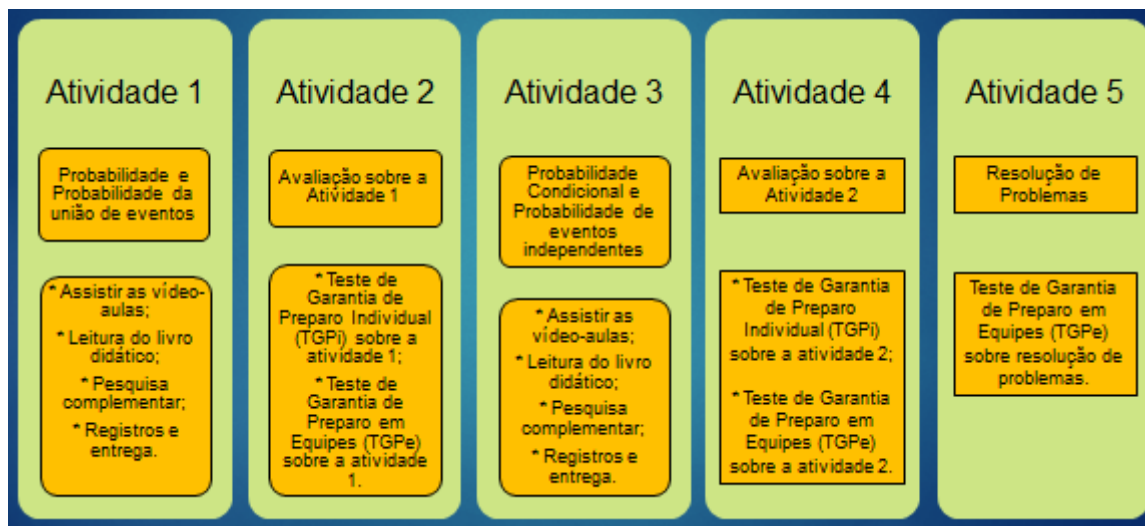
Para o desenvolvimento das atividades em sala de aula foi elaborada uma sequência didática tendo como público-alvo alunos da 2ª série do Ensino Médio, os quais possuíam um conhecimento prévio básico sobre Probabilidade. A sequência didática é uma maneira de configurar de forma ordenada como e quais as atividades serão desenvolvidas com os alunos. É uma forma de personalização e de organização de todas as atividades que serão desenvolvidas para alcançar o objetivo maior, que é a aprendizagem do aluno.

A aprendizagem é uma construção pessoal que cada pessoa realiza graças à ajuda que recebem de outras pessoas. Esta construção, que será realizada por parte do educando, está diretamente relacionada ao seu interesse e disponibilidade, de seus conhecimentos prévios e de sua experiência. (ZABALA, 1998, p. 63).

Assim, a sequência didática foi elaborada visando uma revisão e apresentação de novos conceitos e conteúdos sobre Probabilidade, incluindo aqueles previstos nas orientações da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018).

Essa sequência foi desenvolvida em três percursos metodológicos da seguinte forma: Percurso Metodológico 1 (Atividades 1 e 2), Percurso Metodológico 2 (Atividades 3 e 4) e Percurso Metodológico 3 (Resolução de Problemas). Foi necessária essa divisão pois o conteúdo de Probabilidade na 2ª série do Ensino Médio é muito extenso. Na figura 04 apresentamos, resumidamente, os conteúdos trabalhados em cada uma das atividades da sequência didática.

**Figura 4:** Desenvolvimento da Sequência Didática.



**Fonte:** Elaborada pelo AUTOR (2022)

Ressaltamos que essas atividades que compõem a sequência didática foram elaboradas de modo a favorecer o aprendizado dos alunos, à luz dos pressupostos da TBL, e também levando em conta que essa sequência possa servir de material de apoio ou inspiração para outros professores de forma a contribuir para a melhoria do ensino-aprendizagem de Probabilidade.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A estratégia de aprendizagem TBL possibilitou um desenvolvimento do aprendizado autônomo dos alunos uma vez que eles tiveram a oportunidade de serem sujeitos ativos de suas próprias aprendizagens, desenvolvendo o trabalho em equipes, a colaboração, o diálogo e o respeito a opinião do outro. A TBL possibilitou um aumento significativo na aprendizagem dos alunos quando comparamos os resultados das avaliações individuais com os resultados das avaliações em equipes. Mais detalhes sobre a sequência didática e seu desenvolvimento podem ser encontrados em Júnior (2022).

Esperamos que a sequência didática produzida colabore com professores que buscam o desenvolvimento do conteúdo de Probabilidade de forma ativa e que estimule os estudantes a se interessarem mais pelo tema em questão.

## REFERÊNCIAS

BACICH, L. MORAN, J. **Metodologias ativas para uma educação inovadora**. Porto Alegre: Penso, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC: Educação é a Base**. Brasília: MEC, 2018, 595p.

JÚNIOR, E. L. P. **Estudo de Probabilidade por meio da Estratégia de Aprendizagem TBL (Aprendizagem em Equipe)**. 2022. 142f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – CEFET/MG, Belo Horizonte, 2022.

OLIVEIRA, C. A. **Metodologia Ativa de Ensino-Aprendizagem: Manual do TBL**. Itu: Edição do Autor, 2015. Edição do Kindle.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

# CURVAS PLANAS NO ENSINO MÉDIO

Joardson Junio Fernandes Soares<sup>38</sup>

## RESUMO

Este trabalho teve um enfoque nas Curvas Planas no Ensino Médio com uma perspectiva literária de aprofundamento teórico e de sugestão pedagógica. Foram introduzidas as noções de curvas planas e curvas parametrizadas, tais como: Elipse, Hipérbole, Cicloide, Lemniscata de Bernoulli. Além disso, utilizando os conceitos de geometria diferencial, apresentou-se várias curvas regulares com mesmo traço, através da mudança de parâmetro, demonstrando o conceito de Curvaturas, usando a fórmula de Frenet para curvas parametrizadas pelo comprimento do arco. Com intuito de demonstrar o Teorema de Jordan, abordou uma ideia geral de topologia, incluindo definições e resultados básicos, além de algumas noções de espaços métricos, funções e caminhos conexos, a fim de facilitar a execução e compreensão do teorema. Por fim, usando a propriedade de separação de polígonos no plano, demonstrou-se o Teorema de Jordan, que se enuncia: “Uma curva de Jordan separa o plano em duas regiões, uma limitada e outra ilimitada, sendo o traço da curva a fronteira comum das duas regiões” de fácil compreensão, mas de demonstração complexa. Como proposta de intervenção em sala de aula, foram apresentadas as atividades envolvendo a construção de curvas planas no GeoGebra e estratégias para introduzir à ideia do Teorema de Jordan.

**Palavras-chave:** Curvas Planas; Ensino Médio; Cônicas; GeoGebra; Teorema de Jordan.

## 1. INTRODUÇÃO

Este trabalho aprofundou na teoria das curvas planas apresentando seus teoremas, definições e demonstrações. Esse estudo possibilitou e oportunizou conhecimentos avançados e distintos para trabalhar e explorar o tema Curvas Planas no Ensino médio. A utilização do software geométrico, GeoGebra, trouxe sofisticação para explorar, conjecturar e entender a construção das cônicas e suas parametrizações, como também é entendido por:

O software GeoGebra vem ao encontro de novas estratégias de ensino e aprendizagem de conteúdos de geometria, álgebra, cálculo e estatística, permitindo a professores e alunos a possibilidade de explorar, conjecturar, investigar tais conteúdos na construção do conhecimento matemático. (MENDES, 2014, p. 2014).

## 2. CURVAS PLANAS – ENSINO MÉDIO

Entende-se como curva plana uma deformação contínua de um intervalo, ou ainda, um rastro de uma partícula em  $\mathbb{R}^2$ . A parametrização dessa curva é uma aplicação contínua  $\alpha: I \rightarrow \mathbb{R}^2$  de um intervalo de  $\mathbb{R}$  no espaço euclidiano bidimensional e seu traço é a imagem dessa aplicação. Iniciamos o estudo com a parametrização das cônicas, que foram objetos de estudos por volta de (400-150 a.C.) e hoje está no plano curricular básico comum do terceiro ano do

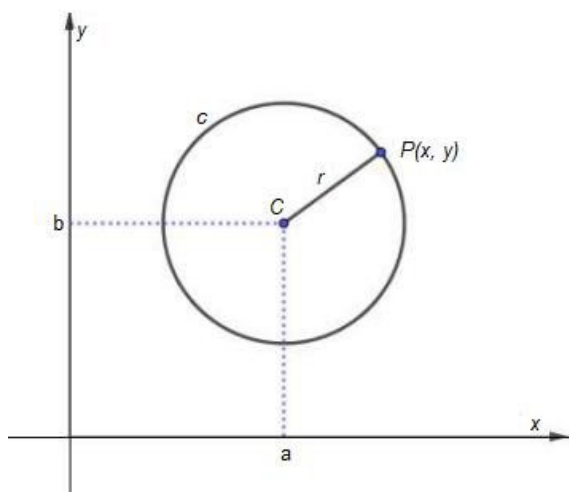
<sup>38</sup> UFV- Florestal; mestrando/2018; jjjuniofs@yahoo.com.br



Ensino Médio. A circunferência, sendo a mais conhecida, estudada e aplicada, serviu de ponto de partida, neste trabalho, para familiarizar nas demonstrações das cônicas.

**Definição:** uma circunferência é um lugar geométrico dos pontos P tais que  $d(P, C) = r$

**Figura 1:** circunferência c de centro C(a, b) e raio r



**Fonte:** Soares, Joardson Junio Fernandes (2018)

A parametrização da circunferência c de centro C(a, b) e raio r tal que  $c: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$  é dada por:

$$c(\theta) = (a + r \cdot \cos(\theta), b + r \cdot \sin(\theta))$$

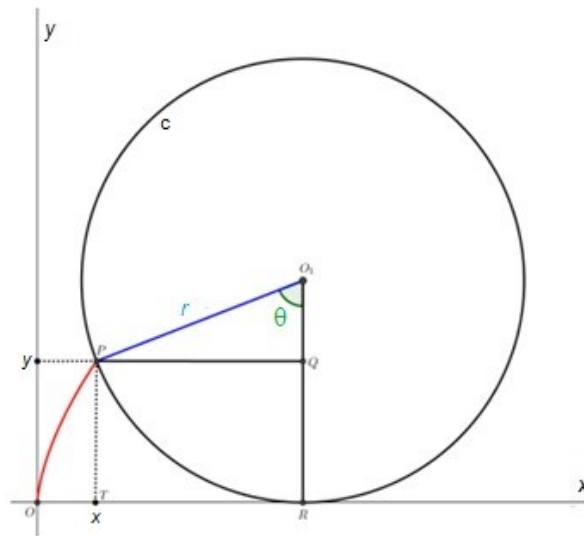
No caso particular de centro na origem temos que:

$$c(\theta) = (r \cdot \cos(\theta), r \cdot \sin(\theta))$$

A parametrização das Roletas cuja definição é: o lugar geométrico determinado por uma partícula afixada em uma curva que rola, sem deslizar, ao longo de outra curva ou reta. Em especial, segue abaixo a Cicloide, uma das curvas mais debatidas pelos célebres matemáticos do século XVII, dentre eles: Blaise Pascal, Jakob e Johann Bernoulli e Galileu. Por esse motivo ela ficou conhecida como “Helena de Geometria” fazendo uma comparação com “Helena de Tróia” que foi cobiçada por vários homens. (VENCESLAU, 2015)

**Definição:** dado um ponto qualquer, fixado em uma circunferência, a Roleta Cicloide é uma curva delineada quando essa circunferência rola, sem deslizar, por uma curva.

**Figura 2:** construção da Cicloide



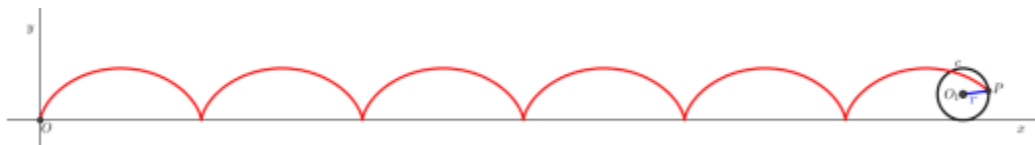
**Fonte:** Soares, Joardson Junio Fernandes (2018)

As equações paramétricas são:

$$x(\theta) = r\theta - r \cdot \text{sen}(\theta)$$

$$y(\theta) = r - r \cdot \text{cos}(\theta)$$

**Figura 3:** a Cicloide



**Fonte:** Soares, Joardson Junio Fernandes (2018)

### 3. CURVAS PLANAS – GEOMETRIA DIFERENCIAL

Alguns conceitos de Geometria Diferencial, tais como diferenciabilidade e vetor tangente são importantes para analisar as características das curvas, sua reparametrização, seu traço e medir a distância total percorrida por uma partícula em uma curva, também chamada de comprimento de arco. Em posse disso, explora-se o conceito de curvatura, ou seja, o quanto a curva deixa de ser reta, que define o campo de vetores tangentes e unitários ao longo da curva.

### 4. NOÇÕES DE TOPOLOGIA

A Topologia é o estudo Matemático das propriedades que são preservadas quando se deforma, torce ou estica um objeto sem se romper. O entendimento de parte da teoria, sobretudo de CONEXIDADE, que sua definição pode ser considerada intuitivamente quando se tem dois

pontos quaisquer do plano e esses podem ser unidos sem sair do plano, é fundamental para a compreensão do teorema de Jordan.

## 5. TEOREMA DE JORDAN

O elegante Teorema de Jordan, que diz que uma curva plana simples e fechada divide o plano em duas regiões, favorece para uma grande e sofisticada demonstração matemática e nos mostra o quanto a intuição ou o esboço de uma ideia pode ser diferente da formalidade Matemática. Por algum tempo os matemáticos da época também pensaram assim até que começaram a discutir a “separação do plano”, por uma curva simples e fechada. Em 1887 Camille Jordan fez a primeira demonstração, donde vem o nome do teorema. Apesar de o teorema carregar o nome de Jordan, muitos matemáticos da época consideraram a demonstração de Camille Jordan errada (SANTOS, 2010), uma vez que ele atribuiu o seu teorema como válido para polígonos. Anos seguintes, em 1910, o matemático Luitzen Egbertus Jan Brauer demonstrou de maneira sofisticada o teorema de Jordan e provou o caso geral sendo conhecido como o Teorema de Jordan-Brouwer.

**Figura 4:** Curva de Jordan – Dentro ou fora?



**Fonte:** Soares, Joardson Junio Fernandes (2018)

## 6. PROPOSTAS DE ATIVIDADES

As atividades propostas para alunos do terceiro ano do Ensino Médio mostrou o quanto acessível pode ser a aplicação das Curvas Planas no Ensino Médio e o quanto esse conteúdo pode ser abordado maneira diferenciada e sofisticada. Essas propostas veem com a apresentação do software geométrico (Geogebra), o que facilita a absorção e compreensão do ensino/aprendizagem, seguidamente de passo a passo e ilustrações para facilitar as construções de curvas planas parametrizadas. As atividades envolvendo a região formada pela curva de Jordan trouxe ao trabalho uma aplicação instigante, de resoluções que podem ser complexas e simples, fato estratégico para ser trabalhado em sala de aula.

## 7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa pesquisa possibilitou um conhecimento aprofundado no tema Curvas Planas, explorando os conteúdos de Geometria Diferencial, noções de Topologia e Teorema de Jordan. A aplicação das Curvas Planas no Ensino Médio se tornou acessível e lúdica com as atividades propostas pelo software geométrico GeoGebra. O Teorema de Jordan foi proposto para alunos do Ensino Médio de maneira simples e desafiadora. Dessa forma, o trabalho cumpriu com seus objetivos, atingindo a perspectiva de pesquisa literária, proposta pedagógica e profissional.

## REFERÊNCIA

MENDES, Ijosiel. **PROPOSIÇÕES geométricas com animações**. 2014. 114 p. Dissertação (PROFMAT) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, São José do Rio Preto. 2014.

SANTOS, Lais Alegria. **Teorema da Curva de Jordan**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Federal de São Carlos, São Paulo. 2010.

SOARES, Joardson Junio Fernandes. **Curvas Planas no Ensino Médio**. 2018. 62 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Viçosa, Florestal. 2018.

VENCESLAU, Allisson Wesley do Nascimento. **Curvas parametrizadas, ciclóides, experimentos e aplicações**. 2015. 55 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão. 2015.

# CRIAÇÃO DE UM SISTEMA DE RPG COMO FERRAMENTA PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE

Tâmisson Santos Reis <sup>39</sup>  
Luís Alberto D’Afonseca <sup>40</sup>

---

## RESUMO

Visa apresentar os resultados obtidos na dissertação realizada durante o programa PROFMAT, pelo CEFET – BH, onde se explorou o uso do Roleplaying Game como ferramenta para o ensino da matemática. Através da análise da tendência de Jogos na Educação e os manuais vigentes da educação foi produzida a apostila ZIP-Math, que oferta um sistema simplificado de RPG e uma apostila didática que busca explorar as características intrínsecas do RPG para o ensino da matemática.

**Palavras-chave:** Probabilidade; Gamificação; RPG.

## 1. INTRODUÇÃO

O *Roleplaying Game* (RPG) é um jogo de tabuleiro que mistura interpretação, o *Roleplay*, e testes de sorte com ferramentas de probabilidades, como dados e moedas. Sua base construtiva permite que a amplitude narrativa seja explorada para ensino em sala de aula, por sua vez os testes de sorte permitem um contato direto com ferramentas comuns no estudo de probabilidades.

O autor, como professor de Matemática no ensino fundamental, aponta como problema gerador é justamente este afastamento dos estudantes das ferramentas mais comuns da probabilidade. Com esse enfoque, foi realizada uma dissertação de mestrado, desenvolvida no âmbito do Mestrado Profissional de Matemática (PROFMAT), no Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG), na busca de produzir uma apostila buscando utilizar um sistema simplificado de jogo, com uma exploração consequente dos conteúdos de combinatória e probabilidade no ensino fundamental baseada no próprio sistema de regras do jogo. Este trabalho busca apresentar o processo de desenvolvimento e os resultados produzidos na dissertação.

## 2. O ROLEPLAYING GAME NA EDUCAÇÃO

Nas palavras de Groenwald (2000, p. 23) “há três aspectos que por si só justificam a incorporação do jogo nas aulas. São estes: o caráter lúdico, o desenvolvimento de técnicas

---

<sup>39</sup> Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, discente; tamisson.reis@gmail.com

<sup>40</sup> Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, docente.

intelectuais e a formação de relações sociais”. Essas vantagens corroboram com o uso da imaginação para interpretar papéis, da forma proposta por Greene (2000, p.3, tradução livre) “imaginação é a que nos permite dar crédito para realidades alternativas. Ela permite que nos distanciemos com o convencional, deixemos de lado as definições e distinções que nos são familiares” (apud Chapman, 2008, p. 84). Ainda mais, segundo Ardriyati (2009, p. 227), a transformação da aula em um Roleplay permite que os estudantes, mesmo que receosos, se permitam testar, explorar e aprender.

Todas as explorações acima reforçam como o Roleplay pode ser relevante para a construção de saber, os testes de sorte e de habilidade, a serem realizados com dados e moedas são em si uma outra ferramenta de jogos. A dissertação explorou os trabalhos de RPG de mesa anteriormente apresentados no PROFMAT para extrair informações sobre as melhoras qualitativas relatadas.

### **3. PROBABILIDADE E COMBINATÓRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL**

Estando bem estabelecida o jogo de RPG, a dissertação explora os tópicos matemáticos trabalhados no ensino brasileiro para alunos do público-alvo, turmas de ensino fundamental. Para tanto buscou referência nos manuais de educação vigentes, a Base Nacional Curricular Comum (BNCC) e o Currículo Referência de Minas Gerais, além de observar o que previa o Parâmetro Curricular Nacional (PCN). Uma vez definidos os temas a serem abordados, com base nestes materiais, foi realizada uma apresentação formal dos tópicos a serem explorados com os estudantes.

### **4. A PRODUÇÃO DA APOSTILA ZIP-MATH**

Com base em toda essa construção e entendimento do RPG um possível jogo educacional e na busca de construção de uma ferramenta de ensino para a Matemática, foi elaborada uma apostila que apresente um sistema de RPG simples o suficiente para ser usado em qualquer ambiente, inclusive o escolar.

A primeira parte apresenta o sistema de RPG “Zip Math”, um manual do jogo que dispõe os conceitos em uma ordem que faça sentido para a compreensão das regras do jogo. São apresentados os conceitos de criação para o personagem, os testes de sorte, combates, magias e o sistema financeiro dentro do universo proposto.

A segunda parte da apostila é um material didático, construído sobre as regras do jogo proposto, explicando os conceitos básicos de Combinatória e Probabilidade usando como exemplos possíveis situações de jogos.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A dissertação teve como objetivo construir um produto paradidático, qual seja, um manual de RPG cuja simplicidade facilitasse sua aplicação em salas de aula ao mesmo tempo que torne possível a exploração dos tópicos iniciais de Combinatória e Probabilidade para estudantes do ensino fundamental.

O foco do trabalho foi explorar a parcela matemática envolvida apenas no conjunto de regras básicas do jogo, deixando para que o aplicador desenvolvesse a narrativa. Essa liberdade de desenvolvimento facilitaria igualmente uma maior exploração matemática, atividades interdisciplinares ou o uso das regras básicas para o lazer sem nenhum contexto de ensino. Mais detalhes sobre o desenvolvimento do trabalho podem ser encontrados em Reis (2022).

É objetivo do trabalho que a aplicação destes jogos traga como retorno uma maior familiaridade dos estudantes com o funcionamento de probabilidades em seu conceito de aplicação mais comum em sala de aula.

## REFERÊNCIAS

ARDRIYATI, W. Roleplay. One alternative and effective teaching method to improve students' communication skill. **Dinamika Bahasa dan Budaya**, v. 3, n. 2, p. 218–228, 2009.

CHAPMAN, O. Imagination as a tool in mathematics teacher education. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Springer, v. 11, n. 2, p. 83–88, 2008.

GROENWALD, C. L. O.; TIMM Ursula T. Utilizando curiosidades e jogos matemáticos em sala de aula. **Educação Matemática em Revista**, p. 21–26, 2000.

REIS, T. S. Criação de um Sistema de RPG como Ferramenta para o Ensino de Probabilidade. 2022. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – CEFET/MG, Belo Horizonte, 2022.

# CONTRIBUIÇÕES DO PROFMAT NO NOVO ENSINO MÉDIO

Cristiano de Sousa Rodrigues <sup>41</sup>

---

## RESUMO

O PROFMAT tem como objetivo atender, de forma prioritária, professores que estão em exercício na Educação Básica, que buscam aprimorar a formação profissional, aprofundando no conteúdo matemático que seja relevante para a docência. Atualmente os desafios dos docentes do Ensino Médio foram majorados com a introdução do Novo Ensino Médio. Além do aprofundamento do estudo nos conteúdos matemáticos, o mestrando adquire conhecimentos e estratégias que vão ao encontro à nova proposta de esquadilhar as áreas de interesse dos alunos por meio de atividades práticas e significativas.

**Palavras-chave:** Novo Ensino Médio; Matemática Contextualizada; Números Aleatórios; Jogos de Computador.

## 1. INTRODUÇÃO

O Novo Ensino Médio teve o ano de 2022 como data limite para início de implantação em todas as redes de ensino do Brasil de acordo com a Lei nº 13.415 de 16 de fevereiro de 2017. Dessa forma, essa modalidade de ensino passa a ser constituída por Formação Geral Básica e pelos Itinerários Formativos. Um dos objetivos da mudança, de acordo com a Secretaria Estadual de Educação de Minas Gerais - SEE-MG, é tornar esta etapa de ensino mais atraente e condizente com a realidade dos jovens. E, de acordo com a avaliação dos diretores, em PROFMAT: Avaliação de possíveis impactos, 63% consideram que após a conclusão do PROFMAT os professores passaram a fazer o uso de práticas inovadoras de ensino, como novos instrumentos, ferramentas ou metodologias. Dessa forma, a formação adquirida no curso vem ao encontro da proposta inovadora do Novo Ensino Médio.

Aplicar a realidade da sala de aula pode proporcionar melhores resultados no processo de ensino-aprendizagem. Além disso, vem ao encontro da nova proposta de ensino que visa atender princípios como formação humana integral, protagonismo juvenil e maior flexibilidade curricular.

## 2. APLICANDO A REALIDADE DA SALA DE AULA

Para finalizar a formação o Trabalho de Conclusão final engloba temas específicos pertinentes do ensino de Matemática na Educação Básica objetivando impactar positivamente na sala de aula.

---

<sup>41</sup> UFV/ Ex-aluno; cristianosr@gmail.com



Dessa forma, a escolha e desenvolvimento dos temas do Trabalho de Conclusão permite ao futuro mestre caminhar entre as diversas propostas do Novo Ensino Médio.

### **3. TEMÁTICAS DIVERSAS**

A procura pela matemática contextualizada é anterior a nova proposta do Ensino Médio. Qual professor de matemática que nunca ouviu um aluno dizer: "para que serve?"; "aonde eu irei utilizar isso?". Dessa forma, na conclusão do PROFMAT é possível direcionar o trabalho para responder ou justificar muitos desses questionamentos.

Segundo Agustín Navarra: "Quando os princípios a serem ensinados estão desconectados da experiência e conhecimento prévios, inclusive os alunos mais capazes podem mostrar condutas de principiantes".

### **4. NÚMEROS ALEATÓRIOS E JOGOS DE COMPUTADOR**

"Números Aleatórios e Jogos de Computador" apresenta o Trabalho de Conclusão de Curso para finalizar o Mestrado do PROFMAT. Neste trabalho foram propostas duas atividades que fazem parte da realidade dos alunos e também uma atividade que foi apresentada na 5ª FECITEC (Feira de Ciências Tecnologia Educação e Cultura /UFV).

Uma das formas de responder muitos dos questionamentos dos alunos é fazer isso utilizando objetos e situações presentes no dia a dia deles. E qual o produto mais próximo da realidade de uma parcela considerável dos alunos senão o computador e seus "derivados". Apropriar dos recursos disponibilizados pelos computadores fazendo com que seu uso deixe de ser limitado ao laser faz com que a aprendizagem torne mais prazerosa e eficiente.

Para aproximar a matemática do cotidiano dos alunos, no trabalho de conclusão de curso foi adotada a metodologia REACT de ensino descrita a seguir.

### **5. METODOLOGIA REACT DE ENSINO**

A metodologia REACT consiste em cinco estratégias para ajudar os estudantes a construir, elaborar e usar os seus conhecimentos em matemática e ciências:

- Relação: consiste em aprender no contexto das experiências de vida ou conhecimento pré-existente;
- Experimentação: consiste em aprender no contexto da exploração, descobrindo e inventando. E aprender fazendo;
- Aplicação: consiste em aprender conceitos na implementação;
- Cooperação: consiste em aprender no contexto da interação e do compartilhamento;

- Transferência: consiste em aprender no contexto da aplicação do conhecimento em novos contextos ou em novas situações.

## 6. ATIVIDADES CONTEXTUALIZADAS

A primeira atividade teve como objetivo identificar a existência ou não de fases aleatórias em Jogos de Computador. Destacando aqui que neste trabalho foi classificado como computador e todo e qualquer aparelho que contenha um processador, incluindo: Desktop, Notebook, Netbook, Tablet, Celular, Smartphone, Videogame, Fliperama, Game Boy ou qualquer outro similar. Inicialmente foi exposto o conteúdo de Números Aleatórios e também suas aplicações relacionadas a jogos para que pudesse ser distinguido os eventos aleatórios e determinísticos. Os alunos deveriam, logo após, escolher e jogar os jogos da preferência deles para identificar a presença ou não da aleatoriedade.

Na segunda atividade foram escolhidos alguns jogos para serem construídos no formato de tabuleiro para explicar o seu funcionamento para os alunos denominada: Dos Smartphones para o tabuleiro. Foram escolhidos alguns jogos que pudessem ser adaptados ao formato tabuleiro. O objetivo era identificar como a matemática estava presente.

Na terceira atividade foi desenvolvido um trabalho para ser apresentado na 5ª FECITEC. Com o tema "Como um computador joga dados?" foi classificado em quarto lugar, a quatro centésimos do terceiro colocado. O objetivo foi discutir o uso dos Números Aleatórios nos Jogos de Computador. A proposta do trabalho através da matemática contextualizada é um excelente meio para proporcionar o ensino e aprendizagem dos conteúdos incluindo aqueles alunos que estão à margem da aprendizagem.

## 7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT proporciona o aprimoramento da formação profissional e o desenvolvimento de habilidades que aproximam o ensino da matemática à realidade dos alunos. Destaca-se no Trabalho de Conclusão de Curso os temas específicos pertinentes ao conteúdo de Matemática da Educação Básica, que são trabalhados, que geram impacto na sala de aula.

Destacam-se nesse sentido os temas que podem ser correlacionados com a proposta do Novo Ensino Médio tornando o ensino mais próximo da realidade de cada estudante e tornando-o protagonista no processo de ensino aprendizagem.

## REFERÊNCIAS

NAVARRO, I.P. et.al. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica, **Conselhos Escolares**: democratização da escola e construção da cidadania. Brasília: MEC, SEB, 2004.

**Novo Ensino Médio**. Disponível em: <https://www.gov.br/mec/pt-br/novo-ensino-medio>  
Acesso em 28 abr. 2022.

**PROFMAT: Avaliação dos possíveis impactos**. Disponível em: <https://profmatsbm.org.br/wp-content/uploads/sites/4/sites/4/2021/10/PROFMAT-Avaliacao-de-possiveis-impactos.pdf>  
Acesso em 28 abr. 2022.

RODRIGUES, Cristiano de Sousa. **Números Aleatórios e Jogos de Computador**. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática - PROFMAT). Universidade Federal de Viçosa, Floresta. 2019.

# TEORIA DOS NÚMEROS COM APLICAÇÕES À CRIPTOGRAFIA

Mateus do Nascimento <sup>42</sup>  
Ricardo Vitor Ribeiro dos Santos <sup>43</sup>  
Júlia Marques Corrêa <sup>44</sup>

---

## RESUMO

A teoria dos números pode ser subdividida em vários campos, de acordo com os métodos que são usados e das questões que são investigadas, a saber: Teoria elementar dos números: utiliza somente os métodos elementares da aritmética para a verificação e comprovação das propriedades essenciais do conjunto dos números inteiros e em particular as propriedades dos números primos. Teoria analítica dos números: utiliza a análise real e análise complexa, especialmente para estudar as propriedades dos números primos. Teoria algébrica dos números: utiliza álgebra abstrata e estuda os números algébricos. Teoria geométrica dos números: utiliza métodos geométricos, algébricos e analíticos. Neste projeto de iniciação científica, fizemos um estudo da primeira teoria. O conceito de Indução estabelece o primeiro contato com a noção de infinito em Matemática, e por isso ele foi abordado por meio revisão bibliográfica. Indução constitui uma ferramenta matemática ponderosa no processo de demonstração formal. Estudamos os temas básicos da teoria dos números, acessível a um estudante de ensino médio. Sendo eles: Números inteiros, paridade, indução matemática, princípio da casa dos pombos, divisibilidade, critérios de divisibilidade, máximo divisor comum, mínimo múltiplo comum, equações diofantinas lineares, congruências, teorema chinês do resto, fórmula de Euler, equações modulares, pequeno teorema de Fermat, teorema de Euler, Criptografia. Na parte final da iniciação científica, a estudante teve contato com a criptografia de Júlio César e pode construir objetos para criptografar, sugeridos no material de estudo, também pode estudar combinatória a partir do código Braille e por fim compreender como os números primos estão intimamente ligados a uma implementação do código RSA.

**Palavras-chave:** Aritmética; Teoria dos Números; Criptografia.

## 1. INTRODUÇÃO

A Teoria dos Números nasceu cerca de 600 anos antes de Cristo quando Pitágoras e os seus discípulos começaram a estudar as propriedades dos números inteiros. Os pitagóricos como eram conhecidos os seguidores de Pitágoras atribuíam demasiado misticismo ao conceito de número, considerando-o como essência das coisas. Acreditavam que tudo no universo estava relacionado com números inteiros ou razões de números inteiros o que hoje formalmente vem a ser os números racionais. Aliás, na antiguidade a designação número aplicava-se só aos inteiros maiores do que um e esta crença foi profundamente abalada quando usaram o Teorema de Pitágoras para calcular a medida da diagonal de um quadrado unitário. Com efeito, a diagonal divide o quadrado em dois triângulos retângulos isósceles cujos catetos

---

<sup>42</sup> Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais/Professor; mateusnascimento@cefetmg.br.

<sup>43</sup> Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais/Professor; ricardoribeiro@cefetmg.br.

<sup>44</sup> Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais/Professor; jmarquescoq@gmail.com.

têm comprimento um e assim, pelo teorema de Pitágoras, a medida da hipotenusa é igual à raiz quadrada de dois, que não pode ser expresso como quociente de inteiros.

Ao descobrirem que a diagonal de um quadrado de lado 1 não era uma razão entre dois inteiros o que hoje formalmente vem a ser os números irracionais, os Pitagóricos consideraram quebrada a harmonia do universo, já que não podiam aceitar a raiz quadrada de dois como um número, mas não podiam negar que esta raiz era a medida da diagonal de um quadrado unitário. Convencidos de que os deuses os castigariam caso divulgassem aquilo que lhes parecia uma imperfeição divina, tentaram ocultar a sua descoberta. Segundo reza a lenda, o primeiro membro da seita pitagórica que divulgou esta descoberta morreu afogado. Este fato teve grandes repercussões na história da ciência que se fizeram sentir até finais do século XIX pois, sempre vez que as necessidades do cálculo levavam a introduzir novos entes numéricos gerava-se uma enorme desconfiança à sua volta, o que levava a atribuir-lhes designações curiosas. Assim, os números irracionais eram designados por números inexprimíveis e por números incalculáveis.

Durante muitos séculos os números reais foram apenas concebidos como medidas de grandezas e só nos finais do século XIX, principalmente por obra dos matemáticos alemães Dedekind e Cantor, se construiu uma teoria dos números reais independente da geometria. A teoria dos números veio a ocupar-se com uma classe mais vasta de problemas que surgiram naturalmente do estudo dos números inteiros.

Com este projeto de iniciação científica revisamos o conceito de número inteiro conforme a proposta de Feitosa e Nascimento (2013) e resolvemos os exercícios propostos na experiência russa proposta por Fomim (2012) sobre paridade. Posteriormente, estudamos o conceito de indução matemática conforme apresentada por José Plinio (1998) e aqui é importante ressaltar o primeiro contato da estudante com literatura externa ao rol de indicações para o ensino regular. A esta altura a linguagem matemática formal foi aprendida além da capacidade para realizar uma demonstração.

As propriedades mais cruciais dos números inteiros, e que não têm similares nos reais ou nos complexos, são o Princípio da Boa Ordenação, segundo o qual qualquer conjunto não vazio de inteiros limitado inferiormente possui um elemento mínimo, e o Princípio de Indução, segundo o qual se uma propriedade  $P(n)$ , referente ao inteiro  $n$ , for verdadeira para  $n = a$ , e a veracidade de  $P(n)$  acarretar a veracidade de  $P(n + 1)$ , então  $P(n)$  é verdadeira para todo inteiro maior que ou igual a  $a$ . A abordagem bibliográfica foi feita de acordo com referência

Abramo (2009) e deste autor tivemos a oportunidade de realizar várias atividades, resolver exercícios e solucionar problemas.

O conceito de congruência revolucionou o estudo de Aritmética, permitindo tratar as questões de divisibilidade com enfoque dinâmico e eficiente. Foi Carl Friederich Gauss (1777-1855) quem introduziu este conceito, em 1801, no seu livro *Disquisitiones arithmeticae* (Investigações na Aritmética). Gauss escreveu este livro quando tinha apenas 24 anos.

Estudamos ainda, teoremas importantes da teoria dos números, como por exemplo os teoremas de Fermat, Euler e o teorema chinês do resto. Todos estes resultados estão relacionados ao conceito de congruência e Feitosa (2013) traz uma abordagem acessível que atendeu à proposta do projeto.

O contato com equações da forma  $ax + by = c$ , em que  $a$ ,  $b$  e  $c$  são números inteiros, com  $a \neq 0$  ou  $b \neq 0$  por meio de Feitosa (2013) trouxe à cena Diofante de Alexandria que dedicou seus estudos a equações desta forma essas equações são conhecidas como equações diofantinas lineares, em virtude de Diofante de Alexandria ter sido o primeiro a se ocupar deste tipo de equação.

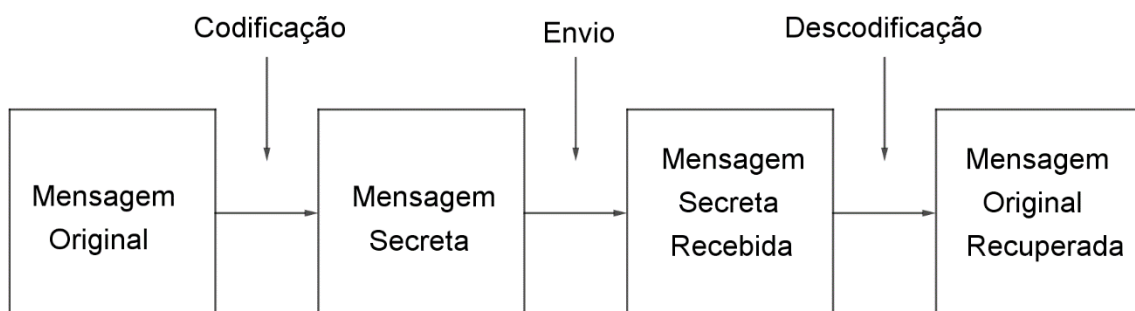
Criptografia (em grego: *kryptós*, "escondido", e *gráphein*, "escrita") é o estudo dos princípios e técnicas pelas quais a informação pode ser transformada da sua forma original para outra ilegível, de forma que possa ser conhecida apenas por seu destinatário (detentor da "chave secreta"), o que a torna difícil de ser lida por alguém não autorizado. Assim sendo, só o receptor da mensagem pode ler a informação com facilidade. Este é um ramo da Matemática denominado Criptologia. Estudamos como a teoria dos números pode ser utilizada para criptografar. O conceito foi introduzido com exemplos aplicados ao cotidiano e a formalização feita com o método de método de Júlio César. Com apoio de Lemos (2010), Malaguti (2015) e Coutinho (1997) estudamos o método RSA. Nas seções a seguir vamos relatar o desenvolvimento das atividades.

## 2. BREVE HISTÓRICO

Há muito tempo que a humanidade se comunica de forma secreta pelos mais diversos motivos e para satisfazer a esta necessidade ela vem usando de vários recursos ao longo dos anos e entre eles principalmente a Matemática. Apesar de quase sempre ser necessário o uso de artefatos, máquinas, computadores, entre outros para tornar uma mensagem de natureza diversa secreta por trás de toda engenhosidade mecânica sempre existirá uma teoria matemática que dá sentido ao processo. É razoável pensarmos que se soubermos a teoria que foi utilizada no processo de tornar uma mensagem secreta sejamos capazes de desvendá-la. De

fato, isto já aconteceu devido à simplicidade da técnica utilizada (Malagutti 2015). Graças às descobertas de novos resultados este processo vem se tornando mais sofisticado e em alguns casos humanamente impossível de desvendar ainda que se conheça perfeitamente qual técnica foi empregada, neste segundo caso há uma técnica específica chamada RSA (Coutinho 2015). O ponto central deste artigo é a Criptologia, nome dado à ciência que estuda maneiras de enviar e receber mensagens secretas (Malagutti 2015). A Figura 1 nos auxilia a compreender suas bases pois, ela mostra que a mensagem parte de sua forma original de um remetente e ao passar por uma codificação, ou seja, o conteúdo da mensagem se torna ilegível. Caso não ocorra falhas ou vazamento da técnica aplicada, o destinatário, conhecedor da técnica aplicada será capaz de decodificar a mensagem ilegível colocando-a na forma original e assim tomando posse de seu conteúdo. A Criptologia estuda os métodos para codificar uma mensagem de modo que só seu destinatário legítimo consiga interpretá-la. É a arte dos “códigos secretos”. O receptor da mensagem secreta, seja pessoa ou máquina possui o segredo, podemos entender como uma chave, para decifrá-la e obter a informação do conteúdo contido na mensagem original. Nesse caminho, caso haja interceptação de mensagens oficiais, por exemplo, afim de obter informações secretas, chamamos de espionagem.

**Figura 1** – Criptologia



**Fonte:** Pesquisadores autores.

Existe em Matemática uma parte dedicada ao estudo dos números e suas propriedades chamada Teoria dos Números. A Teoria dos números não faz parte das Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (Brasil. Ministério da Educação 2013), nem da proposta da Base Nacional Comum Curricular (Brasil. Ministério da Educação 2018)

Para estudar teoria dos números na educação básica é preciso adotar livros que não fazem parte do currículo uma vez que em livros didáticos o tema não traz profundidade e acabam criando obstáculos para o entendimento do discente. Dessa forma, ter acesso a materiais adequados é bastante importante para o professor criar métodos através da pesquisa que abre caminhos para melhorar o processo de construção do conhecimento aos discentes.

Segundo (Miguel et al. 2009)

O professor deve propor situações que conduzam os alunos a (re)descoberta do conhecimento através do levantamento e testagem de suas hipóteses acerca de alguns problemas investigados, através de explorações (investigações), pois nessa perspectiva metodológica espera-se que eles aprendam o “quê” e o “porquê” fazem/sabem desta ou daquela maneira, para que assim possam ser criativos, críticos, pensar com acerto, a colher informações por si mesmos face a observação concreta e usar o conhecimento com eficiência na solução dos problemas do cotidiano. Essa prática, então, dá oportunidade ao aluno de construir sua aprendizagem, através da aquisição de conhecimentos e redescoberta de princípios.

Acreditamos que os materiais consultados para a escrita deste artigo servirão também para professores criarem seus próprios caminhos na busca por sólida formação discente, oportunizando os mesmos a conhecerem mais uma das infinitas aplicações de Matemática, preenchendo um dos maiores anseios inerentes ao estudante deste nível de ensino que é perceber para que serve a teoria aprendida para além das avaliações e exames de seleção.

Nosso objetivo é apresentar elementos de teoria dos números e propor atividades com criptografia através de aparatos cujas construções exigem materiais simples e de baixo custo. Com eles teremos a oportunidade de explorar alguns aspectos matemáticos destes objetos, principalmente os ligados à contagem.

### **3. METODOLOGIA**

Ao abordar elementos de criptografia e seus precursores apresentando episódios notáveis em ela se fez presente e foi preponderante no desfecho dos fatos o tema se tornou motivador para o estudante. Abordar a história da Matemática e como ela foi importante no desenvolvimento da humanidade traz motivação para sua aprendizagem uma vez que os alunos compreendem como ela avançou para resolver os problemas ou foi aplicada na solução deles. (D'Ambrosio, 2016) afirma que a História da Matemática é fundamental para o estabelecimento da Matemática como um elemento cultural, inverso ao modo mecanicista de considerá-la como algo exato, acabado e alheio as alterações humanas.

Este artigo serve como referência para que outros professores possam utilizá-lo no planejamento de suas aulas para torná-las dinâmicas promovendo debates cujo objetivo primeiro é apresentar situações práticas da disciplina de Matemática. Para (BRASIL, 1998) “[...] conceitos abordados em conexão com a sua história constituem veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor informativo.”

E ainda, afirmam que

Ao verificar o alto nível de abstração matemática de algumas culturas antigas, o aluno poderá compreender que o avanço tecnológico de hoje não seria possível sem a herança cultural de gerações passadas.



Na próxima seção apresentaremos a validação matemática do cadastro de pessoas físicas (CPF) no Brasil.

#### 4. O CADASTRO DE PESSOAS FÍSICAS - CPF

O cadastro de pessoas físicas em nosso país, popularmente reconhecido pela sigla CPF é dado por uma sequência numérica composta por onze algarismos, nela os dois últimos algarismos são chamados de dígitos verificadores. A importância desses dígitos verificadores consiste em validar o documento apresentado por um cidadão, evitando falsificações. Por trás desta validação existe uma regra matemática.

O CPF:  $N_1N_1N_1. N_1N_1N_1. N_1N_1N_1 - V_1V_1$  será válido caso  $V_1$  e  $V_2$  sejam verificados de acordo com a regra previamente estabelecida. O primeiro dígito verificador é calculado tomando  $10.N_1 + 9.N_2 + 8.N_3 + 7.N_4 + 6.N_5 + 5.N_6 + 4.N_7 + 3.N_8 + 2.N_9$ , logo em seguida devemos dividir este resultado por 11 de forma a obtermos o resto desta divisão, caso o resto da divisão seja menor que 2, o nosso primeiro dígito verificador deverá, obrigatoriamente, ser igual a zero, caso contrário subtrai-se o valor obtido para o resto de 11. Para o cálculo do segundo dígito agora será usado, também, o primeiro dígito verificador que foi encontrado calculado e validado na primeira etapa, para isto devemos tomar primeiramente  $11.N_1 + 10.N_2 + 9.N_3 + 8.N_4 + 7.N_5 + 6.N_6 + 5.N_7 + 4.N_8 + 3.N_9 + 2.V_1$  e, novamente, dividimos este resultado por 11 de forma a obter novamente o resto desta divisão, se o valor do resto da divisão for menor que 2, o nosso segundo dígito verificador deverá, obrigatoriamente, ser igual a zero, caso contrário subtrai-se o valor obtido para o resto de 11, assim como fizemos na primeira etapa.

Esta ilustração para o cadastro de pessoas físicas deixa clara a importância da existência de uma regra que valide o documento apresentado, evitando fraudes inclusive em meios digitais uma vez que ao programar um sistema de vendas, por exemplo, conhecendo-se a regra matemática o programador colocará em seu sistema um entrada para que o cliente digite seu CPF que será validado somente, se, a regra for cumprida.

#### 5. CRIPTOGRAFIA NO INÍCIO DOS TEMPOS

A palavra criptografia vem do grego *kryptós*, "escondido", e *gráphein*, "escrita", ou seja, uma mensagem escrita escondida ou oculta, desde o início dos tempos houve a necessidade de criptografar mensagens para que não fossem lidas pela demais população ou pessoas do poder, como líderes, reis inimigos.

A criptografia existe há quase 4000 anos, seus primeiros registros foram encontrados no Egito, através do hieróglifo a forma de escrita dos mesmos, de acordo com (ORDONEZ, PEREIRA; CHIARAMONTE, 2005) contendo informações militares.

Na Grécia Antiga por volta do século V AEC, foi utilizada uma ideia de criptografia, Xerxes era o líder dos Persas que planejava um ataque a Atenas e Espartas, no entanto, Demarato resolveu enviar um aviso para Esparta, de forma que não fosse descoberta pelos guardas, nesse sentido ele utilizou uma forma de ocultar a mensagem, primeiro ele retirou uma parte da cera da madeira, seguidamente escreveu a mensagem e após recolocou a cera, com o aviso da mensagem Esparta se preparou para o ataque antes inesperado e venceu a batalha

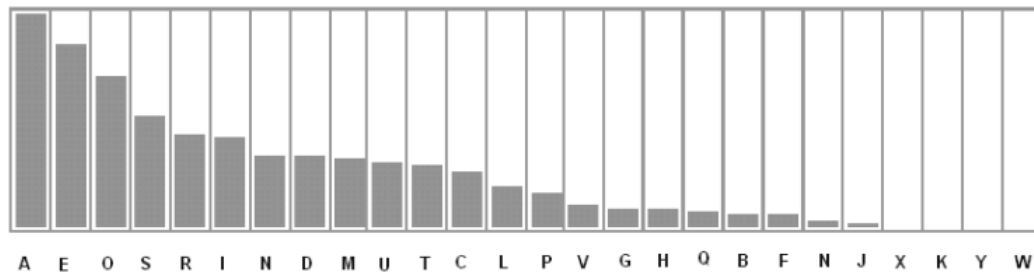
## **6. A CIFRA DE CEZAR**

O general Júlio Cezar, do Império Romano, elaborou um sistema de criptografia por substituição, ele escreveu uma carta primeiramente trocando as letras do alfabeto Romano por letras do alfabeto grego, posteriormente ele substituiu cada letra pela sua terceira sucessora. A denominada chave ou “senha” faz com que o receptor da mensagem à decodifique, o saber da chave deve ser restrito afim de garantir a segurança da mensagem criptografada somente ao destinatário, com a chave em mãos, no exemplo a chave é o número três para decodificar basta anteceder três letras da mensagem codificada por todo o texto até descobrir qual era a mensagem original.

Para o estudo deste tópico foram propostas diversas atividades práticas e construção de aparatos de criptografar. Este momento do projeto foi oportuno para que a orientanda colocasse em prática com os outros estudantes os conceitos aprendidos no material proposto para a iniciação científica. Entre os aparatos propostos por Malaguti tivemos a oportunidade de construir as régua deslizando, o quadrado de Vigenère, o círculo giratório com apoio de um CD e sua caixa de armazenamento e a lata de criptografar.

Após esta importantes etapa tivemos a oportunidade de entender que a cifra de Júlio Cezar pode ser facilmente quebrada utilizando a frequência das letras, no alfabeto da língua portuguesa a letra que mais aparece nos textos é a letra A, em seguida a letra E, através desse estudo descobre-se a frequência de todas as letras do alfabeto para a frequência das demais letras veja a Figura 2.

**Figura 2** – Frequência aproximada das letras em português (%)



Fonte: Malaguti (2015)

## 7. CRIPTOGRAFIA RSA

O ponto alto do projeto foi a possibilidade de conhecer o método RSA de criptografar mensagens pois, dentre os vários algoritmos de criptografia existentes ele é muito utilizado em aplicações comerciais e foi o primeiro algoritmo assimétrico mundialmente adotado como padrão (Malaguti, 2015).

O RSA foi desenvolvido no Massachusetts Institute of Technology (MIT) em 1978 por Rom Rivest, Adi Shamir e Leonard Adleman, e batizado com as iniciais de seus nomes. É matematicamente baseado na Teoria dos Números, principalmente nas áreas de Aritmética Modular e Primalidade. A ideia do algoritmo RSA concentra-se no fato de que, embora seja fácil encontrar dois números primos de grandes dimensões, o tempo estimado para fatorar números, por exemplo, de 308 dígitos, com os algoritmos clássicos é de aproximadamente 100 mil anos. Essa dificuldade mostra-se computacionalmente inviável a tentativa de quebrar a mensagem codificada.

Os passos do processo utilizando o método RSA consiste no destinatário escolher dois números primos extensos,  $p$  e  $q$ . Definimos  $n = p \cdot q$ , chamado de módulo, e outro inteiro positivo e que deve ser relativamente primo com  $\phi(n)$ , chamado valor da função de Euler, que corresponde a dizer que  $e$  é inversível módulo  $\phi(n)$ . Em geral, o número  $e$  é escolhido como um número primo. O par de números  $(n, e)$  forma o que chamamos de chave pública, que deve ser enviada ao remetente para que ele possa cifrar as mensagens e com isso preservar o sigilo do conteúdo da mensagem.

Conforme os testes realizados, percebemos que a busca pela segurança através do aumento do tamanho das chaves provoca um aumento exponencial no tempo das cifragens e decifragens, com isso concluímos a inviabilidade por trazer resultados negativos. Em um servidor de Internet, por exemplo, onde circula um volume enorme de informações, exigirão alto poder de processamento para utilizar a criptografia RSA de forma rápida. Neste ponto do

estudo algumas conexões práticas com o mundo real puderam ser percebidas e uma delas é a demora do processamento de pagamentos digitais e com cartões uma vez que estes terminais utilizam criptografia RSA para manter a segurança das transações.

## 8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este projeto despertou a vocação científica da estudante por meio da apresentação de materiais pouco usuais para esta faixa etária, além disso estimulou a criatividade por meio do confronto com problemas interessantes da Matemática ligados à teoria dos números e aplicações. Ao longo do desenvolvimento do projeto o contato constante com materiais olímpicos e de iniciação científica do site da OBMEP também motivou o estudo de problemas olímpicos dentro da instituição, nesse sentido pretendemos ampliar a ação para que mais estudantes sejam oportunizados a participarem do projeto.

Entendemos que ações como essa são importantes para nortear e motivar os alunos na escolha profissional pelas carreiras científicas e tecnológicas. Oportunizam o aprofundamento do conhecimento matemático dos alunos, por meio de resolução e redação destas soluções, leitura e interpretação de textos matemáticos e estudo de temas de modo mais aprofundado e com maior rigor matemático.

Algumas habilidades que puderam ser desenvolvidas nos alunos merecem tais como: sistematização, generalização, analogia e autonomia. Destaca-se esta última, pois ao longo do projeto, em sua busca pela solução das situações problema propostas a estudante desenvolveu a capacidade de buscar a construção da sua solução particular por meio de pesquisas e uso das referências propostas.

Por fim, o projeto cumpriu sua proposta ao estimular uma articulação entre o ensino básico e superior apresentando literatura de aprofundamento e também materiais que não estão no escopo da Educação Básica. Esperamos que iniciativas bem-sucedidas como esta possam ser amplamente divulgadas e que outros estudantes também tenham contato com matérias de qualidade para que possam desenvolverem a veia acadêmica.

## REFERÊNCIAS

Brasil. Ministério da Educação. 2013. **Diretrizes Curriculares Nacionais Da Educação Básica**. Brasília: MEC, SEB, DICEI. ———. 2018. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, CONSED, UNDIME.

COUTINHO, Severino Colier. **Números inteiros e criptografia RSA**. IMPA, 1997.

D'AMBROSIO, Oscar Alejandro Fabian. Unesp Ciência, 2016, ano 8, número 79. 2016.

DE OLIVEIRA SANTOS, José Plínio. **Introdução à teoria dos números**. Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 1998.

FEITOSA, H de. A. e NASCIMENTO, M. C do. **Elementos da Teoria dos Números**, Cultura Acadêmica, 2013.

FOMIN, Dmitri; GENKIN, Sergey; ITENBERG, Ilya. **Círculos Matemáticos - A experiência Russa**. Instituto de Matemática Pura e Aplicada: Rio de Janeiro, Brasil, 2012.

GALDINO, A. U. **Teoria dos Números e Criptografia com Aplicações Básicas**. Dissertação de mestrado, PROFMAT, UEPB, 2014.

HEFEZ, Abramo. **Indução matemática**. Rio de Janeiro: OBMEP, 2009.

LEMOS, M. **Criptografia, Números Primos e Algoritmos**. Publicações Matemáticas, IMPA, Rio de Janeiro, 2010.

MALAGUTTI, Pedro Luiz. **Atividades de Contagem a partir da Criptografia**. Rio de Janeiro: OBMEP, 2015.

# SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO: UMA ATIVIDADE UTILIZANDO O GEOGEBRA

Laís Macedo de Almeida Nunes <sup>45</sup>

Thiago de Mattos Serafim <sup>46</sup>

Gilmer Jacinto Peres <sup>47</sup>

---

## RESUMO

O presente poster é um recorte de uma pesquisa desenvolvida na disciplina “Recursos Computacionais” do curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG), e que tinha como intuito criar uma sequência didática para a Educação Básica que permitisse o uso de recursos digitais no ensino e aprendizagem de Matemática. Dessa forma, elaboramos atividades que explorassem a temática de Sólidos de Revolução, tendo como público-alvo estudantes da 2ª série do Ensino Médio, utilizando o Geogebra, software de Geometria Dinâmica. Esse poster tem como objetivo relatar como se deu a elaboração dessas atividades e sequência didática, considerando os conceitos matemáticos necessários para compreensão de tal tema, e partindo de suportes teóricos que exemplificam, discutem e problematizam o uso de tecnologias no Ensino de Matemática. Esperamos que as atividades elaboradas, contando com o suporte do Geogebra, facilitem a compreensão e visualização do conteúdo.

**Palavras-chave:** Geometria Dinâmica; Sólidos de Revolução; Geogebra; Sequência Didática.

## 1. INTRODUÇÃO

Este trabalho surge como resultado de uma das atividades integrantes da disciplina optativa “Recursos Computacionais” ofertada no programa do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG), no segundo semestre de 2020. Os discentes da disciplina, professores da Escola Básica, foram convidados a elaborar uma sequência didática que contasse com o apoio de tecnologias digitais. Dessa forma, elaboramos uma sequência didática que explorasse a temática de sólidos de revolução, tendo como base a Geometria Dinâmica por meio do *software* Geogebra.

Para a elaboração de tal sequência, tínhamos uma pergunta norteadora, sendo ela: pode o Geogebra ser um facilitador no ensino de sólidos de revolução? Ou seja, lançando mão dos recursos que esse *software* oferece, especialmente a visualização tridimensional e o dinamismo ao manipulá-lo, muda-se o contexto no qual usualmente se aborda a aula sobre sólidos de revolução?

---

<sup>45</sup> CEFET/MG. Egressa do PROFMAT. laismanunes@hotmail.com

<sup>46</sup> CEFET/MG. Egresso do PROFMAT. tmsthiagotms@gmail.com

<sup>47</sup> CEFET/MG. Professor Dr. gilmerperes@gmail.com

Esse poster tem como objetivo relatar como se deu a elaboração dessas atividades e sequência didática, considerando os conceitos matemáticos necessários para compreensão de tal tema, e partindo de suportes teóricos discutem o uso de tecnologias no Ensino de Matemática.

## 2. TECNOLOGIAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Concordamos com Colins e Cavalcanti (2019) que lançar mão de recursos tecnológicos como o computador, calculadora e variados *softwares* potencializa o ensino e aprendizagem de Matemática. Isso porque, de acordo com os autores essas ferramentas podem mudar o contexto no qual o estudante compreende conceitos matemáticos.

Ambientes informatizados oferecem ao Ensino de Matemática diferentes possibilidades, como o dinamismo, a interação, além da possibilidade de se criar ambientes de simulação ou modelagem e a realização de vários experimentos em curto tempo. Tomando uma transformação geométrica como exemplo,

[...] uma rotação não é mais somente um objeto matemático abstrato (dado por uma definição formal) acompanhado eventualmente de uma representação estática (desenho), mas um objeto que pode ser manipulado e entendido a partir de suas invariâncias (ao mudar-se o centro de rotação, o ângulo de rotação, ao transformar figuras). (GRAVINA, SANTAROSA, 1999, p. 9)

Em relação ao dinamismo, diferentes *softwares* têm como base a Geometria Dinâmica. Segundo Alves e Soares (2003), o termo “Geometria Dinâmica” é “utilizado para designar programas interativos que permitem a criação e manipulação de figuras geométricas a partir de suas propriedades, não devendo ser visto como referência a uma nova geometria” (ALVES, SOARES, 2003, p. 178). Estes autores também apontam que os *softwares* de Geometria Dinâmica

[...] ajudam a enriquecer o processo de ensino-aprendizagem da geometria, além de valorizar o conhecimento matemático e a sua construção, através das ações de experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjecturar, abstrair, generalizar e demonstrar. (ALVES, SOARES, 2003, p. 181).

## 3. A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A elaboração da atividade proposta se baseou nas reflexões que o referencial teórico apresentado gerou. Selecionamos o Geogebra, programa de Geometria Dinâmica, com objetivo de investigar as contribuições desse *software* e suas ferramentas para o ensino- aprendizagem de sólidos de revolução. O forte apelo visual que a geometria espacial carrega foi considerado um ponto positivo por nós para a escolha da atividade e do *software*.

A sequência didática foi elaborada tendo como público-alvo estudantes da 2ª série do Ensino Médio que já haviam estudado cilindro de revolução, mas iriam iniciar os estudos sobre cone de revolução. Sendo assim, considerou-se relevante elaborar atividades que visassem ampliar e consolidar o conceito e visualização de sólidos de revolução.

Como muitos estudantes não tem contato frequente com o *software* de Geogebra, era uma insegurança nossa que os estudantes não conseguissem criar os sólidos por meio dessa ferramenta. Dessa forma, optamos em criar alguns sólidos para simulação, de maneira que os estudantes pudessem manipulá-los ao invés de criá-los, e daí o foco das atividades seriam nas reflexões acerca das percepções que a manipulação criou.

Sendo assim, a sequência didática foi dividida em três atividades, e contavam com três links de apoio, os quais estão atualmente disponíveis no Geogebra Materiais:

Atividade I - <https://www.geogebra.org/m/qdbmsbuu>

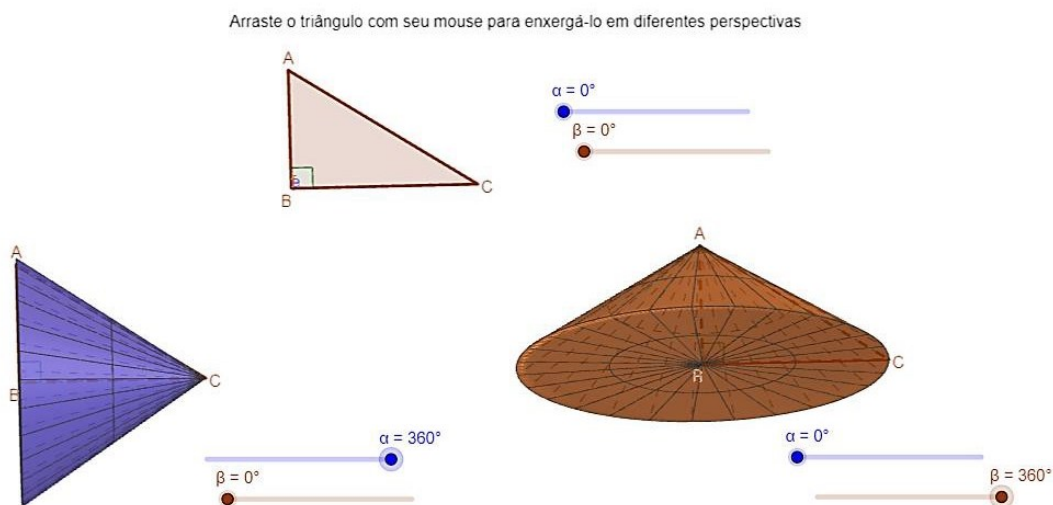
Atividade II - <https://www.geogebra.org/m/sjftuyqn>

Atividade III - <https://www.geogebra.org/m/znmxe4mz>

Na primeira atividade, o objetivo era que os estudantes conseguissem compreender o que era um cone de revolução, para isso foram criados dois controles deslizantes,  $\alpha$  e  $\beta$ , para que os alunos pudessem rotacionar o triângulo retângulo em torno de seus catetos, conforme Figura 1. Além disso, a atividade gerava uma reflexão em relação ao volume e área total dos sólidos obtidos pela rotação de uma mesma figura, no entanto, em relação a diferentes eixo.

**Figura 1:** Atividade I – Cones de Revolução

1. Abra o link <https://www.geogebra.org/m/qdbmsbuu>. A partir dele você verá a representação do triângulo retângulo. Utilize os controles deslizantes  $\alpha$  e  $\beta$  presentes na tela para rotacionar esse triângulo em torno de seus catetos. Agora responda:
  - a) Quais os sólidos de revolução formados?
  - b) Uma vez que está sendo rotacionado o mesmo triângulo, podemos afirmar que esses dois sólidos sempre terão mesmo volume e área total? Porque? E se for um triângulo retângulo isósceles? Justifique sua resposta.



**Fonte:** autores, 2020.

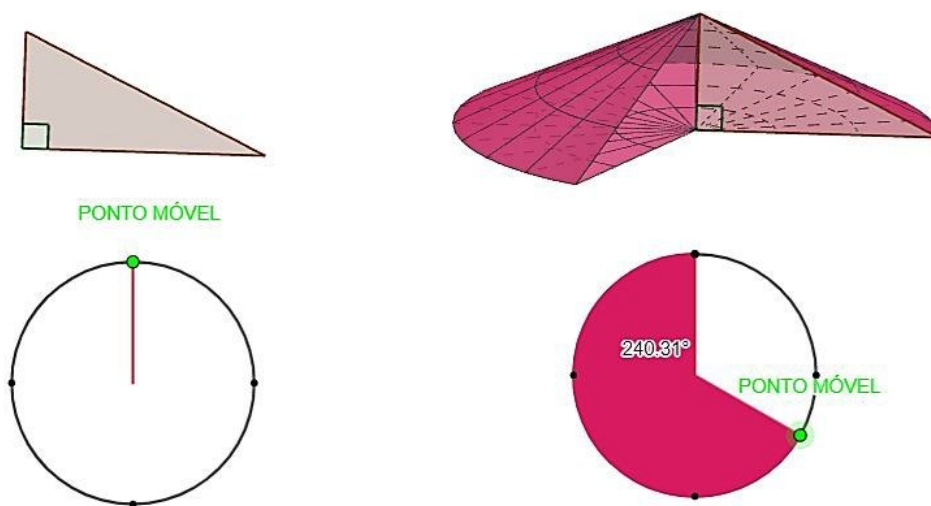


Em relação a segunda atividade, o objetivo era que os alunos percebessem que existem sólidos que se configuram como “partes de um cone de revolução”, no qual o ângulo de rotação não necessariamente seria  $360^\circ$ . Para isso, foi proposto uma atividade na qual a janela 2D do *software* representava o ângulo de rotação e, a janela 3D, o sólido de revolução formado, conforme Figura 2. A atividade também gerava uma reflexão sobre como calcular o volume desses sólidos.

**Figura 2:** Atividade II – Partes do cone de revolução

2. Abra o link <https://www.geogebra.org/m/siftuyqn>. A partir dele você verá duas janelas, uma 3D e outra 2D. Mova o ponto móvel (verde) ao longo da circunferência. Agora responda:
- Qual a relação entre a figura formada na janela 2D e o sólido de revolução formado na janela 3D?
  - Considerando que o volume desse sólido rotacionado em  $360^\circ$  é  $V$ , qual o volume do sólido formado quando o ângulo da rotação vai até  $180^\circ$ ? E quando vai até  $90^\circ$  e  $270^\circ$ ?
  - Você consegue pensar como calcular o volume desse sólido quando o ângulo da rotação vale um ângulo qualquer  $\theta$ ?
- Dica:** Lembre-se de como calculávamos a área de setores circulares na 1ª etapa.

Arraste o triângulo com seu mouse para enxergá-lo em diferentes perspectivas



**Fonte:** autores, 2020.

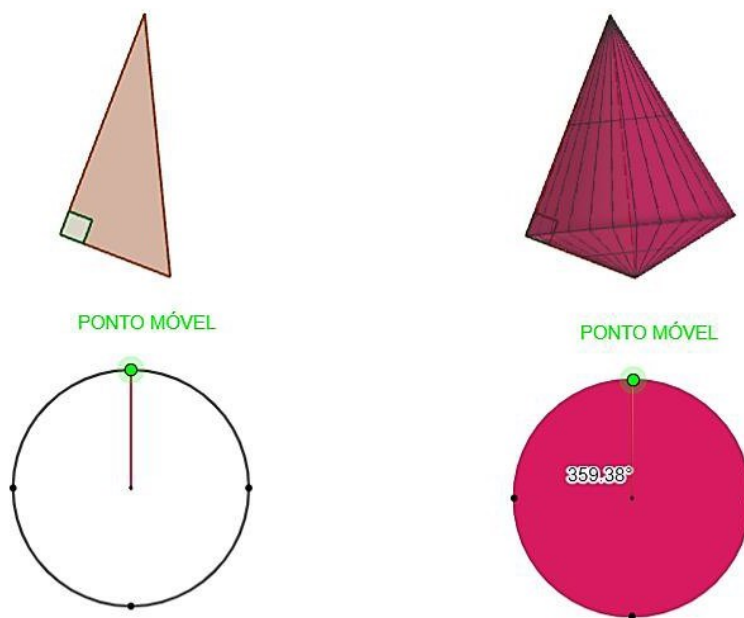
A última atividade objetivava ampliar a noção de sólidos de revolução dos estudantes, sendo trabalhado não apenas cones e cilindros de revolução. Para isso a atividade apresentava o mesmo triângulo da atividade I, no entanto ao selecionar o ponto móvel, o eixo de rotação era a hipotenusa e não os catetos. A Figura 3 representa a atividade desenvolvida no Geogebra antes e depois de arrastar o ponto móvel.

Para finalizar a atividade III, foi proposto para os alunos um exercício que realizava o caminho contrário. Ao invés de dado a figura plana para então construir o sólido através das revoluções, o último exercício dava o sólido de revolução e os estudantes deveriam descobrir qual figura plana que foi rotacionada. Os sólidos de revolução da atividade estão representados na Figura 4.

**Figura 3:** Atividade III – Outros sólidos de revolução (parte 1)

3. Abra o link <https://www.geogebra.org/m/znmxe4mz>.  
A partir dele você verá duas janelas, uma 3D com um triângulo retângulo e outra 2D com uma circunferência.  
Mova o ponto móvel (verde) ao longo da circunferência. Agora responda:  
a) Qual o eixo de rotação?  
b) Qual o sólido de revolução formado?

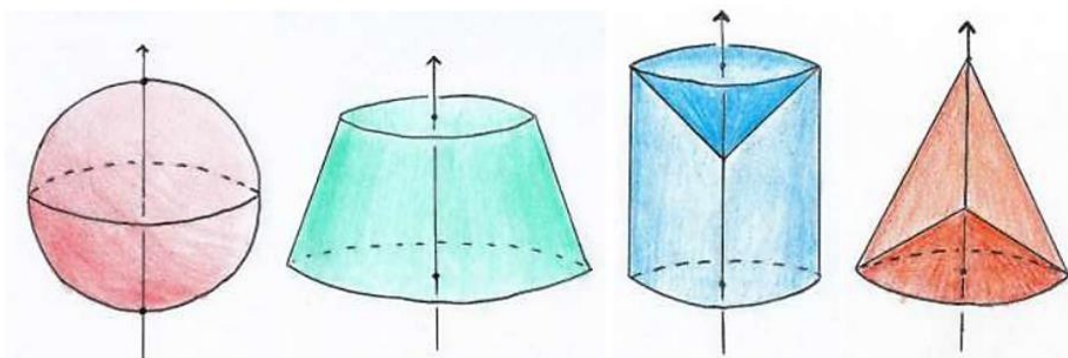
Arraste o triângulo com seu mouse para enxergá-lo em diferentes perspectivas



**Fonte:** autores, 2020.

**Figura 4:** Atividade III – Outros sólidos de revolução (parte 2)

- c) Vamos rotacionar outras figuras planas sem ser o triângulo retângulo.  
Observe os sólidos de revolução abaixo e indique qual figura foi rotacionada para obter esse sólido.



**Fonte:** autores, 2020.

## 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A seqüência didática produzida, tinha como objetivo trabalhar o conteúdo de Sólidos de Revolução contando com o auxílio do Geogebra, *software* de Geometria Dinâmica. Acreditamos que as atividades elaboradas tenham grande potencial para fixar o conceito e a visualização de sólidos de revolução por parte dos estudantes. Isso, pois as atividades trazem reflexões e

questionamentos que faz com que o estudante observe e experimente o objeto matemático de maneira crítica, refletindo sobre suas propriedades.

Ademais, a atividade contava com o uso de um recurso digital com fins didáticos, o que pode potencializar a compreensão do conteúdo. Esperamos que o recurso digital e o dinamismo que esse proporcionou à atividade, sirva de estímulo para que os estudantes se envolvam e aprendam com as atividades propostas na sequência didática.

## REFERÊNCIAS

ALVES, G. de S.; SOARES, A. B. Geometria Dinâmica: um estudo de seus recursos, potencialidades e limitações através do *Software Tabulae*". In: XXIII Congresso da Sociedade Brasileira de Computação – IX Workshop de Informática na Escola. Campinas: Unicamp. 2003, p. 175-186.

COLINS, F.; CAVALCANTE, A. Concepção de professores que ensinam matemática acerca do uso da calculadora. *ReDiPE: Revista Diálogos e Perspectivas em Educação*. p 80-91, 2019.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. *Informática na educação: teoria e prática*. Porto Alegre. Vol. 1, n. 2 (abr. 1999), p. 73-88 (1999).

# A DISCIPLINA DE TCC COMO LÓCUS PARA DISCUTIR A PESQUISA NO ENSINO DE MATEMÁTICA NO PROFMAT

Fernanda Aparecida Ferreira <sup>48</sup>

---

## RESUMO

Nesse relato, retratamos uma experiência da prática docente no desenvolvimento da disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), no Mestrado Profissional em Matemática em Rede (PROFMAT). Respaldados pelas ideias da Insubordinação Criativa e da metáfora das Gaiolas Epistemológicas, criamos uma ementa complementar para a disciplina, a fim de promover uma formação de professor de matemática que levasse em conta as discussões do Ensino de Matemática na pesquisa, por meio das experiências profissionais dos discentes matriculados no curso. A experiência mostrou que criar espaços de interlocução entre a áreas da Matemática e da Educação é possível, e necessário, mesmo em cenários de formação com enfoque no conhecimento matemático.

**Palavras-chave:** TCC; PROFMAT; Formação; Ensino; Matemática.

## 1. INTRODUÇÃO

Pensar a formação de professores de matemática sempre foi um campo fértil para discussões, sejam elas relacionadas a reflexões da prática docente ou, aquelas voltadas para teorias da Educação Matemática, em que outras áreas de conhecimento são “convidadas” a fazer parte do diálogo a fim de contribuir na construção de paradigmas que auxiliam no (re)pensar essa formação.

É claro que esse (re)pensar envolve distintos fatores que, irremediavelmente, parecem fugir ao controle daqueles que se propõem a ensinar matemática, assim como aqueles que se empreendem na tarefa de formar esse profissional. E, talvez, a dificuldade em “controlar” tais fatores, entre outros aspectos, esteja alicerçada na concepção do que se espera de um “professor de matemática” e dos meios que se têm para promover tal formação (formais ou não).

De qualquer forma, a resposta para a pergunta “O que é necessário na formação de um professor de matemática e quais conhecimentos esse profissional dever ter para exercer com competência sua profissão?” encontrará posicionamentos distintos, se olharmos para as duas áreas em que os discursos deveriam se complementar - ao invés de criar dicotomias -, a Matemática e a Educação Matemática.

---

<sup>48</sup> Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, professora/CEFET-MG; fernandaf@cefetmg.br.

Nesse sentido, pensando a formação do professor em aspectos que consideram a importância do conhecimento de área não como conhecimento construído, estabelecido e transmitido por passividade, mas sim, como conhecimento construído por meio da criação de possibilidades de produções matemáticas, neste pôster, apresentamos um relato de experiência vivenciado durante o desenvolvimento das aulas da disciplina Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) no PROFMAT do CEFET-MG.

O pensar a disciplina TCC teve na Insubordinação Criativa (D'AMBROSIO; LOPES, 2015) o respaldo teórico e metodológico para construir, dentro do programa curricular do PROFMAT, um espaço de reflexão sobre a/na prática docente, abrindo possibilidades para o vislumbre de um cenário pouco contemplado nas proposições do referido curso.

Nas seções seguintes, retratamos em linhas gerais sobre a concepção e desenvolvimento da disciplina de TCC e sua importância na formação dos professores- discentes.

## **2. A DISCIPLINA DE TCC NO CONTEXTO DO PROFMAT NO CEFET-MG**

Na grade curricular do PROFMAT, levando em conta o Catálogo de Disciplinas (SBM, s/a) do curso, a disciplina de TCC faz parte do rol das disciplinas eletivas do programa.

Considerando que o regimento nacional do programa defina que o TCC deve versar sobre temas específicos pertinentes ao currículo de matemática da educação básica e com impacto na prática didática em sala de aula, considerando, ainda, que a ementa disponibilizada no Catálogo de Disciplina define que o TCC é “disciplina dedicada a apoiar a elaboração de trabalho sobre tema específico pertinente ao currículo de Matemática do Ensino Básico e que tenha impacto na prática didática em sala de aula.” (SBM, p.17, s/a), vimos uma oportunidade de nos insubordinarmos criativamente, para propor uma dinâmica de desenvolvimento da disciplina que pudesse permear as discussões da Educação Matemática, contribuindo para uma formação mais reflexiva do professor de matemática em exercício.

Se olharmos o PROFMAT em suas bases conceituais e estruturais, vemos que o curso tem como premissa contribuir para a qualificação do professor da educação básica, por meio de uma formação sólida em matemática. As disciplinas e suas ementas, no geral, têm como foco de estudo objetos matemáticos, vistos em suas dimensões conceituais. A qualificação do discente se dá por meio de um exame acerca de conteúdos matemáticos, relacionados as disciplinas obrigatórias do primeiro ano do curso. A titulação dada ao discente quando finalizado o curso e cumprido as exigências regimentais é a de Mestre em Matemática.

Com essas caracterizações, é comum nos inserirmos nesse cenário de formação do PROFMAT, pensando, quase que exclusivamente, na dimensão matemática na formação do discente.

Assim, podemos nos perguntar “Onde se inserem as discussões do conteúdo matemático no âmbito da prática docente?” Qual o espaço é destinado no PROFMAT para esse diálogo?

Ora, é aí que se incorpora a leitura crítica e criativa do projeto pedagógico do curso e as possibilidades de sair da “Gaiola” que aprisiona a discussão da formação do professor de matemática, considerando apenas o viés do saber de área.

Digamos que a insubordinação criativa (relatada nessa experiência), se faz quando em sua estrutura disciplinar, o programa vislumbra uma disciplina, TCC, dedicada a apoiar o desenvolvimento dos trabalhos finais, em uma interlocução do currículo da matemática destinado à educação básica com a prática docente. Surge então (em nossa perspectiva), um espaço formalizado para deliberar sobre aspectos do fazer pesquisa onde o foco de estudo deixa de ser apenas o objeto matemático e passa, também, ser em como levar esse objeto para cenários de ensino e promover sua aprendizagem.

## 2.1. A disciplina de TCC e a prática vivenciada

Pensando a disciplina de TCC como um *lócus* de discussão de questões que extrapolam o conhecimento de área da Matemática e transpõe esse conhecimento para a dimensão do seu ensino e da aprendizagem, o curso foi modelado tendo por base as percepções dos discentes a respeito do que iriam ver em TCC, o prazo para conclusão do mestrado e a proposta de ementa da disciplina, de forma que a mesma auxiliasse os discentes a pensar o projeto de pesquisa e propiciar uma reflexão de como esse projeto poderia ser inserido e pensado no contexto da prática docente já vivenciada pelos mestrandos.

Baseados nessas premissas, elaboramos uma ementa complementar, que levou em consideração o estudo de práticas de investigação científica e como tais práticas poderiam ser utilizadas em pesquisas direcionadas para o ensino da matemática.

A ementa complementar consistia em discutir os seguintes tópicos: Iniciação Científica: conhecimento do senso comum versus conhecimento científico. O espírito crítico, os métodos de pesquisa científica, metodologias, as etapas da investigação (planejamento, desenvolvimento e execução de projetos de pesquisa). Os diferentes métodos e técnicas de coleta de dados: observação, entrevista, questionário, experimentos de ensino, pesquisa-ação, pesquisa bibliográfica, entre outros. Base de dados. Modalidades de trabalhos científicos e acadêmicos e as normas para sua apresentação. Redação de trabalhos acadêmicos e científicos:

resumos, resumos expandidos, artigos, dissertações e teses. Redação matemática de trabalhos acadêmicos e científicos. Estudo dos fundamentos e paradigmas da pesquisa em Matemática na atualidade, com foco em pesquisas desenvolvidas para a educação básica e a melhoria de seu ensino. Redação de trabalhos acadêmico-científicos.

A execução da disciplina foi construída juntamente com as necessidades apresentadas pelos discentes – em diálogo com a ementa – e em hipótese alguma, a disciplina focou em ensinar receitas, regras, procedimentos de como se fazer pesquisa, mas sim sobre a importância de se fazer pesquisa.

Esse foco foi o grande motivador do desenvolvimento do curso, pois a partir dele, inserimos toda a discussão proposta pela ementa em diálogos produtivos baseados nas experiências de cada aluno e nas suas propostas de projeto de pesquisa que já estavam delineadas.

### 3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A intenção com esse relato é mostrar que mesmo em cenários que se parecem fechados – engaiolados – para debates em áreas diferentes da qual um curso se opera, a insubordinação criativa se mostra como uma possibilidade de encontrar espaços de discussões que promovem interlocuções não pensados na proposição de um curso.

Inseridos em um contexto de formação conteudista, mas ciente que a matemática ensinada no PROFMAT deve dar subsídios para que a mesma seja problematizada no contexto da educação básica, não poderíamos assumir uma posição de neutralidade diante dessa formação. Apropriando das palavras de Paulo Freire, acreditamos que não há educação neutra, já que toda neutralidade assumida é uma forma de opção camuflada.

Nossa formação em Ensino de Matemática não condiz com o discurso da neutralidade e assumi-la é ignorar nossa responsabilidade enquanto educador matemático. Sempre há meios de discutir a educação em prol de uma formação profissional multifacetada, só precisamos encontrar os espaços certos e dialogar, respeitosamente, com os que estão no mesmo “lugar”.

A disciplina de TCC se tornou esse espaço, mas vislumbramos que o próprio PROFMAT se mostra como *locus* de debate da pesquisa em Ensino de Matemática que pode diminuir discursos preconceituosos entre área de Matemática e a da Educação Matemática.

### REFERÊNCIAS

D'AMBROSIO, B. S.; LOPES, C. E. (Eds.). **Vertentes da subversão na produção científica em educação matemática**. Campinas: Mercado das Letras, 2015.

D'AMBROSIO, U. **Gaiolas epistemológicas: habitat da ciência moderna**. Disponível em: <http://professorubiratandambrosio.blogspot.com.br/2010/10/gaiolas-epistemologicas-habitat-da.html>. Acesso em: 06 ago. 2010.

SBM. **Catálogo de Disciplinas**. s/a. Disponível em: [https://www.profmtat-sbm.org.br/wp-content/uploads/sites/23/2021/04/PROFMAT\\_Catalogo\\_das\\_Disciplinas\\_ver\\_2021.pdf](https://www.profmtat-sbm.org.br/wp-content/uploads/sites/23/2021/04/PROFMAT_Catalogo_das_Disciplinas_ver_2021.pdf). Acesso em: 18 jun. 2021.



# LIVROS POP UP: UMA PROPOSTA EDUCACIONAL PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Virginia Stephany Nunes Reis <sup>49</sup>  
Davidson Paulo Azevedo Oliveira <sup>50</sup>  
Pedro Henrique Pereira Daldegan <sup>51</sup>

## RESUMO

A presente proposta de apresentação é um projeto de dissertação do PROFMAT-CEFET/MG que ainda está em sua fase inicial. A justificativa pela escolha do tema está amparada nas habilidades e competências da BNCC e nos eixos de aprendizagem dos PCNs. Discutiremos como a História da Matemática pode oferecer ao professor uma gama de problemas históricos de fácil aplicação em sala de aula e que podem auxiliar no trabalho com a geometria espacial. Visto que este último tema é de difícil compreensão e abstração por parte dos estudantes, exploraremos a ideia da confecção de livros pop up para visualização de figuras tridimensionais e seus elementos. Associaremos também ao contexto histórico em que esses livros foram criados e a discussão da utilização deste recurso em outras áreas do conhecimento.

**Palavras-chave:** Geometria; História da Matemática; pop up.

## 1. INTRODUÇÃO

Os professores de Matemática frequentemente são questionados com perguntas como “Por que eu preciso aprender isso?” ou “Quando vou usar isso na vida?”. Muitas vezes não sabemos como responder ao estudante ou, para não delongar a discussão, acabamos recorrendo a falas genéricas como “Para melhorar seu raciocínio lógico”. Acreditamos que, quando damos sentido e mostramos como, para que e por que os conteúdos foram desenvolvidos e como eles podem influenciar, hoje, o cotidiano das pessoas, o estudante possa compreender melhor e até apreciar os conteúdos estudados em sala de aula.

Alguns autores (por exemplo Miguel, Miorim e Nobre) apontam as potencialidades pedagógicas do uso da história nas aulas de Matemática, que, dentre outros aspectos, fornece uma gama de problemas históricos, práticos ou mesmo curiosos e recreativos a serem incorporados na docência. Os parâmetros curriculares nacionais tratam a História da Matemática como um “poderoso instrumento para o conhecimento do mundo e domínio da natureza.” (Brasil, 1997, p. 23). Porém, Miguel alerta que,

[...] o aspecto motivador de um problema não reside no fato de ele ser ‘histórico’ ou até mesmo no fato de ser ‘problema’, mas no maior ou menor grau de desafio que

<sup>49</sup> Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais; Aluna/CEFET - MG; virginiasnr@gmail.com

<sup>50</sup> Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais; Professor/CEFET - MG; davidson@cefetmg.br

<sup>51</sup> Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais; Professor/CEFET - MG; phpdaldegan@cefetmg.br

esse problema oferece, no modo como esse desafio é percebido pelo aprendiz, no tipo de relações que se estabelecem entre esse desafio e os valores, interesses e aptidões socialmente construídos por ele etc. (Miguel, 1997, p. 82)

Portanto, discutimos os desafios para o professor selecionar e abordar um problema histórico que esteja ao alcance de seus alunos, de maneira a conseguir motivá-los. Assim, esta pesquisa visa mostrar possibilidades para trabalhar a História por meio de atividades lúdicas e oferecer uma proposta de trabalho com material manipulável para o ensino de geometria espacial na Educação Básica.

Segundo a BNCC, um aluno concluinte do ensino fundamental deve ser capaz de:

(EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial. (BRASIL, 1997, p. 303).

(EF09MA17) Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva. (BRASIL, 1997, p. 319).

Dado que grande parte dos alunos apresentam dificuldades em visualizar objetos tridimensionais e na capacidade de abstração, faz-se muito importante a utilização de materiais concretos. Para tal, esta pesquisa objetiva mostrar que o livro *pop up* pode ser uma ferramenta útil no estudo de sólidos geométricos, bem como no trabalho de seu contexto histórico e utilização em outras áreas do conhecimento. Corroborando com esse aspecto, os parâmetros curriculares nacionais defendem que,

[...] se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 1997, p. 39).

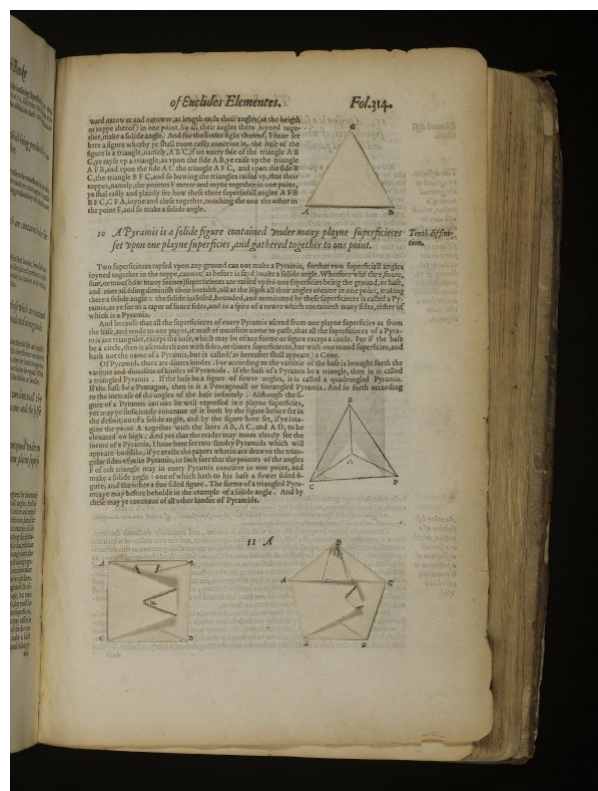
O livro *pop up*, foi uma ferramenta utilizada inicialmente para facilitar a compreensão de conteúdos científicos e educacionais. Segundo Santos (2019), os livros *pop up* levam esse nome por conter algum tipo de acionamento manual em papel, como linguetas e alavancas. Um exemplo de utilização dos livros *pop up* aparece na primeira tradução para a língua inglesa realizada por Henry Billingsley (1570-1606) dos Elementos de Euclides, com contribuições de John Dee (1527-1608). A Billingsley, atribuímos o feito de incrementar a tradução do livro de Euclides com o recurso do *pop up*, um dos mais antigos livros neste formato que se tem notícia. A figura a seguir mostra algumas pirâmides de bases poligonais com abas móveis, manipuláveis com o recurso do *pop up*.

**Figura 1:** Pirâmides de bases poligonais



**Fonte:** Livro XI - fólio 314. <https://www.amusingplanet.com/2020/06/a-16th-century-math-book-with-pop-up.html?m=1>

**Figura 2:** Abas móveis recolhidas



**Fonte:** Livro XI - fólio 314. <https://galileo.ou.edu/exhibits/elements-geometry-1570>

## 1.1. Objetivos da Pesquisa

O objetivo desta pesquisa, além de agregar conhecimentos históricos relevantes para a atuação do professor de Matemática, visa mostrar como o uso de materiais concretos podem ser importantes para o aprendizado da geometria espacial.

## 1.2. Metodologia de Trabalho

Esta é uma pesquisa bibliográfica de abordagem qualitativa. Uma pesquisa bibliográfica tem por finalidade apresentar um apanhado de informações obtidas a partir da leitura e estudo

das várias fontes pesquisadas. Mas, não se trata de uma mera reprodução do que já foi feito, uma vez que, com a abordagem qualitativa do problema, a visão do pesquisador imprime uma análise subjetiva ao objeto de estudo, como citam Lakatos e Marconi (2003).

O produto desta dissertação será uma proposta de trabalho para que o professor possa confeccionar, em conjunto com seus estudantes, livros *pop up* com elementos de geometria espacial de acordo com os passos: Apresentar o livro de Euclides aos alunos; Discutir sobre as implicações desse livro no contexto em que foi escrito e na posteridade; Apresentar os sólidos geométricos; Apresentar o livro *pop up*; Discutir sobre as implicações do livro *pop up* no processo de produção de conhecimento através da história; Criar uma oficina de livros *pop up*.

## 2. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Espera-se que, com este estudo, possamos oferecer ao professor de Matemática um panorama de como a utilização de recursos históricos pode enriquecer suas aulas. Quanto ao ensino de geometria espacial, mais especificamente sobre os elementos de sólidos geométricos, discutiremos como o aporte de materiais concretos pode contribuir para uma melhor compreensão do conteúdo e auxílio na transição para o pensamento abstrato.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: link. Acesso em: 29 de maio de 2022;

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Matemática. Brasília, 1997. v. 3.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. **Fundamentos de Metodologia Científica**. São Paulo, SP: Atlas 2003.

MIGUEL, A. As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. **Zetetiké**, v. 5, n. 8, p.73-115, 1997.

SANTOS, V. S. **Engenharia do papel no mercado editorial dos livros móveis contemporâneos**. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Artes e Design. Dissertação, 2019.

# A EDUCAÇÃO FINANCEIRA COMO DISCIPLINA ELETIVA NO CURRÍCULO DO ENSINO MÉDIO

Bruno Gomes de Freitas <sup>52</sup>  
Valéria Guimarães Moreira <sup>53</sup>

---

## RESUMO

Este artigo é fruto de uma pesquisa desenvolvida no Mestrado do PROFMAT, no CEFET- MG, cujo objetivo foi promover aprendizagens sobre Sistemas de Amortização para alunos do Ensino Médio, aplicadas a situações de empréstimos e/ou financiamentos, no âmbito da Educação Financeira, tema transversal obrigatório pela BNCC (2018). A partir de seus estudos no âmbito da Educação Financeira Escolar, o mestrando auxiliou de forma significativa na implantação da disciplina Educação Financeira em uma escola particular de Belo Horizonte, inserida como parte das adaptações da instituição aos formatos do Novo Ensino Médio. A construção da ementa dessa disciplina eletiva, bem como a condução das aulas, contempla aspectos matemáticos e não matemáticos intrínsecos ao controle de orçamentos, planejamentos financeiros e tomada de decisão, buscando oferecer aos alunos uma formação que os torne alfabetizados financeiramente.

**Palavras-chave:** Educação Financeira; Ensino Médio; Disciplina Eletiva.

## 1. INTRODUÇÃO

Em 2005, a Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico - OCDE alertou seus países membros a dedicar uma atenção especial a três tipos de consumidores: os excluídos do sistema financeiro, os endividados e os trabalhadores que contam com as pensões do governo para se manter em sua aposentadoria. Por desconhecerem os trágicos efeitos das condições adversas no uso do dinheiro, tais como o hábito de não poupar para aposentadoria, ou ainda, as vultuosas dívidas decorrentes do uso constante e desmedido do cartão de crédito, esses consumidores são incapazes de gerir sua renda. Trata-se de indivíduos classificados como **analfabetos financeiros**, a saber, aqueles que não sabem o que fazer com o dinheiro, não controlam nem compreendem suas finanças (BENEDETTI, 2019).

Por outro lado, quando citamos indivíduos alfabetizados financeiramente, referenciamos aqueles que possuem o conhecimento básico de conceitos financeiros fundamentais e são conscientes quanto ao uso correto do dinheiro. A essa alfabetização associamos a ideia da **literacia financeira** que “é uma combinação de consciência, conhecimento, habilidade, atitude e comportamento necessários para tomar decisões

---

<sup>52</sup> Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais CEFET-MG; srfreitasmatematica@yahoo.com.br.

<sup>53</sup> Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais CEFET-MG; valeriagm@cefetmg.br.

financeiras consistentes e alcançar almejado bem-estar financeiro individual” (EIOPA, 2011, p.10, tradução nossa).

Sendo assim, ao mensurar os níveis de compreensão financeira de um indivíduo, temos o analfabetismo financeiro como o antônimo da literacia financeira. Da dicotomia e da não estagnação entre esses dois conceitos, apresentamos a **Educação Financeira** como o processo capaz de levar um analfabeto financeiro ao estado da literacia financeira. Essa transição, ilustrada na Figura 1, se dá por meio de conhecimentos que auxiliam cidadãos no controle de orçamentos e em planos para o futuro, bem como na preservação de uma economia saudável para o indivíduo que os detém. Ademais, tal processo promove a mudança de mentalidade quanto a hábitos de consumo e decisões em questões financeiras.

**Figura 1:** Educação Financeira – Um processo de Transição



**Fonte:** Elaborado pelo autor

O efeito preventivo desse processo se dá na Educação Financeira Escolar, uma vez que, ao educar financeiramente crianças e jovens, esses podem se tornar excelentes propagadores de comportamentos que moldarão uma cultura financeira mais sólida no restante da população. Nesse contexto, Silva & Powell (2013, p. 12) definem a Educação Financeira Escolar como

um conjunto de informações através do qual os estudantes são introduzidos no universo do dinheiro e estimulados a produzir uma compreensão sobre finanças e economia, através de um processo de ensino que os torne aptos a analisar, fazer julgamentos fundamentados, tomar decisões e ter posições críticas sobre questões financeiras que envolvam sua vida pessoal, familiar e da sociedade em que vivem.

Portanto, em um processo que capacita estudantes às ações destacadas na definição supracitada, a escola tem o poder de conduzir seu público, antes analfabetos financeiros, ao estado da literacia financeira.

### 1.1. Implantação da Educação Financeira no Ensino Médio

Ao estabelecer o conjunto de aprendizagens indispensáveis aos estudantes de todas as redes de ensino do país, a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018) organiza os saberes escolares por áreas do conhecimento, cujas competências específicas, desenvolvidas através de um conjunto de habilidades, ratificam as competências gerais.

Ademais, o documento regula séries de conhecimentos/práticas interdisciplinares que devem ser ministradas na Educação Básica, incluindo a abordagem de temas contemporâneos que afetam a vida humana em escala local, regional e global. Esses temas, entre os quais destacamos a **Educação Financeira**, devem ser abordados de forma transversal e integradora.

O fato de o tópico negrito ser referenciado logo no primeiro eixo da área *Matemática e suas tecnologias* nos leva a assumir a sala de aula de Matemática como o espaço de maior relevância dentro da escola para o desenvolvimento do mesmo. Ademais, alguns objetos matemáticos, tais como porcentagens, juros, funções e progressões, podem ser usados como germinadores de discussões sobre lucro/prejuízo, índices inflacionários, taxas de juros e compras parceladas.

Entretanto, a BNCC não especifica quais temas/conteúdos devem ser abordados dentro da Educação Financeira, deixando a critério das redes de ensino e das escolas tal seleção, seja abordando-a como tema transversal ou como uma disciplina isolada. Dessa abertura, justificamos o desenvolvimento da dissertação de mestrado, no PROFMAT/CEFET-MG, do qual emerge esse texto, a saber, *Empréstimos & Financiamentos: uma abordagem sobre o ensino de Sistemas de Amortização à luz da Educação Financeira*, bem como de seu produto educacional, o e-book *A Matemática dos Empréstimos & Financiamentos no Ensino Médio*. Na fase de testes, em 2020, esse material foi aplicado em uma turma de 3º ano do Ensino Médio de uma escola privada de Belo Horizonte, na qual um dos autores é professor.

A repercussão positiva da referida aplicação, aliada à adequação dessa escola às propostas do Novo Ensino Médio, foi decisiva na implantação da Educação Financeira como disciplina eletiva, a partir de 2021. A determinação das ementas, objetivos, cronogramas e bibliografias da disciplina ficaram sob a responsabilidade dos professores de Matemática que atuavam no segmento. Uma vez que o mestrando compunha esse grupo, sua pesquisa norteou os parâmetros da disciplina. No Quadro 1, são apresentadas algumas informações sobre esse projeto.

**Quadro 1:** Resumo da Disciplina Educação Financeira

Segmento	1º EM	2º EM
<b>Ementa</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Hábitos de consumo</li><li>• Porcentagens</li><li>• Impostos e Inflação</li><li>• Formas de pagamento</li><li>• Juros</li><li>• Relações comerciais</li><li>• Gráficos e tabelas</li><li>• Médias</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Educação Financeira &amp; Matemática Financeira</li><li>• Planos para o futuro</li><li>• Trabalho &amp; Sustento</li><li>• Orçamentos &amp; Planilhas</li><li>• Formas de pagamento</li><li>• Sequências &amp; Progressões</li><li>• Empréstimos &amp; Financiamentos</li><li>• Investimentos financeiros</li></ul>
<b>Carga Horária</b>	40 horas anuais.	
<b>Avaliação</b>	Participação nas aulas; Atividades da apostila; Formulários virtuais; Pesquisas/Seminários; Provas de Matemática.	
<b>Bibliografia</b>	Apostila Institucional; E-book SBM; Coleção ENEF.	

**Fonte:** Elaborado pelo Autor

As ementas listadas no Quadro 1 mesclam conteúdos/discussões próprias à Educação Financeira com conhecimentos comumente abordados em Matemática Financeira. Nessa mescla, configura-se a dualidade proposta por Muniz Jr. (2016), uma vez que, segundo o autor, a Matemática deve ser utilizada para estudar situações financeiras e vice-versa. Essa dualidade é apresentada também no item “Avaliação”, quando se refere às atividades da apostila (material didático adotado pela instituição para as aulas de Matemática) e às provas de Matemática que, a cada etapa letiva, contam com 20% das questões voltadas aos assuntos trabalhados nas aulas de Educação Financeira. Em “Bibliografia”, recomenda-se ao docente o uso e-book construído na pesquisa de mestrado e também a coleção *Educação financeira nas escolas: ensino médio*, distribuída gratuitamente pela Estratégia Nacional de Educação Financeira – ENEF.

De acordo com as ementas evidenciadas nos Quadro 1, as primeiras aulas são conduzidas a fim de diferenciar Educação Financeira da Matemática Financeira. Clarificadas essas diferenças, parte-se às discussões acerca de assuntos tangentes às esferas social e comportamental, tais como hábitos de consumo, necessidade e vontade, planejamentos e metas, sonhos e patrimônios. Ao lidar com os hábitos de consumo seus e de suas famílias, os estudantes são confrontados com a realidade financeira na qual estão inseridos e se percebem como consumidores críticos que, então cômicos de suas circunstâncias, refletem acerca de seus desejos para o futuro e da necessidade de uma organização financeira eficaz pra realizá- los.

Ratificando o caráter transversal da Educação Financeira proposta pela BNCC, as discussões promovidas nas aulas da disciplina eletiva, bem como os conhecimentos adquiridos a partir dessas são atestados nas pautas dos textos dissertativos/argumentativos que os alunos redigem nas aulas de Produção de Texto, de Sociologia e de Atualidades. Nessas, os saberes compartilhados em Educação Financeira são usados frequentemente em citações, argumentos



e propostas de intervenção em diversas pautas dessas disciplinas, quando ligadas à temática Educação Financeira e/ou Economia.

## 2. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na disciplina eletiva Educação Financeira, a condução das aulas tem ocorrido a partir de discussões que contemplem os aspectos matemáticos e não matemáticos intrínsecos ao controle de orçamentos, planejamentos financeiros e tomada de decisão. Trata-se de uma troca de experiências entre os participantes, que, enquanto consumidores, compartilham histórias que evidenciam as diversas realidades e possibilidades de ação ante aos temas apresentados em cada encontro. Nesse ambiente, colocamos em prática os conhecimentos adquiridos ao longo da pesquisa de mestrado da qual emerge esse texto citada, evidenciando o grande apelo social desta no cenário educacional. Afinal, à medida que novos comportamentos são suscitados por meio do letramento financeiro, vislumbramos mudanças em toda a sociedade na qual esses estudantes se inserem.

## REFERÊNCIAS

BENEDETTI, Yasmim V. **Você é um analfabeto financeiro?** Moinhos Educação Financeira. 2019. Disponível em <http://moinhosedu.com.br/voce-e-umanalfabeto-financeiro/>. Acesso em 12 de julho de 2021.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular – Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2018, 595p. Disponível em [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf). Acesso em 6 de julho de 2021.

EIOPA. **Report on financial literacy and education initiatives by competent authorities**. EIOPA. 2011. Disponível em [https://www.eiopa.europa.eu/sites/default/files/publications/pdfs/report\\_on\\_financial\\_literacy\\_and\\_education\\_eiopa-ccpfi-11-018\\_.pdf](https://www.eiopa.europa.eu/sites/default/files/publications/pdfs/report_on_financial_literacy_and_education_eiopa-ccpfi-11-018_.pdf). Acesso em 12 de julho de 2021.

FREITAS, Bruno G; MOREIRA, Valéria G. **A Matemática dos Empréstimos & Financiamentos no Ensino Médio**. Rio de Janeiro, SBM, 2021. Disponível em [https://sbm.org.br/wp-content/uploads/2021/11/A\\_Matematica\\_dos\\_Emprestimos\\_e\\_Financiamentos.pdf](https://sbm.org.br/wp-content/uploads/2021/11/A_Matematica_dos_Emprestimos_e_Financiamentos.pdf). Acesso em 17 de novembro de 2021.

MUNIZ JR., Ivail e JURKIEWICZ, Samuel. Representações temporais e o valor do dinheiro no tempo: conexões entre a Educação Financeira e o Ensino de Matemática. **Revista BoEM**. Joinville, v. 4, n. 7, p. 116-138, ago/dez. 2016.

SILVA, Amarildo M. e POWEL, Arthur B. Um programa de Educação Financeira para a Matemática Escolar da Educação Básica. *In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática: Retrospectiva e Perspectiva*. **Anais...** SBEM, Curitiba - PR, 2013, p. 1-17.

# UM CURSO DE EXTENSÃO PARA ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL: AS TIC'S COMO FERRAMENTA DE INCLUSÃO DIGITAL E ACESSO AO CONHECIMENTO MATEMÁTICO

Luiza Nascimento Gomes Batista <sup>54</sup>  
Fernanda Aparecida Ferreira <sup>55</sup>

---

## RESUMO

Neste pôster, apresentamos uma proposta de pesquisa que está em fase inicial de desenvolvimento no âmbito do PROFMAT no CEFET-MG, que tem por objetivo elaborar um Curso de Extensão para alunos da Educação Básica, de forma a garantir o real acesso desses alunos as tecnologias de informação e comunicação (TIC's) e evidenciar como elas podem ser ferramentas auxiliares para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática nesse nível de ensino. Para pensar na proposta do Curso, iremos trabalhar com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, cursantes de um curso preparatório para o vestibular dos cursos técnicos do CEFET-MG, regularmente matriculados em escolas públicas do Estado de Minas Gerais. Mesmo que a proposta do Curso a ser elaborado tenha por referência o 9º ano do Ensino Fundamental, esperamos que a concepção, escopo e delineamentos do Curso sejam uma referência para que outras propostas sejam (re)pensadas a fim de oportunizar a inclusão digital de alunos com acesso precário as TIC's e destacar a importância dessa inclusão em propostas didáticas para o ensino da Matemática.

**Palavras-chave:** Extensão; Inclusão Digital; Ensino de Matemática; Educação Básica.

## 1. INTRODUÇÃO

Recentemente, em decorrência do fechamento das escolas e da implementação do ensino remoto, surgiu no campo educação uma certa inquietação com relação às metodologias tradicionais de ensino. Inicialmente, houve a necessidade das escolas se adaptarem e seus profissionais se reinventarem profissionalmente para se adequarem à nova realidade do ensino não presencial.

Tais mudanças, nada sutis, tiveram que ser absorvidas não só pelos profissionais da Educação, mas também pelos estudantes, que mesmo com todas as suas diferenças, sociais, econômicas, regionais e cognitivas, tiveram que lidar com um modelo de ensino no qual foram promovidos à protagonistas de suas aprendizagens, mesmo sem entenderem como colocar em prática esta nova função.

Toda essa nova realidade da prática educativa, colocou em voga a necessidade do uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC's) como ferramentas indispensáveis para o

---

<sup>54</sup> Discente do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais/CEFET; luizangbatista@gmail.com.

<sup>55</sup> Docente do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais/CEFET; fernandaf@cefetmg.br.

pensar e agir no processo de ensino e da aprendizagem no cenário pandêmico. Bevórt (2009,p. 4) justifica que:

A integração das TIC na escola, em todos os seus níveis, é fundamental porque estas técnicas já estão presentes na vida de todas as crianças e adolescentes e funcionam – de modo desigual, real ou virtual – como agências de socialização, concorrendo com a escola e a família.

Porém, deve-se ressaltar que o letramento digital (REZENDE, 2016) não atinge a população de maneira homogênea, e, portanto, a habilidade necessária para a inclusão digital e utilização de novas tecnologias relaciona-se com fatores como nível de escolaridade, tipo de inserção profissional, idade, contexto familiar, dentre outros. Dessa forma, as desigualdades digitais atuam como fator complicador da inclusão dos estudantes de escolas públicas a experiências educacionais mais modernas, como as que fazem uso de TIC's. (MACEDO, 2021).

Sendo a imersão das TIC's uma realidade nas práticas educativas, algumas questões delicadas emergiram: qual é o real acesso dos estudantes de escolas públicas a dispositivos eletrônicos e conexão à internet tão essenciais para a formação nos dias atuais? Qual o nível de conhecimento dos alunos para uso adequado das potencialidades da quantidade de ferramentas computacionais disponíveis? Como promover a inclusão digital desses alunos às possibilidades do uso de ferramentas tecnológicas em prol da educação?

Essa pesquisa busca discutir as questões acima, além de levantar tópicos relacionados aos benefícios proporcionados pelo uso das TIC's na Educação Matemática, estudar tendências no ensino, e por fim, propor uma alternativa de inclusão tecnológica que visa minimizar as desigualdades digitais que atingem determinados grupos de estudantes.

## **2. OBJETIVO**

Essa proposta de pesquisa se encaixa como uma alternativa de inclusão digital a estudantes de escolas públicas através da proposição de um Curso de Extensão que fará uso das TIC's, não apenas para abordar tópicos matemáticos relevantes na formação básica, mas também como mecanismo de inclusão e oportunidades igualitárias para alunos com reais dificuldades de acesso ao uso das TIC's. Espera-se que o Curso elaborado possa ser replicado por outras instituições que tenham a estrutura necessária para o desenvolvimento de ações como as propostas nesse trabalho.

## **3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS**

A execução da proposta de trabalho será feita de acordo com os seguintes passos:

a) Primeira Etapa

- Estudo bibliográfico sobre o uso das TIC's na Educação, destacando a importância no Ensino de Matemática e possíveis impactos.
- Estudo nos documentos oficiais nacionais sobre a necessidade de incluir tecnologias (e como fazê-lo) na formação escolar de nível básico dos estudantes.
- Levantamento dos tópicos de maior relevância abordados no Ensino Fundamental II, considerando-se os exames de seleção para cursos técnicos do CEFET-MG e ENEM.
- Levantamento de questões específicas da prova de Matemática com altos índices de erros, a fim de buscar correlações entre temas abordados nessas questões que indiquem os objetos de conhecimento nos quais os alunos apresentam maior dificuldade.

#### b) Segunda Etapa

- Busca em repositórios educacionais ou não, por objetos de aprendizagem relacionados aos tópicos matemáticos que serão abordados no curso proposto.
- Elaboração de um Plano de Curso, tendo por referência dados produzidos e coletados na Primeira Etapa e do levantamento feito nos repositórios.
- Desenvolvimento das ações que definirão o Curso de Extensão.
- Elaboração do modelo de Curso. (PRODUTO EDUCACIONAL)

Mesmo que não seja objetivo do trabalho, como uma possível Terceira Etapa, será feita a aplicação e análise da execução do Curso, levando em consideração o desenvolvimento dos alunos, sujeitos da pesquisa, ao longo do curso PRÓ-TÉCNICO e de seus desempenhos no vestibular do CEFET. O curso PRO-TÉCNICO é oferecido pelo Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG) a alunos que têm como interesse em comum, ingressar nos cursos técnicos integrados da referida Instituição. A análise da execução do curso, se realizada, focará na observação do pesquisador durante a realização do curso de extensão e na interpretação objetiva dos dados coletados do vestibular.

## 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao final do projeto de pesquisa, será apresentado um modelo de Curso, cujo público-alvo são alunos do último ano do ensino fundamental II que tem pouco ou nenhum acesso às ferramentas necessárias para usufruir dos benefícios ocasionados pela incorporação da tecnologia no processo de ensino-aprendizagem. O curso privilegiará o uso de TIC's no ensino

de tópicos de maior relevância para a formação do aluno, além de auxiliá-lo na compreensão de temas comumente abordados em exames de seleção para cursos técnicos e no ENEM.

É esperado que o modelo de curso seja replicado em instituições que possuam estrutura adequada para tal, de forma a transformar a realidade e ampliar oportunidades para estudantes de perfis socioeconômicos desfavoráveis. Espera-se, também que o curso proporcione aos estudantes maior interesse e habilidade com ferramentas digitais, uma vez que no curso técnico, na graduação e em determinadas áreas no mercado de trabalho esses podem ser requisitos desejáveis e determinantes para uma melhor inclusão acadêmica e profissional.

## REFERÊNCIAS

BELLONI, Maria Luiza; BÉVORT, Evelyne. Mídia-Educação: Conceitos, História e Perspectivas. **Revista Educação & Sociedade**, Campinas, vol. 30, n. 109, p. 1081-1102, set. / dez. 2009. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S0101-73302009000400008>. Acesso em: 11 de maio de 2022.

MACEDO, Renata Mourão. Direito ou privilégio? Desigualdades digitais, pandemia e os desafios de uma escola pública. **Estudos Históricos** (Rio de Janeiro), v. 34, p. 262-280, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S2178-149420210203>. Acesso em: 11 de maio de 2022.

REZENDE, Mariana Vidotti de. O conceito de letramento digital e suas implicações pedagógicas. **Texto Livre**, Belo Horizonte-MG, v. 9, n. 1, p. 94-107, 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufmg.br/index.php/textolivre/article/view/16716>. Acesso em: 11 de maio de 2022.

# A MATEMÁTICA DO CAPITAL

Izzabella Cristhinna Dias <sup>56</sup>  
Valéria Guimarães Moreira <sup>57</sup>

---

## RESUMO

Este poster apresenta um projeto de pesquisa de mestrado no PROFMAT do CEFET-MG em fase inicial, que visa promover na sala de aula de Matemática, em uma escola da Rede Estadual de Minas Gerais, a conscientização dos alunos do Ensino Médio a respeito do planejamento e da organização do capital. Após o período pandêmico, é possível observar que muitos dos jovens matriculados no Ensino Médio, da rede pública de ensino, buscaram uma forma de obter alguma renda para complementação do orçamento familiar, porém estes possuem pouca formação ou nenhuma sobre como administrá-la. Assim, a pesquisa tem como objetivo auxiliar esses alunos sobre a organização e uso do dinheiro, aplicando ferramentas da Matemática Financeira e Educação Financeira. A Matemática oferece conhecimentos importantes para o desenvolvimento do cidadão e espera-se que esta pesquisa dê destaque àqueles importantes no planejamento financeiro e familiar do cidadão de baixa renda.

**Palavras-chave:** Educação Financeira; Planejamento Financeiro; Matemática Financeira; Ensino Médio.

## 1. INTRODUÇÃO

Muitos jovens, ainda durante o Ensino Médio, já desenvolvem algum tipo de atividade remunerada e a falta de informação em como lidar com o dinheiro pode gerar sérios danos em sua vida financeira.

No cenário brasileiro que vivemos atualmente, devido ao período da pandemia da COVID-19, muitas famílias passaram por dificuldades financeiras, com isso, vários jovens, ainda alunos da Educação Básica, buscaram atividades remuneradas a fim de contribuir com a renda familiar.

Nesse contexto, a Educação Financeira Escolar se faz importante para iniciar a formação destes jovens em relação a questões ligadas à organização e uso do dinheiro.

Muitos adultos que hoje apresentam alguma dificuldade ou dívida financeira não possuem conhecimento ou informação referente a finanças, fato este que pode ser alterado visto que, se os jovens aprenderem conceitos básicos de Matemática Financeira e conhecimentos básicos de Educação Financeira ligados à organização e uso consciente do dinheiro, poderemos ter no futuro adultos menos endividados. Este resultado poderá refletir positivamente na economia nacional futuramente.

---

<sup>56</sup> Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais CEFET-MG; izzabellac.dias@gmail.com

<sup>57</sup> Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais CEFET-MG; valeriangm@cefetmg.br

Este poster apresenta um projeto de pesquisa que tem como objetivo o desenvolvimento de um produto educacional para a sala de aula de Matemática, para que, através das ferramentas Matemática e da Educação Financeira, seja possível orientar estes jovens como ter sucesso monetário e organização financeira.

## **2. APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA DE PESQUISA**

A mestrandia, autora deste artigo, é professora de Matemática em uma escola da Rede Estadual de Ensino de Minas Gerais, situada na cidade de Caeté (MG), atendendo cerca de 1000 alunos residentes em sua maioria na zona rural e periférica da cidade.

Depois do retorno das aulas presenciais, após a pandemia da COVID-19, houve uma grande evasão de alunos. A escola então efetuou uma busca ativa por estes alunos e percebeu que estes, em sua grande maioria, estavam ocupados desenvolvendo alguma atividade remunerada, muitas das vezes de maneira informal. Percebeu-se também, em uma busca interna na escola, que os demais estudantes do Ensino Médio também estavam majoritariamente exercendo alguma atividade remunerada. Diante desse cenário se faz necessária uma intervenção que contribua para o planejamento financeiro destes alunos.

Esta pesquisa propõem a fazer uma revisão teórica e construir um produto educacional para alunos do Ensino Médio, sobre como realizar um planejamento financeiro pessoal e/ou familiar de forma completa com o objetivo de alcançar uma boa organização financeira, tópico este relativo à Educação Financeira Escolar para alunos da Educação Básica.

É de conhecimento que a Matemática apresenta diversas possibilidades e usá-la a favor do mercado é uma grande oportunidade. O projeto pretende trazer mais interesse aos jovens em relação a Matemática, uma vez que, quando aplicarem os conhecimentos da sala de aula de Matemática em seu cotidiano poderão valorizar ainda mais a importância da disciplina. Vivemos em um país capitalista, no qual o dinheiro é a base de toda subsistência e saber controlar essa fonte é de suma importância para qualquer indivíduo.

A Matemática Financeira apresenta diversas ferramentas essenciais para que os alunos tenham sucesso na organização e administração de suas finanças. Portanto, acreditamos que será importante desenvolver essas ferramentas da Matemática na sala de aula. Porém, é necessário que o desenvolvimento dessa Matemática venha associada a outros conceitos como os relativos à organização financeira.

Organização Financeira é um tópico que abrange conhecimento das finanças pessoais e/ou familiares e planejamento financeiro, através de uma tabela que possibilite gerenciar de

forma consciente suas finanças, alcançando metas pessoais e/ou familiares e tendo uma saúde financeira estável. (BM & FBOVESPA, 2009; BRASIL, 2018)

### **3. OBJETIVOS DA PESQUISA**

Nesta pesquisa pretendemos construir um material didático para sala de aula de Matemática voltado para o terceiro ano do Ensino Médio, que através das ferramentas da Matemática Financeira e da Educação Financeira, possa contribuir para a organização financeira e familiar de estudantes desse segmento, em especial estudantes trabalhadores de baixa renda.

### **4. METODOLOGIA DE TRABALHO**

O desenvolvimento desse projeto se dará por estudo de pesquisa através de uma revisão bibliográfica e construção de um produto educacional, que versará de um material didático com o tema principal “organização financeira”, voltado para a sala de aula de Matemática do Ensino Médio. Pretendemos aplicar esse material na sala de aula de Matemática, em uma turma de terceiro ano em que a mestrandia leciona. Após aplicação pretendemos analisar os resultados obtidos de modo a avaliar o produto educacional proposto. Todas as etapas de pesquisa comporão a dissertação desse mestrado no PROFMAT do CEFET-MG.

### **5. REVISÃO TEÓRICA**

A revisão teórica encontra-se em estágio inicial. Nesse primeiro momento assistimos às aulas da TV Educação Financeira, que foi desenvolvido pela parceria entre BM & FBOVESPA e TV Cultura, no qual o foco principal era instruir o cidadão brasileiro de conceitos básicos de Educação Financeira, através de um conteúdo didático de linguagem simples e de fácil acesso, por ser transmitido em rede aberta de televisão.

Na época do programa em questão, o tema ainda não era tratado na Educação Básica, o programa TV Educação Financeira foi uma das primeiras experiências brasileiras a trazer conceitos de Educação Financeira para o cidadão comum, abrindo vários leques para que hoje o jovem ou cidadão que tenha interesse no assunto, possa adquirir conhecimento que, conseqüentemente, levarão a um maior planejamento da vida financeira.

Organizado em duas temporadas, na primeira delas o programa ilustra a história do dinheiro, mostrando a necessidade da criação de uma moeda padronizada para a comercialização de produtos. Em outro momento mostra também o surgimento e o funcionamento dos bancos, dedicando-se também a apresentar a importância de um



planejamento pessoal financeiro e como fazê-lo. Para aqueles que estão endividados, o programa exhibe que as dívidas são a consequência de gastos desnecessários ou não planejados, apresentando uma possível maneira de reverter tal situação. Durante o programa é tratado também como é possível economizar e realizar investimentos financeiros, além da importância da Educação Financeira para as crianças.

Na segunda temporada o programa tem como foco a disciplina e o equilíbrio financeiro discutindo temas como finanças entre casais, consumo consciente e a importância de planejar suas compras desde as mais corriqueiras como compras em supermercados até o financiamento de um imóvel. É mostrado também a importância do pagamento à vista e que o crédito pode ser uma boa ferramenta, mas, se não utilizado corretamente, é um vilão para a organização financeira. Por fim reforça a importância dos investimentos, mostrando o funcionamento do mercado de ações e a necessidade de diversificar sua carteira de investimentos, inclusive para um bom planejamento da aposentadoria e conquista da independência financeira.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse artigo, apresentamos os primeiros passos de uma pesquisa que pretende apresentar ao aluno a importância da utilização dos conceitos básicos da Matemática Financeira e como a organização financeira pode ajudar no âmbito pessoal e/ou familiar, despertando assim mais interesse desses jovens à disciplina de Matemática mostrando como suas ferramentas auxiliam quando aplicadas no seu dia a dia. Pretende-se também criar um produto educacional para ser utilizado em salas de aula, podendo auxiliar os professores da disciplina de Matemática a contribuir com a Educação Financeira dos alunos da Educação Básica.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular** – Ensino Médio. Brasília: MEC, 2018, 595p. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf). Acesso em 01 de dezembro 2021.

BM & FBOVESPA. **Programa TV educação financeira**. TV Cultura. 2009. Disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=3qtDUjHSyOw&list=PL7C9724671D475DAC>. Acesso em 01 de dezembro de 2021.

# TEOREMA PICK

Paulo Henrique Dorotéo<sup>58</sup>

## RESUMO

A pesquisa explora as possibilidades e os limites da aplicação do Teorema de Pick no Ensino Fundamental. Essa proposição permite calcular a área de polígonos simples, convexos ou não, utilizando para isso uma malha quadriculada e uma simples contagem de pontos.

**Palavras-chave:** Áreas de polígonos; Geometria; Ensino de Matemática.

## 1. INTRODUÇÃO

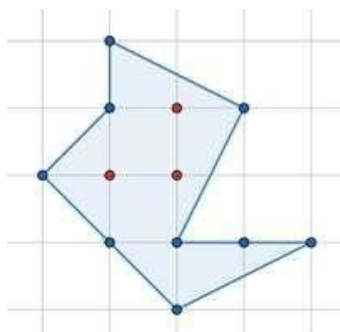
A geometria, importante campo de conhecimento da matemática, envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos que permitem resolver diversos problemas do mundo real. Embora seu desenvolvimento seja cada vez mais imprescindível às atividades humanas, ensiná-la, no entanto, apresenta-se como um grande desafio nas escolas. Não é difícil encontrar pessoas que mesmo após estudarem essa disciplina por muitos anos, ainda encontram, por exemplo, dificuldades no cálculo da área de um terreno qualquer.

Neste trabalho propomos o estudo do Teorema de Pick, esse teorema permite o cálculo de áreas de polígonos simples não regulares, em que não há fórmulas pré-definidas. Acreditamos que o Teorema de Pick é simples o suficiente para ser compreendido e verificado pelos estudantes do Ensino Fundamental, e que as provas dessa proposição têm relevância para os matemáticos da pesquisa.

## 2. A FÓRMULA DE PICK

Qual estratégia você utilizaria para calcular a área deste polígono?

**Figura 1:** Área do heptágono



**Fonte:** Elaborado pelo autor (2021).

<sup>58</sup> Universidade Federal de Viçosa, egresso do Profmat-UFV; phd.4749@gmail.com

Em 1899, Georg Pick publicou um de seus mais belos teoremas, o Teorema de Pick. Esse teorema fornece uma fórmula para calcular a área de polígonos simples, convexos ou não, utilizando apenas uma malha quadriculada e a contagem de pontos.

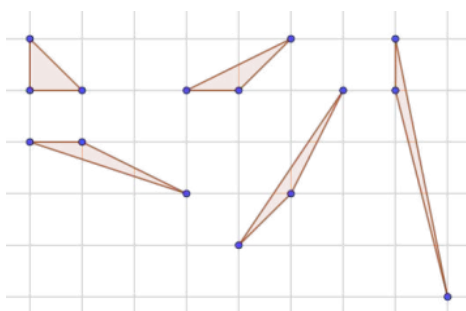
O Teorema de Pick estabelece que a área de um polígono simples cujos vértices são pontos de uma rede é dada pela fórmula:  $A=I+B/2 -1$ , sendo  $B$  é o número de pontos da rede situados sobre o bordo do polígono e  $I$  o número de pontos da rede existentes no interior do polígono.

Utilizando a fórmula de Pick, o cálculo da área do polígono da Figura 1 torna-se tarefa fácil, basta contar pontos na rede. Temos 3 pontos internos (representados na cor vermelha ) e 9 pontos sobre a borda da figura que são pontos da rede (representados na cor azul), logo a área procurada é:  $A = 3 + 9/2 - 1 = 6,5$  u.a.

**Definição 1:** Uma rede no plano é um conjunto infinito de pontos dispostos regularmente ao longo de retas horizontais e verticais, de modo que a distância de cada um deles aos pontos mais próximos na horizontal ou na vertical seja igual a 1. (LIMA, 2012, p.113)

**Definição 2:** Um triângulo chama-se *fundamental* quando tem os três vértices e mais nenhum outro ponto (do bordo ou do interior) sobre a rede.

**Figura 2:** Triângulos fundamentais.



**Fonte:** Elaborado pelo autor (2021).

**Proposição 3:** A área de um triângulo fundamental é  $1/2$ .

**Proposição 4:** Todo polígono cujos vértices pertencem a uma rede pode ser decomposto numa reunião de triângulos fundamentais.

## 2.1. Demonstração da Fórmula de Pick

Seja  $P$  um polígono cujos vértices pertencem a uma rede. Como já enunciado, pelo Teorema de Pick,  $B$  e  $I$  representam, respectivamente, o número de pontos da rede situados sobre o bordo e no interior do  $P$ .

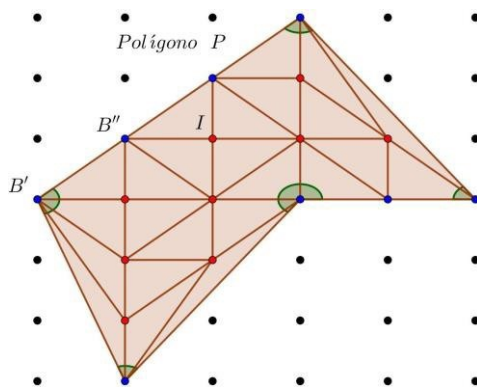
Para provar que  $I+B/2 -1$  é a área do polígono  $P$ , basta mostrar que o número  $T$  de triângulos fundamentais da decomposição de  $P$  (dado pela Proposição 4) é igual a  $2I + B - 2$ , pois a área de  $P$  é igual a  $T/2$ , em virtude da Proposição 3.

Vamos calcular a soma dos ângulos internos dos  $T$  triângulos fundamentais que compõem o polígono  $P$ . Podemos chegar ao resultado dessa soma por dois caminhos diferentes. O primeiro deles é o mais evidente, se temos  $T$  triângulos, a soma de seus ângulos internos é igual a  $T \cdot 180^\circ$ . O segundo consiste em calcular separadamente a soma  $S_b$  dos ângulos que têm vértice no bordo e a soma  $S_i$  dos ângulos cujos vértices estão no interior de  $P$ .

Sejam  $B'$  o número de vértices de  $P$  e  $B''$  o número de pontos da rede que estão sobre o bordo de  $P$ , mas não são vértices. Então  $B = B' + B''$ . Perceba que,  $S_b$  é igual à soma  $(B' - 2) \cdot 180^\circ$  dos ângulos internos de  $P$  mais  $B'' \cdot 180^\circ$  (pois os ângulos dos triângulos fundamentais, com vértice em cada um dos  $B''$  pontos do bordo de  $P$  que não são vértices de  $P$ , somam um ângulo raso, ou seja,  $180^\circ$ ). Logo:

$$\begin{aligned} S_b &= (B' - 2) \cdot 180^\circ + B'' \cdot 180^\circ \\ &= (B' + B'' - 2) \cdot 180^\circ \\ &= (B - 2) \cdot 180^\circ \end{aligned}$$

**Figura 3:** Decomposição em triângulos fundamentais e soma de ângulos internos.



**Fonte:** Elaborado pelo autor (2021).

Por outro lado, em cada ponto da rede interior a  $P$ , os ângulos que têm como vértice somam  $360^\circ$ , logo  $S_i = I \cdot 360^\circ$ . Assim:

$$\begin{aligned} S_b + S_i &= (B - 2) \cdot 180^\circ + I \cdot 360^\circ \\ &= (B - 2) \cdot 180^\circ + 2I \cdot 180^\circ \\ &= (B - 2 + 2I) \cdot 180^\circ \end{aligned}$$

Comparando o resultado das duas contagens, temos:  $T \cdot 180^\circ = (B - 2 + 2I) \cdot 180^\circ$ , ou seja,  $T = 2I + B - 2$ , como queríamos demonstrar.

### 3. METODOLOGIA

Iniciamos a pesquisa com a revisão de literatura, procuramos analisar os objetos norteadores do estudo de polígonos, o cálculo da medida de área de figuras planas e o Teorema de Pick.

Em um segundo momento, orientado pelas competências e habilidades propostas pela BNCC (BRASIL,2017), construímos uma sequência didática de três aulas pensadas e realizadas de forma remota devido as restrições impostas pela pandemia de Covid. As atividades foram realizadas em maio de 2021 por um grupo de 54 estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do Município de Contagem. Nessas atividades trabalhamos o conceito de medida de área de uma região poligonal, calculamos áreas utilizando fórmulas conhecidas, a decomposição de polígonos e o Teorema de Pick. Com o auxílio do aplicativo *Geogebra* e de mapas do *Google*, utilizamos o Teorema de Pick para calcular a área aproximada do Estado de Minas Gerais, do Município de Contagem e do Lago da Pampulha.

A sequência didática e outras demonstrações contidas na obra completa estão disponíveis em:  
[https://drive.google.com/file/d/1wCwjM0GfHGmj5sA8\\_mT6qIFnl8nDotC2/view?usp=sharing](https://drive.google.com/file/d/1wCwjM0GfHGmj5sA8_mT6qIFnl8nDotC2/view?usp=sharing).

### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise das atividades realizadas nos leva a concluir que o Teorema de Pick contribuiu de forma significativa para o processo de aprendizagem do cálculo de áreas de polígonos simples dos estudantes pesquisados. Percebemos que apesar de encontrarmos lacunas no aprendizado matemático de alguns conteúdos, como a realização de operações com números racionais na forma decimal, essas dificuldades não interferiram na consolidação do conceito de medida de área e das possibilidades do cálculo dessa medida.

Considerando que o estudo de polígonos e o cálculo de áreas de figuras planas são apresentados na BNCC ao longo do Ensino Fundamental e Médio, acreditamos que as potencialidades do Teorema de Pick podem ser exploradas desde o momento de inserção do ensino de matemática pelo professor especialista, que ocorre a partir do 6º ano. Acreditamos que o Teorema de Pick pode ser explorado de várias formas e níveis de complexidade. Percebemos ainda que, se por um lado o teorema apresenta uma série de relações com outros

conteúdos da matemática, por outro, a sua simplicidade também permite que o tema seja trabalhado de forma lúdica, mesmo nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

## **REFERÊNCIAS**

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC, 2017.

LIMA, Elon Lages. **Meu professor de Matemática**. 6. Ed. - Rio de Janeiro: SBM, 2012

# GEOMETRIA NA PRÁTICA COM O PYTHAGOREA: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

Andréa Guimarães Leite <sup>59</sup>  
Bruna Ribeiro Lacerda <sup>60</sup>  
Izzabella Cristhinna Dias <sup>61</sup>  
Pierre Simon de Fermat Vieira <sup>62</sup>

## RESUMO

Neste pôster apresentamos um breve relato de uma experiência realizada sobre a utilização da tecnologia digital como ferramenta pedagógica para o ensino de Geometria Euclidiana por meio do aplicativo Pythagorea. Esboçamos uma proposta de atividade direcionada para alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, cuja finalidade é desenvolver e aplicar os conceitos e propriedades da mediatriz de um segmento de reta bem como a construção do circuncentro de um triângulo. Esperamos que a atividade sirva de suporte didático para trabalhar os conceitos de mediatriz e circuncentro, além de inserir a tecnologia como suporte pedagógico para o processo de ensino e aprendizagem de conceitos geométricos.

**Palavras-chave:** Tecnologia Digital; Pythagorea; Geometria; Mediatriz; Circuncentro.

## 1. INTRODUÇÃO

Com a constante evolução das ferramentas tecnológicas e as crescentes formas de acessibilidade por parte da sociedade a estas ferramentas, a cada dia se faz mais necessária a adequação e a inserção de tais instrumentos no processo de ensino e aprendizagem. Ao passo que o “novo cidadão do mundo se insere cada vez mais na sociedade das tecnologias, portanto, faz-se necessário propiciar-lhe o acesso a elas.” (BRITO; PURIFICAÇÃO, 2015, p. 24)

Sobre a viabilidade da utilização de tecnologias digitais em sala de aula, uma análise de pesquisas acadêmicas, realizada por Muraro et al ( 2020, p.12) revelou que

Todos os estudos demonstraram que as aulas de matemática tornaram-se participativas com o uso de TD, deixando de ser somente focadas na aula expositiva do professor, possibilitando relações horizontais entre professor e estudante. Notou-se também que há muitos aplicativos voltados para matemática disponíveis e que podem ser agregados nas aulas como elemento colaborativo na apropriação dos conceitos matemáticos.

---

<sup>59</sup> Discente do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET/MG;  
andreaguima.prof@gmail.com

<sup>60</sup> Discente do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET/MG;  
brunalacerda165@gmail.com

<sup>61</sup> Discente do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET/MG;  
izzabellac.dias@gmail.com

<sup>62</sup> Discente do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET/MG;  
pierre.matematica@hotmail.com.

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) do Ensino Fundamental, a competência específica número 5, na área de Matemática e suas Tecnologias propõe o uso de “[...] processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.” (BNCC, 2017, p. 267). Já o texto que explora a competência número 3 para o Ensino Médio enfatiza “[...] que o uso de tecnologias possibilita aos estudantes alternativas de experiências variadas e facilitadoras de aprendizagens que reforçam a capacidade de raciocinar logicamente, formular e testar conjecturas, avaliar a validade de raciocínios e construir argumentações.” (BNCC, 2017, p. 535).

Nesse sentido, o desenvolvimento deste trabalho consiste na apresentação de uma proposta de atividade para alunos do 8º ano do ensino fundamental, sobre a construção e exploração das propriedades de mediatriz de um segmento e do circuncentro de um triângulo euclidiano, fazendo uso do aplicativo *Pythagorea*. A intenção da proposta é que a mesma possa facilitar, estreitar e conectar o processo de ensino aprendizagem ao uso da tecnologia.

Cabe destacar que essa proposta foi elaborada como uma atividade avaliativa durante o curso da disciplina “Geometria” no PROFMAT do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG).

Nas seções seguintes, apresentamos uma descrição sucinta do software e da atividade.

### 1.1. Descrição do Aplicativo

*Pythagorea* é um aplicativo desenvolvido para smartphones que reúne uma coleção de quebra-cabeças geométricos de diferentes tipos que podem ser resolvidos sem construções ou cálculos complexos. Todos os objetos são desenhados em uma grade de células quadradas, utilizando apenas retas, segmentos e pontos. É possível se envolver em uma série de desafios e problemas interessantes de níveis variados, sendo que eles podem ser resolvidos usando apenas intuição geométrica ou encontrando leis naturais, regularidade e simetria. Os níveis são categorizados de acordo com o conceito geométrico a ser trabalhado e as categorias, chamadas no aplicativo de pacotes, são numeradas de 1 a 28 e denominadas também de acordo com o conteúdo trabalhado, como mostra a figura 1.



**Figura 1:** Montagem com todos os pacotes do aplicativo.



**Fonte:** APP Pythagorea (2021)

Um atrativo do aplicativo é a permissividade de explorar os vários pacotes de forma aleatória, permitindo ainda ao jogador avançar gratuitamente para os próximos níveis mesmo se o problema não tiver sido resolvido. Essa vantagem, permite ao professor explorar pacotes específicos de acordo com o ano de escolaridade e conteúdo que está trabalhando em sala de aula.

## 1.2. Descrição da Atividade

Trazemos uma proposta de atividade avaliativa a ser desenvolvida na disciplina de Matemática voltada para o 8º ano do ensino fundamental, envolvendo o aplicativo *Pythagorea*.

Essa atividade é indicada para a consolidação dos conceitos de mediatriz e circuncentro de um triângulo, atendendo a habilidade EF08MA15 da BNCC que decorre sobre “Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares”.

Propõe-se dispor 03 horas/aula para o desenvolvimento da atividade, que pode ser dividida em quatro etapas:

- I. Apresentação dos conceitos e propriedades de mediatriz de um segmento e circuncentro de um triângulo.
- II. Jogar o pacote 17, denominado Mediatrizes.
- III. Escolha de dois problemas do pacote 17 para que seja feita uma descrição do passo a passo realizado na resolução dos mesmos.

Para as etapas I e II, o professor deve separar 01 hora/aula para explicar a definição de mediatriz e circuncentro de um triângulo, bem como a exibição de alguns exemplos, reservando um tempo ao final da aula para a apresentação do aplicativo e da maneira de jogar.

As etapas III e IV irão demandar 02 aulas geminadas. Na etapa III, a classe será dividida em duplas e o objetivo é concluir todos os níveis do pacote 17, denominado Mediatrizes. No total são 11 problemas, sendo que 6 deles abordam a definição de mediatriz e 5 a definição de circuncentro.

Na etapa IV, cada dupla terá que escolher dois problemas, um envolvendo o conceito de mediatriz de um segmento e outro envolvendo o conceito de circuncentro de um triângulo, e descrever o passo a passo realizado na resolução dos mesmos.

## **2. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

O ensino de geometria, em sua maioria, é dificultado devido a falta de materiais pedagógicos que possibilitem ao aluno visualizar as formas geométricas e os conceitos e propriedades envolvidas no estudo das mesmas. Diante dessa problemática é necessário explorar estratégias e ferramentas que facilitem o processo de ensino e aprendizagem.

Atualmente, com o crescente desenvolvimento da tecnologia, temos acesso a aplicativos e sites interativos que possibilitam tornar determinados conteúdos de geometria mais palpáveis ao aluno. Além disso, podemos encontrar diversos jogos para celular e computador que desafiam os alunos a resolverem situações-problemas envolvendo conceitos geométricos de forma divertida, o que instiga o aluno e contribui para a construção do seu conhecimento. Nesse sentido, o *Pythagorea* é uma ferramenta de grande valia no trabalho de geometria plana.

No trabalho desenvolvido encontra-se disponível uma atividade pronta para ser aplicada em uma turma do ano. No entanto, ressalta-se que selecionando o pacote adequado, é possível utilizar o aplicativo com todos os anos escolares do ensino fundamental II e até mesmo do ensino médio.

Espera-se que a atividade proposta auxilie o professor e aluno ao trabalhar os conceitos de mediatriz e circuncentro, que apresentam-se de forma consideravelmente abstrata, além de

agregar o uso da tecnologia como suporte pedagógico no processo de ensino e aprendizagem de conceitos geométricos.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC: Educação é a Base**. Brasília: MEC, 2018.

BRITO, Gláucia da Silva; PURIFICAÇÃO, Ivonélia da. **Educação e novas tecnologias: um repensar**. Curitiba: InterSaberes, 2015.

MURARO, Maria Izabel; GÓES, Anderson Roges Teixeira; CAMAS, Nuria Pons Vilardell. Dispositivos móveis na Educação Matemática no ensino fundamental: análise das pesquisas acadêmicas brasileiras. **Revista Cocar**, v. 14, n. 30, p. 1-17, Set./Dez./2020.

# EDUCAÇÃO FINANCEIRA: CONTRIBUIÇÕES PARA ESTUDANTES DO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO

Josiany Santos de Oliveira <sup>63</sup>  
Gilmer Jacinto Peres <sup>64</sup>

---

## RESUMO

No presente pôster, apresentamos um projeto de pesquisa que será desenvolvido como trabalho de conclusão de curso do Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT - CEFET MG. Com o intuito de investigar a inserção dos estudos em matemática financeira e suas conexões com a educação financeira, iremos averiguar os dados provenientes de uma intervenção, mediada através de uma sequência didática que será desenvolvida com alunos do 3º ano do ensino médio. Esta, contribuirá para a promoção de uma educação matemática crítica, uma vez que o aluno irá adquirir um conhecimento matemático, desenvolver habilidades para a resolução de problemas e por fim terá a capacidade de refletir e avaliar sua aplicação. Para além dos estudos conceituais, intencionamos proporcionar uma reflexão crítica sobre como uma conscientização financeira pode contribuir na formação dos estudantes.

**Palavras-chave:** Educação Financeira; Planejamento Financeiro; Educação Matemática Crítica.

## 1. INTRODUÇÃO

Estudos conceituais da matemática financeira em conexão com a educação financeira, podem levar o estudante a reflexões acerca do trabalho e consumo responsável, compreender a importância do gasto consciente e analisar questões financeiras de forma crítica. Pois segundo Freitas (2021), o conhecimento de conceitos fundamentais financeiros e a consciência de como bem administrar o dinheiro, são importantes para se conquistar um bem-estar financeiro.

Dessa forma a educação financeira no âmbito escolar pode contribuir para a tomada de decisão, para o desenvolvimento do aluno enquanto cidadão, tornando-o crítico e consciente financeiramente, acarretando uma possível mudança na forma como seus familiares lidam com o dinheiro.

Segundo Skovsmose (2001), uma educação matemática crítica deve promover um conhecimento matemático, tecnológico e reflexivo, por meio de problemas reais. Para que assim, o estudo de conceitos e modelos matemáticos, baseados em situações práticas do cotidiano e sociais, influenciem na vida em sociedade.

---

<sup>63</sup> Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – Discente do Mestrado Profissional PROFMAT /CEFET-MG; josianyso@gmail.com.

<sup>64</sup> Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – Professor Orientador /CEFET-MG; gilmer@cefetmg.br.

Portanto, com base nas perspectivas de uma educação matemática crítica, como produto final da pesquisa será desenvolvida e aplicada uma sequência didática em turmas do 3º ano do ensino médio, de uma escola pública estadual de Minas Gerais. Cujo objetivo será proporcionar a educação financeira e a elaboração de um planejamento financeiro de acordo com a realidade de cada um.

## **2. A IMPORTÂNCIA DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA PARA O ENSINO BÁSICO**

O ensino de matemática financeira tem por objetivo discutir o valor do dinheiro no tempo e analisar financiamentos e investimentos, sendo uma importante ferramenta para promover o letramento financeiro, proporcionando o conhecimento do cálculo de juros, porcentagens, regra de três. A fim de promover no estudante conhecimentos para além destes, o ensino deve transcender a matemática financeira e despertar uma reflexão sobre a utilização, planejamento e aquisição do dinheiro. Promovendo uma educação financeira no âmbito escolar, que pode levar o aluno ao desenvolvimento do pensamento crítico e analítico, ao entendimento quanto a conceitos e riscos financeiros e a conscientização quanto ao trabalho e consumo.

Segundo Dias (2016), é urgente proporcionar à educação financeira a população do Brasil, tendo em vista que muitos não planejam gastos a longo prazo, não se preparam financeiramente para a aposentadoria, têm dificuldades na tomada de decisão e são vulneráveis a fraudes. Sob esta perspectiva, a sala de aula pode ser uma aliada no desenvolvimento de cidadãos conscientes financeiramente.

A forma como uma pessoa lida com o dinheiro, pode ser influenciada por uma série de questões. No entanto a educação financeira pode modificar a concepção financeira do estudante, de sua família e da sociedade onde vivem. Pois, de acordo com Freitas (2021),

Em estado de literacia financeira, os jovens recém-inseridos no mercado de trabalho, bem como suas famílias, não veem problemas em utilizar as ferramentas básicas necessárias ao controle de seus orçamentos. Isso lhes permite manter as economias sob controle e lhes proporciona disciplina à aquisição de bens maiores tais como veículos, imóveis e educação. (FREITAS; 2021, p.21)

Portanto, o intuito da educação financeira na sala de aula, é tornar o estudante capaz de refletir e avaliar suas próprias decisões, a partir do conhecimento adquirido sobre os conceitos e produtos financeiros. Assim, atividades baseadas em uma educação matemática crítica podem contribuir com a educação financeira, uma vez que esta capacita o estudante a utilizar técnicas matemáticas de forma analítica, tornando-o capaz de compreender e transformar a sociedade.

Para que sejam alcançados os objetivos da pesquisa, baseado no pressuposto de uma educação matemática crítica, serão elaboradas atividades que fomentem os conhecimentos acerca da matemática financeira relacionando-os com a educação financeira.

### 3. RESULTADOS ESPERADOS

Além do conhecimento matemático, situações culturais, sociais e políticas são capazes de interferir nas decisões financeiras de cada indivíduo, no entanto, acredita-se que a educação financeira é capaz de conscientizar e proporcionar um equilíbrio financeiro. Dessa forma, a partir desta perspectiva serão analisados documentos que proporcionem embasamento para a construção do referencial teórico. Acreditamos que esta análise contribuirá para a elaboração de uma sequência didática que possa levar o aluno a compreender para além de cálculos de matemática financeira, motivá-lo a entender a importância de saber gastar, poupar ou investir, o que poderá proporcionar a ele uma melhor qualidade de vida, tornando-o capaz de construir um planejamento financeiro de acordo com sua realidade e seus objetivos.

### REFERÊNCIAS

CARDOSO, Virgínia Cardia. Resenha do Livro **Educação matemática crítica: a questão da democracia**, de Ole Skovsmose. Campinas: Papirus, 2001, Coleção Perspectivas em Educação Matemática, SBEM, 160 p. Disponível em: <https://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=cat06909a&AN=sib.441165&lang=pt-br&site=eds-live>. Acesso em: 4 jun. 2022.

DIAS, Cintia Teixeira. **Educação Financeira: Trabalhando com o Conceito de Inflação no Ensino Fundamental**. 2016. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2016.

FREITAS, Bruno Gomes de. **Empréstimos & Financiamentos: Uma Abordagem Sobre o Ensino de Sistemas de Amortização à Luz da Educação Financeira**. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2021.

# ALGORITMOS EVOLUTIVOS E GAMIFICAÇÃO: UMA PROPOSTA DE PESQUISA PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA

Lucas Amaral Tavares <sup>65</sup>  
Jônathas Douglas Santos de Oliveira <sup>66</sup>  
Dênis Emanuel da Costa Vargas <sup>67</sup>

---

## RESUMO

Nesse pôster são apresentadas as ideias iniciais de uma pesquisa em desenvolvimento no contexto do PROFMAT (CEFET-MG) que tem por objetivo elaborar um produto educacional em que Algoritmos Evolutivos serão usados para resolver problemas de otimização em diversos contextos, implementados na linguagem de programação Python e trabalhados por meio de sequências didáticas sob a ótica do Pensamento Computacional. Além disso, propõe-se o uso da gamificação como estratégia para o desenvolvimento de uma competição de algoritmos, como ocorre frequentemente em Maratonas de Programação, Olimpíadas de Informática e no IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC), um evento bem conhecido da área de Algoritmos Evolutivos.

**Palavras-chave:** Algoritmos Evolutivos; Problemas de Otimização; Gamificação.

## 1. INTRODUÇÃO

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) menciona a importância dos algoritmos no desenvolvimento do Pensamento Computacional com estudantes da Educação Básica, além de salientar que eles podem ser objetos de estudo nas aulas de Matemática:

Associado ao pensamento computacional, cumpre salientar a importância dos algoritmos e de seus fluxogramas, que podem ser objetos de estudo nas aulas de Matemática. Um algoritmo é uma sequência finita de procedimentos que permite resolver um determinado problema. Assim, o algoritmo é a decomposição de um procedimento complexo em suas partes mais simples, relacionando-as e ordenando-as, e pode ser representado graficamente por um fluxograma. (BNCC, 2018, p. 271).

Duas das habilidades da BNCC para a Matemática do Ensino Médio que estão diretamente relacionadas ao Pensamento Computacional são:

- EM13MAT315, que propõe investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema, e
- EM13MAT405, que propõe utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.

---

<sup>65</sup> Discente do PROFMAT/CEFET-MG; proflucasamaral@gmail.com.

<sup>66</sup> Docente do PROFMAT/CEFET-MG; denis.vargas@cefetmg.br.

<sup>67</sup> Docente do PROFMAT/CEFET-MG; jonathasoliveira@cefetmg.br.

Entre as possibilidades de se trabalhar algoritmos no Ensino Médio estão os Algoritmos Evolutivos (AEs), os quais são baseados em mecanismos da evolução biológica no intuito de resolver problemas de otimização. Tais problemas são discutidos frequentemente no contexto do Ensino Médio em dissertações do PROFMAT, como, por exemplo, Corrêa (2016) e Nunes (2022). Ambos os trabalhos utilizam métodos determinísticos para resolução desses problemas.

Dados do Repositório de Dissertações do PROFMAT revelam uma carência de trabalhos no contexto do programa que utilizam os AEs na resolução de problemas de otimização, o que traz um aspecto inovador à presente proposta. Ressalta-se ainda que o caráter interdisciplinar ao se utilizar AEs é potencializado dado que eles traduzem os fenômenos relacionados à Teoria da Evolução para uma linguagem algorítmica.

Nesse sentido, a proposta tem como objetivo geral propor um produto educacional (texto com sequências didáticas) em que esses algoritmos serão utilizados para a resolução de problemas de otimização em diversos contextos. Eles serão implementados na linguagem de programação Python e trabalhados através de sequências didáticas mediadas principalmente pelo Pensamento Computacional e pela gamificação.

## 2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Pensamento Computacional é uma estratégia usada para solucionar problemas que se baseia, entre outros, na decomposição do problema (dividir um problema complexo em pequenas partes) e no uso de algoritmos para sua solução (PAIVA, 2021). A ideia é reformular problemas que aparentam ser de difícil resolução analítica e transformá-los em algo capaz de ser compreendido, desejavelmente tendo a tecnologia como alicerce.

Uma utilização recorrente de algoritmos na resolução de problemas diversos se encontra na área de otimização. De forma simplificada, um problema de otimização consiste em obter os valores de variáveis reais, inseridas dentro de um conjunto factível, para minimizar o valor de uma função de custo dependente destas variáveis. Sejam o vetor de  $n \in \mathbb{N}$  variáveis independentes,  $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$ ,  $\vec{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ , a função de custo  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g_j(\vec{x}_n)$ , a  $j$ -ésima restrição que pode ser uma equação ou uma desigualdade dependente de  $\vec{x}_n$  com  $j \in \{1, 2, \dots, m\}$ . Matematicamente, o problema de otimização pode ser escrito como obter:

$$\vec{x}^* = \arg \min_{g_1, \dots, g_m} f(\vec{x}),$$

em que  $\vec{x}^*$  é dito otimizador de  $f$ , na medida que nosso objetivo é encontrar o vetor  $\vec{x}^*$ , argumento da função de custo, que atende às restrições  $g_1, \dots, g_m$  e minimiza  $f$ . Um problema de maximização pode ser resolvido minimizando  $h(\vec{x}) = -f(\vec{x})$ .



A otimização é uma área da matemática com aplicações em problemas de engenharia, estatística, logística, biologia, economia, dentre outras (BRANDAO; SARAMAGO, 2011; BRASIL; SILVA, 2019). Métodos diversos podem ser utilizados no intuito de se resolver um problema de otimização que vão desde métodos baseados em derivadas até estratégias que envolvem populações. Nesse contexto, dentre as heurísticas bem consolidadas despontam os AEs. Tais algoritmos são baseados em populações, isto é, existe um conjunto de  $NP$  vetores, com  $NP \in \mathbb{N}$ , que codificam de alguma forma as variáveis independentes do problema.

Algoritmos Genéticos (AG), Evolução Diferencial (ED) e Enxame de Partículas (EP) são exemplos bem conhecidos de AEs. Em AG, por exemplo, cada indivíduo da população representado como  $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$  está associado ao valor da função de custo  $f(\vec{x})$  a ser minimizada, que recebe o nome de *fitness* (do inglês, adaptação). Essa população passa por processos de atualização (trocas de informações entre os indivíduos da população e variações individuais), que podem envolver cruzamentos, mutações e seleções (PETROWSKI; BEN-HAMIDA, 2017). Isso se repete durante um certo número de gerações (ou iterações) até que algum critério de parada seja satisfeito. O indivíduo com melhor valor da função *fitness* obtido durante o processo de busca é a solução do problema de otimização. Como são métodos heurísticos, não existem garantias matemáticas de que a solução ótima será encontrada via AEs. Por outro lado, diferentemente de métodos determinísticos tradicionais, AEs não dependem de informações adicionais sobre a função de custo, como, por exemplo, suas derivadas.

Com relação à gamificação no contexto educacional, sabe-se que ela promove um processo de imersão do estudante em um ambiente lúdico ou ficcional na forma de narrativas, imagens e sons (DOMINGUÉZ et. al, 2013). Esse processo tende a aproximar aspectos da realidade (aleatoriedade, competição, resolução de problemas etc.) seguindo determinadas regras que trazem certo grau de controle. Dessa forma, a gamificação permite relacionar a motivação intrínseca e extrínseca do estudante, aumentando o nível de motivação e o engajamento no contexto de tarefas didáticas (BUSARELLO; ULBRICHT; FADEL, 2014). Assim, a gamificação será incluída nessa proposta de pesquisa em um contexto de competição similar ao que ocorre frequentemente em Maratonas de Programação, Olimpíadas de Informática e no *IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, um evento bem conhecido da área de Algoritmos Evolutivos.

### 3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Resolver um problema de otimização via Algoritmos Evolutivos é uma oportunidade em potencial para desenvolver o Pensamento Computacional de estudantes do Ensino Médio. Além

disso, a gamificação também tem ganhado espaço entre as metodologias ativas de aprendizagem.

Sabe-se que muitos dos conceitos envolvidos nessa pesquisa são recentes e não são do contato cotidiano do professor do ensino básico. Portanto, este trabalho pretende fornecer um produto educacional de boa qualidade que alie tanto o rigor necessário quanto uma linguagem mais acessível, repleto de exemplos. Dessa forma, ao ter contato com o produto educacional desenvolvido, espera-se que o professor do ensino básico tenha condições de entender o assunto e aplicar as sequências didáticas propostas em sala de aula.

## REFERÊNCIAS

BRANDAO, M. A. L.; SARAMAGO, S. F. P. Métodos estocásticos de Otimização: Algoritmos Genéticos e Evolução Diferencial. (Notas em Matemática Aplicada, v. 55) São Carlos, SP: Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional (SBMAC), 2011.

BRASIL, R.M.L.R.F.; SILVA, M. A. **Otimização de projetos de engenharia**. São Paulo: Blucher, 2019.

CORRÊA, S. D. **O Uso de Métodos Numéricos em Problemas de Otimização: Aplicações no Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado PROFMAT) – Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2016.

BUSARELLO, R. I. **Gamification: princípios e estratégias**. São Paulo: Pimenta Cultural, 2016.

DOMÍNGUEZ, A.; NAVARRETE, J. S. de; MARCOS, L. de; SANZ, L. F.; PAGÉS, C.; HERRÁIZ, J. J. M. Gamifying learning experiences: Practical implications and outcomes. **Journal Computers & Education**, Virginia, v. 63, p. 380–392, 2013.

NUNES, C. A. P. **Otimização como Recurso de Aprendizagem Aplicado ao Ensino Médio e Superior**. Dissertação (Mestrado PROFMAT) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2022.

PETROWSKI, A.; BEN-HAMIDA, S. *Evolutionary Algorithms*. Editora Wiley, 2017.

# O ENSINO DE ESTATÍSTICA DESCRITIVA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: O CONTEXTO DA COVID-19 E O AVANÇO DAS VACINAS NA PREVENÇÃO DE DOENÇAS

Helenice Vasconcelos de Melo Lopes <sup>68</sup>

Marcela Richele Ferreira <sup>69</sup>

Dênis Emanuel da Costa Vargas <sup>70</sup>

---

## RESUMO

A ocorrência da pandemia da Covid-19 transformou o ensino, inserindo o uso das tecnologias digitais de maneira irreversível. Diante disso, e utilizando as informações coletadas sobre a ocorrência da doença no Brasil e as suas implicações, propomos uma discussão acerca do Ensino de Estatística Descritiva na Educação Básica, mais especificamente, no Ensino Médio. Para isso, serão utilizados dados sobre a transmissão da Covid-19, bem como dos impactos do avanço da vacinação no Brasil. Tais informações serão a base de dados para uma análise interpretativa no contexto da Estatística Descritiva. Para essa análise, utilizaremos um pacote do software R chamado R Commander. O objetivo é tratar os dados coletados num contexto atual e relevante utilizando uma ferramenta tecnológica acessível aos alunos do Ensino Médio.

**Palavras-chave:** Estatística Descritiva; Covid-19; Software R.

## 1. INTRODUÇÃO

A Educação Estatística é uma área da Educação Matemática que valoriza as informações da vida política, econômica e social do dia a dia do aluno, incluindo questões que tratam de assuntos relacionados à saúde, o qual com o auxílio do professor pode tomar consciência de aspectos sociais muitas vezes despercebidos, mas que se encontram em seu cotidiano e fortemente presentes em toda a sociedade, (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011).

Sob essa perspectiva, observamos que a Estatística se apresenta como um conteúdo que permite a oferta de múltiplas possibilidades de relacionar a matemática a diversas questões do cotidiano proporcionando a interação com outras áreas. Um estudo adequado dessa ciência facilita o desenvolvimento de uma leitura crítica, análise e tomadas de decisões que podem auxiliar em diversas áreas.

Devido a essa vasta gama de aplicações, o ensino de estatística ensino de estatística tem sido tema de trabalhos acadêmicos, como em (SANTOS; BULEGON, 2020). Neste artigo, os autores fazem uma revisão da literatura sobre trabalhos que envolvem o Ensino de Estatística na Educação Básica. Em suas considerações finais, apontaram, entre outros, o crescente uso de

---

<sup>68</sup> CEFET-MG/discente/PROFMAT; hellvas@gmail.com.

<sup>69</sup> CEFET-MG/docente/PROFMAT; marcela.richele@cefetmg.br.

<sup>70</sup> CEFET-MG/docente/PROFMAT; denis.vargas@cefetmg.br.

tecnologias digitais e a falta de trabalhos contextualizados, embora as pesquisas sejam recentes e este seja incentivado desde os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) e pela Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018).

Paiva define que,

Estatística é uma ciência fundamentada na teoria das probabilidades e em um conjunto de técnicas e métodos de pesquisa que abrange, entre outros temas: planejamento de experimentos, coleta e organização de dados, representação de dados numéricos por meio de tabelas e gráficos, análise de dados, previsões e tomadas de decisões em situações de incerteza com base na análise de dados. Ela pode ser aplicada nas mais diversas áreas do conhecimento, desde pesquisas sobre temas do cotidiano até pesquisas científicas.

Percebemos uma clara contradição no que diz respeito à prática docente quando falamos do ensino Estatística na Educação Básica, tendo em vista que este é apresentado nos livros didáticos e por professores, limitando-se a exemplos desconectados da realidade dos alunos. Muitas vezes bem simplórios. Assim, a proposta deste trabalho é apresentar o Ensino da Estatística Descritiva no contexto da análise das informações geradas a partir dos dados gerados sobre a pandemia da Covid-19.

Nesse sentido, a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) propõe que, para desenvolverem habilidades estatísticas, os estudantes têm que interpretar estatísticas divulgadas pela mídia, entre outros. Além disso, propõe que os estudantes utilizem recursos tecnológicos desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, possibilitando assim, que ao chegarem aos anos finais possam desenvolver o pensamento computacional.

A habilidade EM13MAT202 trata do planejamento e execução de pesquisas estatísticas usando dados coletados em diferentes fontes sobre questões relevantes atuais, incluindo o uso de tecnologias. Assim, o presente projeto propõe usar o *Software R*, especificamente, o *R Commander* como recurso tecnológico para auxiliar na análise de dados que serão coletados em diferentes bases de dados. O *Software R* é uma interface gráfica de análises estatísticas composto por uma variedade de implementações de técnicas estatísticas. O *R* é um pacote estatístico bastante popular no meio acadêmico.

Durante a pandemia, uma série de informações foram divulgadas nos veículos de comunicação diariamente acerca dos níveis de transmissão, do contágio, dos números de infectados e óbitos relacionados. Em muitos momentos, não foi possível compreender claramente, o sentido dessas informações e como elas conduziam as ações do poder público, que em algumas ocasiões optaram pelo distanciamento social e em outros pela retirada das máscaras.

A proposta desse projeto é apresentar o Ensino de Estatística Descritiva na Educação Básica, a partir dos dados coletados em fontes oficiais de divulgação da COVID-19, como a página oficial do Ministério da Saúde (<https://covid.saude.gov.br/>), dentre outros, e tratar essas informações utilizando uma ferramenta digital, que será o *software R (R Commander)*.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>, 2018. Acesso em 10 jun. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R.; **Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática**; Belo Horizonte, MG: Autêntica Editora; 2011.  
PAIVA, Manoel. **Matemática**. 3. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2013.

SANTOS, Paola Aquino Dos; BULEGON, Ana Marli. **Revisão de Literatura Acerca do Ensino de Estatística na Educação Básica**. ULBRA, Cachoeira do Sul. v. 5, n. 1 out 2020. Disponível em: <https://www.ulbracds.com.br/index.php/sieduca/issue/view/48>. Acesso em: jun. 2022.

# GAMIFICAÇÃO E ENSINO DE MATEMÁTICA: PROPOSTA DE UM JOGO PARA A APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES POLINOMIAIS DE PRIMEIRO GRAU

Carlos Henrique Rocha Serra <sup>71</sup>

Luis Alberto D'Afonseca <sup>72</sup>

Pedro Henrique Daldegan <sup>73</sup>

---

## RESUMO

O presente trabalho apresenta uma síntese de uma pesquisa realizada no programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) no Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG), onde buscamos compreender a gamificação aplicada aos processos de ensino, em particular, ao ensino de Álgebra, propondo um jogo para o ensino de equações polinomiais do primeiro grau. Dessa forma, apresentamos nesse poster um recorte das teorias do Flow e elementos de game design aplicados ao jogo proposto.

**Palavras-chave:** Ensino de Álgebra; Gamificação; Jogo Paradidático;

## 1. INTRODUÇÃO

Cientes de que os processos educacionais estão susceptíveis a diversas variáveis, muitas das vezes não controláveis, como ambiente e cultura, a pedagogia se encarrega pela busca de novas metodologias e pelo aprimoramento dos fazeres didáticos e pedagógicos. Essa busca não deve, e nem poderia, se restringir ao universo acadêmico, mas sim, tomar vida e forma nas salas de aula por intermédio dos professores. Nesse arranjo, a tecnologia, por vezes, permeia e se constitui como parte importante das práticas docentes, auxiliando no processo de aproximar objetos de conhecimento ao universo dos estudantes, nativos digitais.

Tais metodologias e abordagens não são, necessariamente, novas, sendo em alguns casos, adaptações de estruturas e métodos já empregados em áreas que não têm relação direta com a Educação e o Ensino para a construção de determinado conhecimento. Esse é o caso da Gamificação, que consiste no emprego das estruturas de jogos a fim de alcançar um objetivo que não seja, propriamente, jogar ou divertir-se.

Com isso em mente, iniciamos uma pesquisa ao longo do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), buscando compreender como aplicar a gamificação

---

<sup>71</sup> Mestre em Matemática (CEFET-MG); rochaserra@gmail.com

<sup>72</sup> Professor Doutor da Instituição (CEFET-MG); luis.dafonseca@gmail.com

<sup>73</sup> Professor Doutor da Instituição (CEFET-MG); phpdaldegan@gmail.com

o os jogos ao contexto educacional, para assim propor a implementação de um jogo paradidático que auxiliasse no ensino de equações polinomiais do primeiro grau.

## 1.1. Gamificação

O nível de envolvimento, satisfação, adrenalina e estresse dedicados a uma atividade podem alterar em um indivíduo a percepção do tempo em que esteve envolvido com a mesma. Não raro, ao nos dedicarmos a tarefas satisfatórias como lermos um bom livro, ouvirmos uma boa música ou conversarmos com um amigo, temos a sensação de que "o tempo passou mais rápido". Caracterizadas por foco, concentração e êxtase, bem como a distorção da noção do tempo, essas experiências ótimas são também conhecidas como Teoria do *Flow*. Para Csikszentmihalyi (2014), pesquisador e autor dessa teoria, é assim que a maioria das pessoas descrevem tais experiências.

Dentre as mais variadas situações que comumente levam uma pessoa a esse estado, destacam-se os jogos digitais, que tiveram nas últimas décadas a ampliação do seu público-alvo, e são cada vez mais acessíveis com a popularização dos videogames, microcomputadores e smartphones.

Nesse contexto, somos levados aos seguintes questionamentos: *O que faz dos jogos algo tão atrativo e prazeroso? Como utilizar as dinâmicas, estratégias e mecânicas tão envolventes oferecidas por eles em atividades que não constituem necessariamente um jogo?*

Com o objetivo de responder a tais indagações, surge a gamificação, que trata de estudar tais técnicas bem como estratégias para bem aplicá-las em atividades diversas, como por exemplo, na Educação.

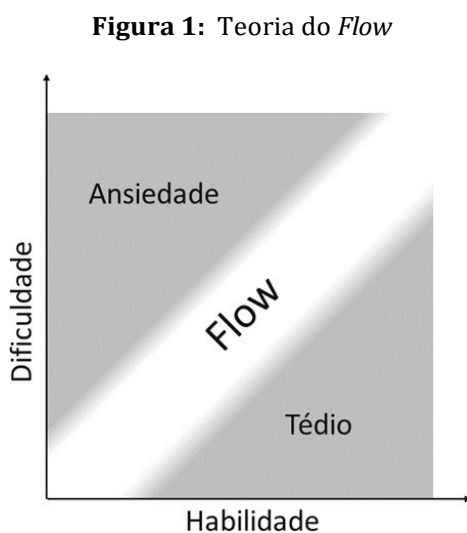
## 1.2. Gamificação e Teoria do *Flow*

Sem almejar apresentar uma receita para a felicidade, mas buscando entender os aspectos presentes nos momentos de bem-estar e júbilo de pessoas comuns, Csikszentmihalyi (1990), em seu livro intitulado *Flow: The Psychology of Optimal Experience*, evidencia aspectos recorrentes nessas ocasiões, também conhecidas como experiências ótimas. Sua motivação para a pesquisa e o desenvolvimento do que hoje conhecemos como Teoria do *Flow* parte da observação de como as pessoas podem reagir de formas distintas em situações semelhantes, apresentando estados de felicidade, apatia ou até mesmo profunda tristeza. À vista disto, o autor busca em seu trabalho compreender aspectos determinantes para se atingir uma experiência ótima, bem como indivíduos alcançam o controle de suas consciências, obtendo equilíbrio para vivenciar situações desagradáveis à maioria das pessoas.

O termo *Flow* se deve ao fato de constantemente indivíduos descreverem suas experiências ótimas como se fluíssem sem esforço aparente (Csikszentmihalyi, 1990). Entretanto, as atividades que geralmente levam a esse estado, exigem grande empenho físico e/ou intelectual, representando para o sujeito verdadeiros desafios. Contudo, concentrados no processo ao invés dos resultados, mente e corpo se fundem, e em sincronismo, proporcionando momentos de grande satisfação, plenitude e felicidade.

Esse estado de profundo envolvimento com a tarefa em mãos a ponto de nada mais importar, a não ser a própria atividade em si, leva o sujeito a não se preocupar com recompensas futuras, pois o próprio fazer é a recompensa. Dessa forma, Csikszentmihalyi (1990) conclui que atividades que geralmente levam uma pessoa a um estado ótimo, possuem fim em si mesmas e, ao se alcançar o *Flow*, vivencia-se uma experiência autotélica.

Pôde ainda constatar que para concentrar-se profundamente na tarefa em mãos, é importante que o indivíduo se depare com desafios possíveis de se concluir. Se o desafio for demasiado face às suas habilidades, será levado para um estado de ansiedade e preocupação, não alcançando uma experiência ótima. Caso seja pouco desafiado frente às suas aptidões, sentir-se-á relaxado e tedioso. Assim, para atingir e manter o estado de *Flow*, deve haver certo equilíbrio entre os desafios propostos pela tarefa e as habilidades do indivíduo, conforme ilustra a Figura 1.



**Fonte:** Adaptado de Csikszentmihaly (2014, p. 28)

Para a manutenção do foco, além do constante reajuste entre desafios e habilidades, tarefas com objetivos bem definidos e *feedbacks* imediatos realimentam a concentração, mantendo a satisfação na execução de uma atividade. Nesse ciclo, o indivíduo sente-se no controle de suas próprias ações e, em uma fusão entre consciência e corpo, esquece-se dos



problemas. Assim, a sensação de distorção do tempo é vivenciada, justificando o termo *Flow*, conforme é exposto por Csikszentmihalyi (1990).

Analisando os estados mentais de uma pessoa sob o ponto de vista da teoria do *Flow*, um indivíduo pode se encontrar ansioso, apático, tedioso ou em fluxo (*Flow*). Dentre esses estados, o que favorece a aprendizagem é o *Flow*, conforme apresenta Kim et al. (2017). Para os autores, a teoria do *Flow* aplicada ao ensino e aprendizagem está em consonância com a teoria da Zona de Desenvolvimento Proximal de Vygotsky (1978) e a Teoria do Desenvolvimento Cognitivo, proposta por Piaget (1973).

### 1.3. *Game design* do jogo proposto

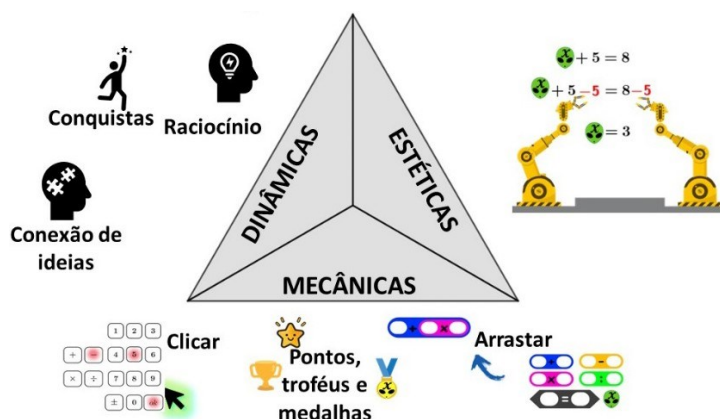
Convencidos dos benefícios da gamificação aos processos de ensino e aprendizagem, propomos a criação do jogo Contatos de 1º GRAU, que tem por finalidade auxiliar o ensino e aprendizagem de conceitos básicos de igualdade e equações. Entretanto, não considerando a gamificação como solução universal para os desafios inerentes dos processos de ensino e aprendizagem, com o jogo em questão não pretendemos substituir nenhum método didático, mas sim, apresentar um instrumento que possibilite o emprego concomitante aos já empregados.

Para isso, fez-se importante o estudo do *design* de jogos, que tem como foco principal viabilizar uma experiência envolvente e divertida ao jogador. Dentre as estruturas que auxiliam desenvolvedores a estabelecerem elementos e técnicas, que combinados e ajustados, levam o jogador a ter uma experiência imersiva, destaca-se a MDA (do inglês: *Mechanics, Dynamics e Aesthetics*), que têm como elementos chave as mecânicas, dinâmicas e estéticas de um jogo, e prima para que ao longo do processo produtivo, os designers trabalhem a partir da estética.

As mecânicas são os componentes que asseguram o funcionamento de um jogo, e é a partir delas que um designer guiará as ações de um jogador. Já as estéticas, relacionam-se com os aspectos visuais e de beleza apresentados ao jogador, sendo as dinâmicas os elementos que conectam as mecânicas e as dinâmicas em um jogo (Kim et al., 2017).

A proposta do jogo Contatos de Primeiro Grau utiliza como mecânicas básicas elementos como pontos, troféus, medalhas, clicar e arrastar objetos. Com isso, esperamos ocasionar as dinâmicas de conquistas, raciocínio e conexão de ideias, promovendo a estética de representar graficamente os processos envolvidos ao solucionar uma equação, conforme ilustra a Figura 2.

**Figura 2:** Estrutura MDA do jogo Contatos de Primeiro Grau



Fonte: Os autores (2022)

Com o jogo, desejamos levar o jogador a descobrir empiricamente os princípios aditivo e multiplicativo, presentes ao solucionar uma equação polinomial de primeiro grau. Dessa forma, mais que treinar solucionar equações mecanicamente, o jogo facilitará que compreenda o que estrutura cada passo da resolução de uma equação.

## 2. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o objetivo de desenvolver um jogo paradidático voltado para o ensino e aprendizagem de equações polinomiais do 1º grau, elencamos erros comumente cometidos por estudantes, e levantamos abordagens não mecanicistas que possam favorecer uma melhor compreensão desse objeto de conhecimento. Debateremos sobre a importância da ação empírica do estudante em busca de reconhecer estratégias e métodos, para assim favorecer uma compreensão mais profunda desses conceitos. Com isso, destacamos o papel do professor como um mediador dos conhecimentos, que orienta o estudante na busca por informações confiáveis, ao invés de um simples transmissor de conteúdos.

Dando continuidade ao presente trabalho, desejamos implementar o jogo proposto e disponibilizá-lo de forma gratuita para uso em aparelhos móveis e computadores. Entretanto, como o projeto descrito nesse trabalho se refere-se às mecânicas e jogabilidade, não tratando especificamente das estéticas do jogo, entendemos que para sua implementação seja necessário uma pesquisa mais profunda desse assunto. Isso nos permitirá especificar melhor itens como paletas de cores, disposição de objetos, sons e a trilha sonora, que são de fundamental importância para a manutenção da atenção.

## REFERÊNCIAS

CSIKSZENTMIHALYI, Mihaly. **Applications of Flow in Human Development and Education**: The Collected Works of Mihaly Csikszentmihalyi. Springer: Nova York, 2014.

CSIKSZENTMIHALYI, Mihaly. **Flow: The Psychology of Optimal Experience**. [S.l.]. Harper Perennial (Harper Perennial Modern Classics): Nova York, 1990.

KIM, Sangkyun; SONG, Kibong; LOCKEE, Barbara; BURTON, John. **Gamification in Learning and Education**: Enjoy Learning Like Gaming. Springer International Publishing: Cham, 2017.

PIAGET, J. **Para onde vai a educação?**. Rio de Janeiro: José Olympio, 1973.

VYGOTSKY, L. **Mind in society**: The development of higher psychological processes. Cambridge: Harvard University Press, 1978.

# GEOGEBRA: INTERPRETANDO QUESTÕES DO ENEM SOBRE ISOMETRIAS POR MEIO DE RECURSOS COMPUTACIONAIS

Liliane Rezende Anastácio <sup>74</sup>  
Eduardo Ronney Nunes Verissimo <sup>75</sup>  
Ana Carolina Costa Mendes <sup>76</sup>

## RESUMO

Atualmente existem diversos recursos computacionais que auxiliam no ensino do conteúdo matemático, entretanto a utilização dessas ferramentas não faz parte da realidade escolar de muitos alunos. Então, esse trabalho visa apresentar as potencialidades da utilização do software livre GeoGebra, na prática do ensino da Matemática – mais especificamente no conteúdo de Isometria – tema que já se fez presente em diversas edições do Exame Nacional Do Ensino Médio (ENEM). Portanto, além da proposta de utilizar o software como ferramentas nas aulas, é sugerido também a utilização de questões do ENEM para melhor compreensão do conteúdo, possibilitando que ao se depararem com perguntas sobre isometria, seja em vestibular ou concursos públicos, esses alunos já tenham o conhecimento e domínio para melhor interpretação da questão e conseqüentemente o êxito ao respondê-la.

**Palavras-chave:** GeoGebra; Matemática; TDCIs; Recursos Computacionais

## 1. INTRODUÇÃO

O PROFMAT, é um curso que visa o aprimoramento da formação profissional de professores. Tem ênfase para o domínio e aprofundamento dos conteúdos matemáticos relevantes para a prática docente. (IMPA, [s.d.])

Uma das autoras deste trabalho é egressa do PROFMAT-UFSJ e atua na educação básica pública de BH e na educação pública superior UEMG, no curso de Licenciatura em Matemática, onde os outros dois autores são alunos na disciplina de Ambientes Informatizados. Esses dados são importantes para contextualizar o que será tratado ao longo do texto.

A atividade proposta foi a representação de questões do Enem sobre isometrias dentro do software GeoGebra. Como a disciplina está no terceiro período do curso de graduação em Matemática, pressupõe que os estudantes já tinham o conhecimento sobre o assunto. A disciplina acontece de forma presencial e cada estudante tem seu computador no campus da universidade. Após a leitura de questões, eles representavam no GeoGebra e faziam as análises.

Um dos componentes curriculares abordados pelo PROFMAT se trata dos Recursos Computacionais no Ensino de Matemática que objetiva, “contribuir com a capacitação do

<sup>74</sup> Universidade do Estado de Minas Gerais Professora/UEMG; liliane.rezende.lili@gmail.com.

<sup>75</sup> Universidade do Estado de Minas Gerais Graduando/UEMG; eduardoverissimo31@gmail.com.

<sup>76</sup> Universidade do Estado de Minas Gerais Graduanda/UEMG; carolinamendes.uemg@gmail.com

professor para avaliar criticamente as possibilidades do uso de tecnologias digitais no ensino da matemática e sua adequação aos diferentes contextos educacionais”. (GIRALDO, p. 7, 2012)

Um dos recursos computacionais utilizados no ensino de Matemática e abordado pelo PROFMAT é o Geogebra. Ele é um software livre e gratuito de Matemática que combina Geometria e Álgebra. O Geogebra permite com que o estudante, consiga representar e fazer reflexões a partir das relações e propriedades Matemáticas, garantindo a validade dessas e as incorporando concretamente no próprio processo de construção. (GIRALDO, 2012)

Essa vantagem, de representação concreta de propriedades e relações da Matemática, através de tecnologias diferentes das convencionais, faz com que seja possível a melhora do processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Essas representações no Geogebra são o foco do trabalho que será apresentado neste evento, onde foi escolhido o tema de Isometrias trabalhadas dentro do software e que podem auxiliar os futuros professores de Matemática adotar tais recursos em suas aulas a fim de, por exemplo, trabalhar questões do ENEM e desta forma facilitar as interpretações de questões.

### 1.1. Recursos Computacionais e Geogebra

A utilização das TDICs (Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação) na educação, vem ganhando forma e força, sobretudo durante e pós-pandemia da COVID-19 onde só foi possível a continuação do ano letivo (2020 e meados de 2021) através de sua utilização . (BRASIL, 2020)

O uso de recursos computacionais no âmbito escolar e social estimula interesse por parte do aluno, fazendo com que desenvolva sua participação, imaginação, concentração e raciocínio lógico. Torna-se importante integrar o uso de recursos computacionais na matemática, na intenção de desenvolver com os alunos uma nova visão de acesso à informação e construção de raciocínio. (MUELLER, 2013)

O Geogebra é um recurso computacional potente para o ensino de Matemática. (LACERDA, 2018). O software, além de propiciar ao aluno uma correlação do conteúdo apresentado no ENEM com aplicações práticas, o uso do GeoGebra fomenta a utilização da internet e da tecnologia em prol da educação, pois dentro da sala de aula os alunos poderiam utilizar os próprios smartphones, aqueles que possuem, para realizar as construções e fazer as reflexões, rotações, reflexões deslizantes e translações, além de infinitas possibilidades no universo matemático. Assim, aquele conteúdo que é repassado aos estudantes no pedaço de papel, quando construído através do Software, seria compreendido facilitando no processo de interpretação do conteúdo cobrado em provas e vestibulares.

De acordo com Ferreira (2010) é de grande importância que sejam utilizados softwares educativos, pois quando se utiliza dessas ferramentas como forma de mediação do conhecimento, estão sendo priorizados conhecimentos que essa geração já carrega consigo.

## 1.2. Isometria e Geogebra

A isometria é um conteúdo abordado em diversas áreas do conhecimento e seu termo origina-se do Grego e o seu prefixo Iso significa igual, e o sufixo metria está relacionado a medida. Na Matemática a Isometria é segmentada em quatro subdivisões sendo elas: Translação, Rotação, Reflexão e Reflexão deslizante.

Comumente são encontrados nas provas do ENEM a isometria – após breve levantamento no site do Inep, foi possível encontrar seis questões relacionadas à temática nos últimos dez anos– como ocorreu na reaplicação da prova em 2018, (Inep). Na questão do exemplo, foi sugerida uma construção que pode ser representada pelo Geogebra.

Figura 1: Questão ENEM

**QUESTÃO 140**

Isometria é uma transformação geométrica que, aplicada a uma figura, mantém as distâncias entre pontos. Duas das transformações isométricas são a reflexão e a rotação. A reflexão ocorre por meio de uma reta chamada eixo. Esse eixo funciona como um espelho, a imagem refletida é o resultado da transformação. A rotação é o "giro" de uma figura ao redor de um ponto chamado centro de rotação. A figura sofreu cinco transformações isométricas, nessa ordem:

- 1ª) Reflexão no eixo  $x$ ;
- 2ª) Rotação de 90 graus no sentido anti-horário, com centro de rotação no ponto  $A$ ;
- 3ª) Reflexão no eixo  $y$ ;
- 4ª) Rotação de 45 graus no sentido horário, com centro de rotação no ponto  $A$ ;
- 5ª) Reflexão no eixo  $x$ .

Qual a posição final da figura?

Disponível em: [www.pucsp.br](http://www.pucsp.br). Acesso em: 2 ago. 2012.

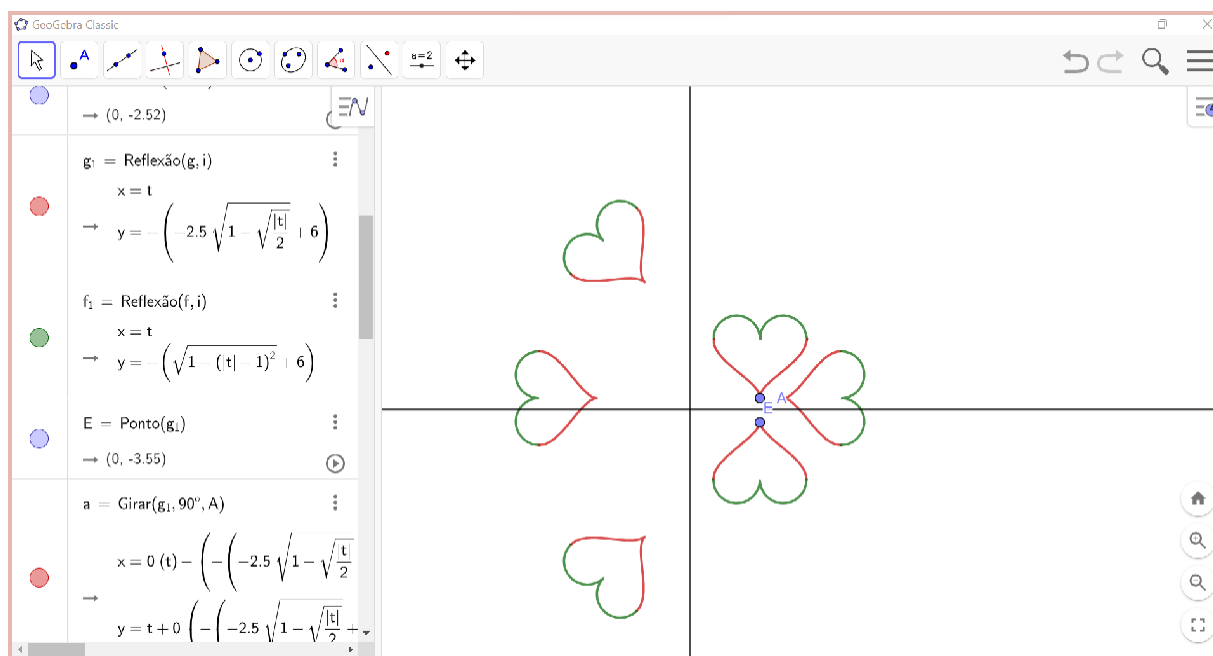
Fonte: INEP, 2018.

Por mais que exista uma orientação para se chegar na resposta correta, é preciso que o aluno tenha um conhecimento prévio para realizar cada um desses passos, o que comprova a necessidade de que o pensamento geométrico seja desenvolvido no ensino básico. É preciso que o professor tenha conhecimento tanto do software como do conteúdo para que possa assim mediar o desenvolvimento do conhecimento.

Para essa atividade proposta dentro da disciplina de Ambientes Informatizados do curso de licenciatura em Matemática da UEMG, unidade Ibirité, a intencionalidade da professora era

de não apenas mostrar o software Geogebra, mas, também trabalhar questões do ENEM sobre isometria, de maneira que os futuros professores de Matemática despertem o interesse dos seus futuros estudantes, trabalhando com os recursos computacionais, além de mostrar de maneira concreta relações e propriedades sobre o conteúdo da Matemática. Vejamos um exemplo.

**Figura 2:** Questão ENEM



**Fonte:** Próprios autores, 2022.

A professora escolhia algumas questões do Enem que tratavam de isometria e levava para as aulas da disciplina de Ambientes Informatizados para que os estudantes pudessem reproduzir tais questões dentro do software GeoGebra. A figura acima mostra a representação da questão do Enem 2018. Alguns estudantes pesquisaram sobre a função que determinava um coração e foram fazendo os comandos de translação, rotação e reflexão conforme sugeria a questão.

A utilização do Geogebra para análise e resoluções de questões do ENEM possibilita um processo prazeroso de aprendizagem e colocando o educando como protagonista do seu próprio processo de aprendizado, em concordância com uma das Competências Gerais da Educação, apresentados pela BNCC, a de “Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais” (BRASIL, 2018, p. 9).

## 2. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho, tinha como objetivo, mostrar como uma disciplina de Recursos Computacionais no Ensino de Matemática, vivenciada no PROFMAT contribuiu com a formação

da professora, que é professora do curso de Licenciatura em Matemática, ou seja, os Recursos Computacionais são importantes de serem abordados em todos os níveis de ensino, sobretudo no momento atual em que vivemos.

A utilização de softwares, como o Geogebra, não é mais um diferencial da prática docente, já é uma necessidade, uma vez que esses profissionais lidam com uma geração totalmente imersa no mundo de tecnologia onde o maior desafio é fazer com que esses estudantes possam se concentrar e demonstrar interesse.

Esse tipo de atividade de isometria, relatada durante o texto, mostra como fazer com que o estudante seja protagonista do seu próprio aprendizado. A questão do ENEM no pedaço de papel, não permite uma construção concreta e ativa. Quando é colocado as relações e propriedades no Geogebra, o estudante consegue visualizar os passos das construções, ele participa do processo e não apenas chega numa alternativa.

Para que seja possível adotar novos métodos de trabalho, é preciso que se tenha políticas públicas direcionadas à formação inicial e continuada de professores. Os professores, mediadores do conhecimento, mostram sempre interesse em adotar novas metodologias, porém a falta de infraestrutura nas escolas e as más condições de trabalho, muitas vezes inviabilizam ações que podem ajudar no processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Conselho Nacional de Educação. **Parecer 05/2020**. Reorganização do Calendário Escolar, em razão da Pandemia da COVID-19. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

FERREIRA, Roberto Claudino et al. **Enciclopédia Biosfera**, Centro Científico Conhecer – Goiânia, Vol.6. 2010.

GIRALDO, Victor et al. **Recursos Computacionais no Ensino de Matemática**. Rio de Janeiro: SMB, 2012.

IMPA. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - **PROFMAT**. IMPA. [s.d.]. Disponível em:  
<https://impa.br/ensino/programas-de-formacao/mestrado-profissional-profmat/>.

LACERDA, A. G. O diálogo e o GeoGebra na educação básica: implicações para os jovens futuros professores e sua formação. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, [S. l.], v. 7, n. 2, p. 29–44, 2018.

MUELLER, Liliane Carine et al. **Uso de Recursos Computacionais nas Aulas de Matemática**. Lajeado: SMB, 2013.



# UM CENÁRIO DAS PESQUISAS DO PROFMAT ATRAVÉS DO ESTUDO DE CRIPTOGRAFIA

Thiago de Mattos Serafim <sup>77</sup>  
Fernanda Aparecida Ferreira <sup>78</sup>

---

## RESUMO

Através da análise de dissertações que tratam sobre o tema Criptografia, este pôster mostra um recorte do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) buscando compreender em algum nível como pode ser seu impacto na sala de aula da Educação Básica (EB). Para isso, 104 dissertações de mestrado foram levantadas e mapeadas, as quais foram analisadas tendo por referência 5 questionamentos, a saber: quantas das dissertações encontradas produziram atividades para a Educação Básica (EB); quantas se respaldam em algum referencial teórico da Educação e/ou Ensino de Matemática ou, ainda, se embasaram em documentos normativos nacionais da Educação; quantas aplicaram alguma atividade para a EB; das aplicações, quantas explicitaram a metodologia empregada; e, por fim, das que produziram alguma atividade para a EB, quantas consideraram o emprego de recursos computacionais. Da análise descritiva e interpretativa elaborada, percebeu-se que há certa continuidade nas produções sobre Criptografia e que as diretrizes do PROFMAT, especialmente tratando-se sobre o impacto na EB, muitas vezes não são seguidas, indicando que o assunto tem sido explorado de maneira constante, porém, marginalizando as discussões da área de Educação/Ensino de Matemática, principalmente, as relacionadas com a formação do professor.

**Palavras-chave:** Mapeamento; PROFMAT; Criptografia; Ensino; Matemática.

## 1. INTRODUÇÃO

Durante sua pesquisa e elaboração da dissertação como o trabalho de conclusão do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), um dos autores deste pôster, egresso deste programa em 2022, deparou-se com questionamentos que apontavam para a própria formação do professor e o papel do PROFMAT, e que surgiram diante do desafio de se estudar Criptografia RSA, tema de seu trabalho, e se construir uma prática significativa que reflita esse tema na sala de aula da Educação Básica (EB). Assim, os autores investigaram o estado das pesquisas relacionadas à Criptografia, tendo como ponto de partida a busca no repositório de dissertações publicadas e produzidas pelo PROFMAT, que assim se constituiu como lócus da revisão sistemática elaborada e retratada neste artigo.

Portanto, considerando que a temática tratada na dissertação aborda a teoria matemática da Criptografia RSA, considerando também que o autor egresso é também professor da EB da rede estadual de Minas Gerais e, por fim, considerando as premissas

---

<sup>77</sup> CEFET/MG. Egresso do PROFMAT. tmsthiagotms@gmail.com

<sup>78</sup> CEFET/MG. Professora Dra. fernanda.aparecida.f@gmail.com

formativas do curso PROFMAT, procurou-se fazer a revisão sistemática de pesquisas levantadas no repositório sob a óptica do seguinte questionamento: “Como o assunto Criptografia tem sido abordado nas dissertações produzidas e publicadas no âmbito do PROFMAT?”. A partir deste questionamento, objetivou-se ter um recorte das produções discentes desse curso, de como elas se relacionam com a EB e se, de alguma forma, pressupõem o uso de recursos tecnológicos nas práticas docentes.

## **2. METODOLOGIA**

Foram mapeadas 104 dissertações defendidas entre 2013 e 2021 sob a metodologia adotada por Romanowski (2006) para estudos do tipo “estado da arte”, cuja síntese dos procedimentos consiste em: 1) definir descritores da busca; 2) definir o banco de dados da busca; 3) estabelecer critérios para a pesquisa; 4) realizar a busca de fato nos bancos de dados determinados; 5) analisar o material encontrado; 6) catalogar o material sistematizando-os através dos critérios; e por fim, 7) analisar e elaborar conclusões.

Tendo como referência Ferreira et al (2013), as informações catalogadas foram divididas em dois momentos. No primeiro, destacou-se os dados gerais, tais como autor, orientador, título do trabalho etc. e no segundo, os dados específicos, os quais se originaram a partir dos questionamentos: 1-Quantas das dissertações encontradas produziram atividades para a EB?; 2-Quantas se respaldam em algum referencial teórico da Educação e/ou Ensino de Matemática ou ainda se embasaram em documentos normativos nacionais da Educação para produzir a dissertação?; 3-Quantas das dissertações encontradas aplicaram alguma atividade para a EB?; 4-Das aplicações, quantas explicitaram a metodologia empregada?; 5-Das produções para a EB, quantas consideram o emprego de recursos computacionais?

Para respondê-los, foi feita uma leitura rigorosa dos resumos, dos sumários e da bibliografia de cada texto. Além do mais, muitas vezes foi necessário uma leitura panorâmica das dissertações para coletar precisamente as informações, especialmente das introduções, conclusões e, quando era o caso, das atividades propostas. A seguir, apresenta-se uma análise descritiva e interpretativa dos resultados.

## **3. RESULTADOS**

Para uma primeira análise, sintetizamos os dados no quadro 1 a seguir.

**Quadro 1:** Quantitativo das dissertações de acordo com as perguntas.

Perguntas	Total	Percentual
1) Quantas das dissertações encontradas produziram atividades para a EB?	80	76,92%
2) Quantas das dissertações encontradas se respaldam em referenciais teórico da Educação e/ou Ensino de Matemática ou documentos normativos da educação para produzir a dissertação?	59	56,73%
3) Quantas das dissertações encontradas aplicaram alguma atividade para a EB?	28	26,92%
4) Das aplicações, quantas explicitaram a metodologia empregada?	6	21,43%

Fonte: Autores (2021).

Para retratar as produções que sugerem o uso de recursos tecnológicos, sintetizamos outros dados no quadro 2. Muitas delas lançaram mão de planilhas eletrônicas, calculadoras, aplicativos de geometria e até mesmo aulas dinâmicas com envios de mensagens através do aplicativo Whatsapp.

**Quadro 2:** Uso de recursos tecnológicos nas produções analisadas.

Perguntas	Total	Percentual
De todas as dissertações, quantas consideram o emprego de TICS?	28	26,92%
Das dissertações que consideram o uso de recursos computacionais, quantos aplicam atividades na EB?	11	39,29%
Das dissertações que consideram o uso de recursos computacionais, quantas se apoiam em leituras do Ensino/ Educação/ normativas?	23	82,14%
Das dissertações que consideram o uso de recursos computacionais e aplicam atividades na EB, quantas se apoiam em leituras do Ensino/ Educação/ normativas?	10	90,91%

Fonte: Autores (2021).

Quanto à evolução das dissertações no tempo, não se pôde verificar um padrão que indicasse alguma tendência, a não ser uma constante produção anual sobre o tema Criptografia, como destaca o quadro 3.

**Quadro 3:** Evolução das dissertações no tempo.

ANO	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	TOTAL
Absoluto	14	18	15	15	9	6	11	14	2	104
Relativa	13,46%	13,46%	13,46%	13,46%	13,46%	13,46%	13,46%	13,46%	13,46%	13,46%

Fonte: Autores (2021).

#### 4. ALGUMAS INFERÊNCIAS

Conjectura-se que o PROFMAT pode ser importante fonte de disseminação do assunto Criptografia para o público geral, ou seja, fora do meio estritamente científico, pois em 9 anos do programa há uma média de mais de onze dissertações que abordam o assunto Criptografia por ano, havendo produções relacionadas em todos eles, de 2013 a 2021.

Observando que 22 dos trabalhos analisados não sugerem atividades e não apresentam leituras relacionadas à docência, podemos inferir que as diretrizes do curso muitas vezes não são seguidas. E, apesar de haver uma quantidade relativamente alta de trabalhos que propõem atividades para a Educação Básica, mais de sua quarta parte não leva em conta referências formais ou normas sobre Ensino e Educação de Matemática. Pode ser tanto um reflexo da grade curricular, que se compõe prioritariamente de disciplinas da matemática pura, ou um baixo número de orientadores que pesquisam sobre o Ensino de Matemática, de forma que seus orientandos podem assim não considerar essa linha de pesquisa.

Apesar das análises aqui realizadas, deve-se destacar a importância do PROFMAT na formação continuada do professor que ensina matemática na EB como constata a pesquisa de Takai (2017), sobre a qual destaca-se a distribuição geográfica dos campi, que atendem todas as regiões do Brasil, contribuindo para a titulação de mestres a professores de matemática por todo o território brasileiro.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Importante ressaltar que os questionamentos e as reflexões aqui levantadas foram formadas na trajetória acadêmica de um dos autores deste texto que entende a importância do PROFMAT na formação continuada do professor de matemática brasileiro. Assim, além de legítimos sob o ponto de vista discente, essas problematizações têm principalmente a intenção de contribuir para a formação de futuros ingressos no PROFMAT e de formar uma relevante reflexão sobre a formação do professor de matemática da EB. Ademais, uma análise mais assertiva dos pontos aqui levantados depende de mais pesquisas e de mais tempo, não sendo esta a única abordagem possível.

## REFERÊNCIAS

FERREIRA, Fernanda Aparecida; DOS SANTOS, Cintia Aparecida Bento; CURI, Edda. Um cenário sobre pesquisas brasileiras que apresentam como abordagem teórica os registros de representação semiótica. **Em Teia - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 4, n. 2, p. 1-14, 2013.

ROMANOWSKI, Joana Paulin; ENS, Romilda Teodora. As pesquisas denominadas do tipo "estado da arte" em educação. **Revista diálogo educacional**, Curitiba, v. 6, n. 19, p. 37-50, 2006.

# O ESTUDO DE TRIGONOMETRIA E FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS COM ÊNFASE EM METODOLOGIAS ATIVAS ATRAVÉS DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL

Andréa Guimarães Leite <sup>79</sup>  
Jônathas Douglas Santos de Oliveira <sup>80</sup>  
Dênis Emanuel da Costa Vargas <sup>81</sup>

---

## RESUMO

A proposta desse pôster é apresentar um projeto de pesquisa que está em processo de desenvolvimento no âmbito do PROFMAT no CEFET-MG, com objetivo de propor uma sequência didática abordando os conteúdos de trigonometria e funções trigonométricas utilizando como principais ferramentas as metodologias ativas, a tecnologia e o pensamento computacional. Nesta proposta temos como premissa que o aluno seja parte principal do seu processo de aprendizagem, com o professor apropriando-se do papel de mediador nesse processo. Esperamos contribuir com o ensino apresentando um material dinâmico, tecnológico, interativo, instigante, capaz de explorar a experimentação máxima por parte do aluno estimulando-o a descobrir as relações trigonométricas presentes no triângulo retângulo e no círculo trigonométrico, além da resolução de problemas do cotidiano. Buscamos, ainda, propiciar um suporte detalhado ao professor na elaboração e condução de suas aulas.

**Palavras-chave:** Metodologias Ativas; Trigonometria; Tecnologia; Processo de Aprendizagem.

## 1. INTRODUÇÃO

O nosso ensino é direcionado pela Base Nacional Comum Curricular – BNCC, documento que define aprendizagens que essencialmente o estudante deve desenvolver no decorrer da Educação Básica. Nesse sentido, o presente trabalho se apoia em algumas competências específicas da área de matemática e suas tecnologias, do ensino fundamental e do ensino médio. São elas:

- 1) Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

- 2) Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional

---

<sup>79</sup> Discente do PROFMAT/CEFET-MG; andreaguima.prof@gmail.com

<sup>80</sup> Docente do PROFMAT/CEFET-MG; jonathasoliveira@cefetmg.br.

<sup>81</sup> Docente do PROFMAT/CEFET-MG; denis.vargas@cefetmg.br.

O objetivo geral do projeto de pesquisa é propor um texto dinâmico com sequências didáticas a fim de estudar a trigonometria e as funções trigonométricas utilizando metodologias ativas, para que o aluno seja parte principal do processo de aprendizagem. Para Gosmatti e Panossian (2021), as metodologias ativas devem proporcionar aprendizagem focada no desempenho próprio dos estudantes, o que possibilitaria a superação do desafio de romper com o aluno ouvinte e torná-lo protagonista do seu aprendizado. É exatamente o que buscamos: o protagonismo e a centralidade do aluno em seu processo de construção de conhecimento.

As atividades que comporão as sequências didáticas serão baseadas no pensamento computacional com o uso do GeoGebra no celular, onde o aluno será instigado a obter as relações trigonométricas nos triângulos e no círculo trigonométrico através dos seus próprios experimentos, o que pretende-se tornar mais prazeroso do que apenas impor fórmulas. A Figura 1 apresenta uma amostra das atividades que se pretende desenvolver ao longo do projeto. Ela mostra uma montagem com *prints* da tela do celular de uma atividade inicial que ressalta a relação métrica existente entre a hipotenusa e os catetos em um triângulo retângulo.

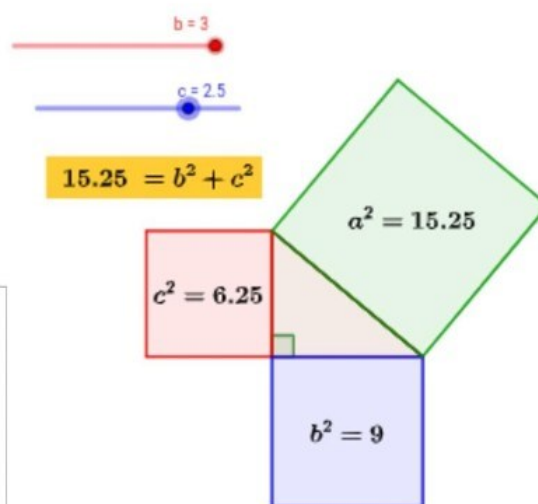
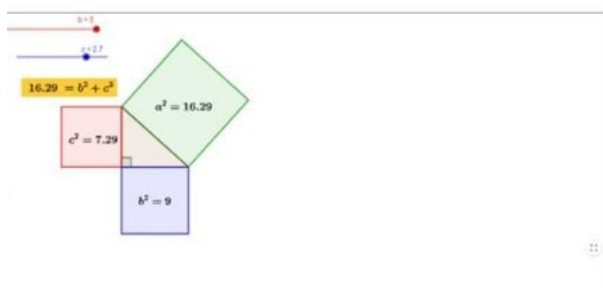
**Figura 1:** Atividade 1 - Descobrimo o Teorema de Pitágoras

## DESCOBRINDO PITÁGORAS

**Autor:** Andréa Guimarães Leite

Você já ouviu falar na relação que envolve os lados de um triângulo retângulo: o Teorema de Pitágoras. Mas de onde vem essa igualdade mágica?

Exercite os controles deslizantes abaixo para entender um pouco melhor!



**Fonte:** Autor (2022) - <https://www.geogebra.org/m/t4ru8yns>

Aliar o uso da tecnologia, tão presente na vida dos estudantes, ao aprendizado está se tornando iminente. Baggio, Bernardi e Gregolin (2020, p.374), em seu estudo investigativo sobre o uso do GeoGebra em dispositivos móveis, destaca

[...]é prudente para a educação não manter-se alheia a utilização de meios tecnológicos, os quais apresentam grande aceitação entre os estudantes, pois implícito a este comportamento está o potencial que o uso de hardwares e softwares presentes no cotidiano dos alunos representa para construção de um ambiente investigativo, alunos mais autossuficientes e capazes de lidar com a matemática e os avanços tecnológicos atuais.

O papel do professor nesse processo é primordial, como nos aponta Meireles, Schimiguel e Gozzi (2021, p. 309), “a simples inserção de recursos digitais não implicam na efetivação do aprendizado. Antes porém, o professor necessita aprimorar sua prática e direcionar a utilização adequada dos múltiplos recursos disponíveis[...]”.

Além das atividades de investigação, ao final de cada sequência didática, serão propostos exercícios e projetos, que sugerirão inclusive, o uso de outras tecnologias, com o objetivo de que o aluno valide seu aprendizado. Lopes (2013, p. 636), evidencia o papel da investigação no processo construção do conhecimento do aluno:

[...]o aluno se vê envolvido em um ou mais problemas. O primeiro momento de uma investigação se dá na descoberta do problema, ou seja, na sua identificação, é preciso haver clareza do que realmente será investigado para que, em seguida, seja possível determinar as estratégias de resolução. [...] investigar em matemática é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as suas propriedades.

O desenvolvimento do projeto tem caráter exploratório com uma abordagem direta sobre o objeto de pesquisa através de um estudo dos tópicos de trigonometria presentes na BNCC do ensino médio e construção sequências didáticas para cada um desses tópicos:

1. Teorema de Pitágoras (Descobrimos o teorema de Pitágoras).
2. O seno, o cosseno e a tangente de um ângulo.
3. O círculo trigonométrico
4. Função seno, função cosseno e função tangente.

O produto educacional, resultado do projeto, consistirá de um material escrito (texto com sequências didáticas) que servirá como aporte para o professor em sala de aula.

## **2. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Esperamos que o material produzido durante o projeto de pesquisa cumpra seus objetivos: auxiliar alunos e professores no ensino de trigonometria fazendo uso de sequências didáticas, com atividades intuitivas e interativas, desenvolvidas através de *applets* criados no GeoGebra, aliadas ao uso do celular, como instrumento. Ressaltamos a necessidade de que cada vez mais o professor assuma seu papel de condutor, de facilitador, de conector no processo de

construção da aprendizagem. E mais ainda, de provocador, de instigador, proporcionando ao aluno autonomia na edificação do seu conhecimento.

Necessário também a cada instante associar os conteúdos abordados a situações do dia-a-dia, visando facilitar a assimilação do que foi estudado.

## REFERÊNCIAS

BAGGIOTTO, Caciano Cancian; BERNARDI, Lucí dos Santos; GREGOLIN, Vildes Mulinari. GeoGebra em Dispositivos Móveis: o ensino de geometria na perspectiva da educação matemática crítica. **Ensino da Matemática em Debate**, v. 7, n. 3, p. 349-375, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC: Educação é a Base**. Brasília: MEC, 2018.

GOSMATTI, Anderson; PANOSSIAN, Maria Lucia. Metodologias Ativas na Educação Matemática Escolar: uma Discussão a partir da Atividade Pedagógica. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, n. 36, p. 1-22, 2021.

LOPES, Maria Maroni. Sequência Didática para o Ensino de Trigonometria Usando o Software GeoGebra. **Bolema**, Rio Claro - São Paulo, v. 27, n. 46, p. 631-644, ago. 2013.

MEIRELES, Sílvia Mourão; SCHIMIGUEL, Juliano; GOZZI, Marcelo Pupim. Metodologias ativas na educação matemática: contribuições do GeoGebra e PBL na aprendizagem de geometria espacial. **Caminhos da Educação Matemática em Revista (Online)**, v. 11, n. 4, p. 290-311, 2021.



# CURVAS PARAMETRIZADAS EM COORDENADAS CARTESIANAS E POLARES: UMA PROPOSTA NO ENSINO MÉDIO

Juan Carlos Zavaleta Aguilar<sup>82</sup>  
Luiz Fernando Brunelli Ribas<sup>83</sup>

---

## RESUMO

Este trabalho tem como objetivo refletir sobre a possibilidade de inserção do ensino de curvas parametrizadas no 3º ano do ensino médio. Um objetivo específico foi propor aos colegas professores uma abordagem diferente de ensinar cônicas, a qual possibilita a ampliação e complementação deste tópico e tem potencial de promover a interdisciplinaridade entre áreas de conhecimento. Nesse contexto, elaborou-se uma aula expositiva para uma turma de alunos do 3º ano do Colégio Tiradentes da Polícia Militar de Barbacena. O foco desta aula foi explicar aos alunos, que já tinham estudado cônicas, a utilidade de se parametrizar uma circunferência e uma elipse, mostrando aplicações no cotidiano. Essa mesma aula foi apresentada a professores de Matemática que trabalham ou já trabalharam com o 3º ano do ensino médio. A partir da análise dos dados obtidos, verificou-se que os alunos têm interesse pelo assunto, identificaram sua importância e conheceram uma nova abordagem sobre cônicas. Quanto aos professores questionados, observou-se a viabilidade de inserção da parametrização de cônicas no ensino médio e a percepção que o tema tem potencial de promover a interdisciplinaridade.

**Palavras-chave:** Curvas Parametrizadas; Coordenadas Cartesianas; Coordenadas Polares; Cônicas; Interdisciplinaridade.

## 1. INTRODUÇÃO

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é uma das competências específicas de matemática e suas tecnologias para o ensino médio:

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgadas por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral (BNCC, 2017, p.531).

Cabe ao professor mostrar a matemática no cotidiano, suas aplicações nas mais diversas áreas, fazendo com que a aprendizagem tenha sentido para o aluno e que estes se sintam mais incluídos:

[...] Primeiro, os alunos passam a acreditar que a aprendizagem da matemática se dá através de um acúmulo de fórmulas e algoritmos. Aliás, nossos alunos hoje acreditam que fazer matemática é seguir e aplicar regras. Regras essas que foram transmitidas pelo professor. Segundo, os alunos acham que a matemática é um corpo de conceitos verdadeiros e estáticos, dos quais não se duvida ou questiona, e nem mesmo nos

---

<sup>82</sup> Universidade Federal de São João del-Rei/UFESJ; jaguilar@ufesj.edu.br

<sup>83</sup> Colégio Tiradentes da Polícia Militar da PMMG - Barbacena/CTPM; luizfernandoribas@yahoo.com.br

preocupamos em compreender porque funciona. Em geral, acreditam também, que esses conceitos foram descobertos ou criados por gênios (D'AMBROSIO, 1989, p.16).

Um importante tópico de matemática é a parametrização de curvas, através da qual pode-se conhecer, por exemplo, a localização de um corpo no plano ou no espaço em determinado instante de tempo, bem como descrever sua trajetória.

No ensino médio, pode-se aplicar a parametrização de curvas na física, ao se tratar de cinemática e, em matemática, no conteúdo de cônicas no 3º ano. Entretanto, observa-se que nos livros didáticos de matemática mais utilizados nas escolas da região de Barbacena - Minas Gerais, não há nenhuma abordagem relacionada à parametrização de curvas.

Este estudo propõe uma reflexão para professores e alunos do ensino médio, especialmente do 3º ano, sobre o ensino de cônicas por meio de equações parametrizadas. Além disso, o tema se apresenta como de grande valia na vida acadêmica futura dos alunos, principalmente para aqueles que irão continuar seus estudos no ensino superior nas áreas de exatas, engenharias, entre outras, quando esses conhecimentos serão retomados em disciplinas como, por exemplo, cálculo diferencial e integral, geometria analítica e física.

## **2. PROCEDIMENTOS DA PESQUISA**

### **2.1. Proposta de Ensino**

Visando implementar uma proposta pedagógica para o ensino de cônicas parametrizadas no 3º ano do ensino médio, elaborou-se uma aula expositiva com duração de aproximadamente 2h30min, a qual pode ser consultada em Ribas (2018). A aula foi ministrada em 2018 para 15 alunos do 3º ano do ensino médio do colégio Tiradentes da Polícia Militar de Minas Gerais, unidade de Barbacena, os quais já haviam estudado cônicas.

O objetivo foi explicar aos alunos a utilidade de se parametrizar uma circunferência e uma elipse e mostrar algumas aplicações no cotidiano, além de incluir a primeira Lei de *Kepler*.

### **2.2. Questionários a Alunos e Professores**

Após a exposição da aula, os alunos responderam a dois questionários: o primeiro contemplou perguntas gerais sobre o ensino da matemática, como o propósito de verificar a relação de cada aluno com a disciplina, sua maneira de pensar enquanto estudante e o tema proposto para a aula. No segundo questionário, os alunos responderam questões específicas sobre o tema ministrado.

Por outro lado, foram coletadas as opiniões de cinco professores que lecionam ou já lecionaram no 3º ano do ensino médio, sobre o tema parametrização das cônicas e sua inserção

no 3º ano do ensino médio. Inicialmente, os professores responderam a um questionário que buscava conhecer a sua familiaridade com o assunto e a possível recepção dos alunos em relação ao tema. Em seguida, responderam a um segundo questionário voltado exclusivamente para questões relacionadas à aula ministrada. Detalhes sobre estes questionários podem ser vistos em Ribas (2018).

### **3. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Com os conhecimentos adquiridos no Profmat ao longo da disciplina MA23 - Geometria Analítica - sobre curvas parametrizadas, pode-se perceber que se trata de um tema interessante para ser ensinado aos alunos, principalmente na parte de cônicas, pois mostra que o esboço de uma curva pode ser interpretado, por exemplo, como sendo a trajetória de um corpo móvel, onde podemos localizá-lo (no plano cartesiano ou no espaço) em qualquer instante de tempo.

Na prática, observou-se um interesse maior pela aprendizagem de matemática, possibilitou a complementação de conteúdo e aumentou a curiosidade sobre o tema, como pode ser visto nas respostas dos questionários aplicados aos alunos em Ribas (2018).

Em relação a análise das respostas dos professores que preencheram os questionários, observou-se que alguns professores conheceram sobre cônicas parametrizadas apenas em cursos de especialização e/ou mestrado, mas que também nunca haviam visto este tema em livros didáticos e que nunca trabalharam o assunto com seus alunos. Suas opiniões foram muito importantes e avaliaram como sendo positivo seu aprendizado no 3º ano do ensino médio, principalmente porque torna a aula mais interessante pelas aplicações no dia a dia. Além disso, sugeriram o uso de recursos computacionais para complementação do conteúdo e, afirmaram, que o tema pode ser estudado de maneira a promover a interdisciplinaridade com a física, por exemplo.

Finalmente, a aula pode ser aperfeiçoada tanto no seu conteúdo, organização dos temas apresentados, problemas tratados, recursos computacionais utilizados, entre outros assuntos. Assim, recomenda-se ao interessado em aplicar esta aula, adaptar seu conteúdo segundo sua realidade escolar e o tempo disponível para a abordagem do tema.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. **Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**, Brasília, DF, 2017.

D'AMBROSIO, Beatriz. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates, Brasília, SBEM. Ano II. v. 2. n. 2, 1989. p. 15-19. Disponível em: <[http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos\\_teses/MATEMATICA/Artigo\\_Beatriz.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Beatriz.pdf)>. Acesso em: 26 mai. 2022.

RIBAS, Luiz. **Curvas parametrizadas em coordenadas cartesianas e polares:** uma proposta no ensino médio, 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Universidade Federal de São João del-Rei, São João-del Rei, 2018. Disponível em: <[https://ufsj.edu.br/portal2-repositorio/File/profmat/TCC/2016/LUIZ\\_FERNANDO\\_BRUNELLI\\_RIBAS.pdf](https://ufsj.edu.br/portal2-repositorio/File/profmat/TCC/2016/LUIZ_FERNANDO_BRUNELLI_RIBAS.pdf)>. Acesso em 27 mai. 2022.

# PROPOSTA DIDÁTICA COM O APLICATIVO *CÍRCULO UNITÁRIO TRIGONOMETRIA*

Luana França Evangelista <sup>84</sup>  
Lucas Amaral Tavares <sup>85</sup>  
Virginia Stephany Nunes Reis <sup>86</sup>

---

## RESUMO

Apresentamos neste pôster uma proposta de atividade que tem por objetivos trabalhar os conceitos básicos da trigonometria no círculo, por meio do uso de um aplicativo para smartphone. A atividade elaborada foi desenvolvida por alunos cursantes da disciplina de Geometria do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) no Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG). O aplicativo escolhido, denominado “Círculo Unitário Trigonometria”, se trata de uma ferramenta para visualização dos elementos de uma circunferência trigonométrica e todo o escopo da atividade foi pensada para ser desenvolvida em uma sequência que não impede adaptações de serem realizadas para atender os mais variados perfis de turmas e alunos, no que tange o ensino da trigonometria mediada pelo uso da tecnologia.

**Palavras-chave:** Trigonometria; Ciclo Trigonométrico; Tecnologia; Ensino.

## 1. INTRODUÇÃO

Os Parâmetros Curriculares Nacionais, já em 1997, mencionavam a importância do uso de tecnologias e acompanhamento dos seus avanços no contexto educacional (BRASIL, 1997). Na atualidade, embora a quantidade de aplicativos e usuários de tecnologias digitais tenha crescido com expressiva velocidade nos últimos anos, ainda é incipiente a utilização de tais ferramentas no ensino. Ao comparar o número de tecnologias disponíveis para fins de entretenimento com a quantidade de aplicativos projetados para fins pedagógicos, percebe-se o valor irrisório do segundo. Entretanto, ferramentas interessantes têm sido desenvolvidas, com o intuito de contribuir para a elaboração de estratégias didáticas que possam auxiliar nas práticas educativas.

Como docentes, percebemos que a presença de ferramentas digitais em sala de aula ainda é limitada. Dessa forma, citamos a carência de renovação das práticas pedagógicas dos profissionais da educação como um dos fatores para esse uso ainda restrito, fato este que motiva nosso trabalho.

---

<sup>84</sup> Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais; Discente/CEFET - MG; luanafbh2@hotmail.com

<sup>85</sup> Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais; Discente/CEFET- MG; prof Lucasamaral@gmail.com

<sup>86</sup> Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais; Discente/CEFET - MG; virginiasnr@gmail.com

Nesse sentido, trazemos neste pôster, recortes de uma proposta didática utilizando o aplicativo *Círculo Unitário Trigonometria (CUT)*, por restrições na quantidade de palavras deste pôster, de modo a exemplificar o que foi feito. Como o próprio nome faz alusão, tal ferramenta foi projetada para apresentar o ciclo trigonométrico de forma interativa, permitindo que os estudantes observem propriedades desse objeto matemático. A atividade se pauta na ideia de que,

Com o uso da tecnologia de informação e comunicação, professores e alunos têm a possibilidade de utilizar a escrita para descrever/reescrever suas ideias, comunicar-se, trocar experiências e produzir histórias. Assim, em busca de resolver problemas do contexto, representam e divulgam o próprio pensamento, trocam informações e constroem conhecimento, num movimento de fazer, refletir e refazer, que favorece o desenvolvimento pessoal, profissional e grupal, bem como a compreensão da realidade. (ALMEIDA, 2001, p.2)

Assim, expomos em linhas gerais a proposta da atividade e finalizamos mencionando as nossas principais impressões sobre o desenvolvimento do trabalho, vislumbrando aplicações futuras em um contexto de continuidade de estudos.

## **2. A ATIVIDADE**

A atividade consiste em uma proposta didática utilizando o aplicativo *CUT* e, foi desenvolvida com foco na aplicação para alunos da 1ª série do Ensino Médio, quando normalmente o conteúdo do ciclo trigonométrico é introduzido. Entretanto, pode ser aplicada em turmas de qualquer nível do ensino médio. Algumas perguntas motivadoras que serão apresentadas, a seguir, foram inspiradas em (IEZZI *et al*, 2010).

Durante a atividade, o professor acompanhará o desenvolvimento dos alunos instigando-os a investigar, construir algumas propriedades e tirar conclusões no estudo do ciclo trigonométrico. Para tanto, é interessante dividir a turma em grupos de modo a fomentar a interação e a troca de conhecimento. Nesse sentido, a atividade foi dividida em seis partes: reconhecimento dos quadrantes, seno e cosseno e seus sinais em cada quadrante, simetrias, relação fundamental da trigonometria, tangente e cotangente.

O primeiro passo, em todas as partes da atividade, é a configuração inicial da tela do aplicativo, em que se permite selecionar quais elementos serão mostrados no círculo (seno, cosseno, tangente, cotangente, secante, cossecante), se serão utilizados graus inteiros, se será apresentado o comprimento do arco, dentre outras funcionalidades. A tela básica de configuração é apresentada na Figura 1.

**Figura 1:** Configuração Inicial.



Fonte: CUT. 2022

Em seguida, após explicar a utilização do aplicativo, o professor apresenta, em cada parte da atividade, uma pergunta motivadora. Assim, o objetivo é que os alunos interajam com os colegas de grupo e com o aplicativo, com o intuito de responder tal pergunta. Para ilustrar esse procedimento, apresentaremos um trecho da atividade na próxima sessão.

## 2.1. Relação Fundamental da Trigonometria

O professor orientará a verificação da relação fundamental da trigonometria, pedindo que os alunos configurem seus dispositivos conforme a Figura 1. Além disso, o professor pedirá que cada aluno do grupo escolha um ângulo arbitrário no I Quadrante e observe a medida do seno, conforme Figura 2.

Feito isso, o professor deverá instigar os estudantes a pensarem na seguinte questão:

- *Dado que o raio desse círculo é unitário, qual é o valor do cosseno do ângulo escolhido?*

Espera-se que os estudantes percebam que a figura formada é um triângulo retângulo. Tomando como referência o ângulo da Figura 2, os estudantes poderiam resolver o problema da seguinte forma, utilizando o Teorema de Pitágoras:

$$0,8^2 + \cos^2(53^\circ) = 1^2$$

$$\cos^2(53^\circ) = 0,36$$

$$\cos(53^\circ) = \pm 0,6$$

Como, no exemplo,  $\alpha=53^\circ$ , e, portanto está no I Quadrante, espera-se que o aluno conclua que

$$\cos(53^\circ) = 0,6$$

Figura 2: Ângulo escolhido.



Fonte: CUT. 2022

Após observar os resultados, o professor pedirá que os alunos cliquem em *Preferências*, marquem agora a opção “COS” e comparem com o valor encontrado por eles. Também é importante ressaltar que, o professor deve estar sempre atento aos procedimentos feitos pelos alunos e discutir rapidamente que pequenas diferenças nos resultados podem ocorrer devido a arredondamento de casas decimais. Isso ocorre porque, comumente, os valores utilizados pelo aplicativo para seno e cosseno são truncados, na medida que, em muitos casos, tratam-se de números irracionais.

É válido propor que os estudantes pensem nas seguintes questões:

- É correto afirmar que  $\text{sen}^2(\alpha) = (\text{sen}(\alpha))^2$ ? E  $\text{sen}^2(\alpha) = \text{sen}(\alpha^2)$ ?
- É possível relacionar, através de uma fórmula, o seno e cosseno de qualquer ângulo? Se sim, qual é esta fórmula?

Para a primeira questão, basta que o aluno escolha um ângulo arbitrário, faça a verificação das afirmativas e conclua que a primeira é verdadeira e a segunda, falsa. Em relação à segunda questão, espera-se que os alunos generalizem o resultado por meio do uso do Teorema de Pitágoras utilizado nos exemplos anteriores para obter a relação fundamental da trigonometria:

$$\text{sen}^2(\alpha) + \text{cos}^2(\alpha) = 1.$$



### 3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta proposta abordou alguns aspectos do ensino de trigonometria na circunferência. Nela, o leitor pôde apreciar uma pequena amostra das diversas possibilidades e recursos que o aplicativo utilizado apresenta. Incentivamos ainda, que o aplicativo seja explorado em sua totalidade e este trabalho adaptado de modo que atenda as especificidades de cada turma. Interessados em saber mais sobre o aplicativo, podem acessar informações e tutorial em (LOPO, 2020).

A experiência de pesquisa e escrita deste trabalho, foi importante para que pudéssemos, como docentes atuantes, conhecer diferentes softwares que podem ser usados como ferramentas de ensino. Ao escolher o aplicativo em questão, partimos de duas premissas: i) utilizar algum aplicativo ainda pouco difundido entre os professores; ii) escolher um aplicativo em português tão simples quanto possível para a realização da atividade.

Ansiamos ainda, que, em trabalhos futuros, tenhamos a oportunidade de descrever com detalhes a atividade produzida, bem como sua aplicação em sala de aula. Desta forma, será possível analisar o comportamento e aprendizado dos discentes e refiná-la, com o intuito de adequá-la à realidade das diversas salas de aula em que trabalhamos.

### REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M.E.B. de. **Tecnologia de informação e comunicação na escola: aprendizagem e produção da escrita**. Série “Tecnologia e Currículo” – Programa Salto para o Futuro, Novembro, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. v. 3. Matemática. Brasília, 1997.

IEZZI, G; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R.; ALMEIDA, N. de. **Matemática: Ciência e Aplicações**. Saraiva, São Paulo, 2010.

LOPO, A. B. **Círculo Unitário Trigonométrico - Aplicativo de Trigonometria**. Youtube, 30 ago. 2020. Disponível em: [https://www.youtube.com/watch?v=RDXxcL0h\\_2k&ab\\_channel=Matem%C3%A1ticaeCi%C3%A2nciasProf.Lopo](https://www.youtube.com/watch?v=RDXxcL0h_2k&ab_channel=Matem%C3%A1ticaeCi%C3%A2nciasProf.Lopo). Acesso em 15 jun. 2022

