



TENDÊNCIAS E AVANÇOS CIENTÍFICOS NAS ENGENHARIAS

AERONÁUTICA, AEROESPACIAL, ELETRÔNICA
E DE TELECOMUNICAÇÕES

VOLUME III

Denilson Paulo Souza dos Santos
Organizador



TENDÊNCIAS E AVANÇOS CIENTÍFICOS NAS ENGENHARIAS

AERONÁUTICA, AEROESPACIAL, ELETRÔNICA
E DE TELECOMUNICAÇÕES

VOLUME III

Denilson Paulo Souza dos Santos
Organizador



2023 - Editora Ampla

Copyright da Edição © Editora Ampla

Copyright do Texto © Os autores

Editor Chefe: Leonardo Pereira Tavares

Design da Capa: Editora Ampla

Diagramação: Juliana Ferreira

Revisão: Os autores

Tendências e avanços científicos nas engenharias: aeronáutica, aeroespacial, eletrônica e de telecomunicações está licenciado sob CC BY 4.0.



Esta licença exige que as reutilizações deem crédito aos criadores. Ele permite que os reutilizadores distribuam, remixem, adaptem e construam o material em qualquer meio ou formato, mesmo para fins comerciais.

O conteúdo da obra e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, não representando a posição oficial da Editora Ampla. É permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores. Todos os direitos para esta edição foram cedidos à Editora Ampla.

ISBN: 978-65-5381-139-3

DOI: 10.51859/ampla.tac393.1323-0

Editora Ampla

Campina Grande – PB – Brasil
contato@amplaeditora.com.br
www.amplaeditora.com.br



2023

CONSELHO EDITORIAL

Alexander Josef Sá Tobias da Costa – Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Andréa Cátia Leal Badaró – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Andréia Monique Lermen – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Antoniele Silvana de Melo Souza – Universidade Estadual do Ceará

Aryane de Azevedo Pinheiro – Universidade Federal do Ceará

Bergson Rodrigo Siqueira de Melo – Universidade Estadual do Ceará

Bruna Beatriz da Rocha – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais

Bruno Ferreira – Universidade Federal da Bahia

Caio Augusto Martins Aires – Universidade Federal Rural do Semi-Árido

Caio César Costa Santos – Universidade Federal de Sergipe

Carina Alexandra Rondini – Universidade Estadual Paulista

Carla Caroline Alves Carvalho – Universidade Federal de Campina Grande

Carlos Augusto Trojaner – Prefeitura de Venâncio Aires

Carolina Carbonell Demori – Universidade Federal de Pelotas

Cícero Batista do Nascimento Filho – Universidade Federal do Ceará

Clécio Danilo Dias da Silva – Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Dandara Scarlet Sousa Gomes Bacelar – Universidade Federal do Piauí

Daniela de Freitas Lima – Universidade Federal de Campina Grande

Darlei Gutierrez Dantas Bernardo Oliveira – Universidade Estadual da Paraíba

Denilson Paulo Souza dos Santos – Universidade Estadual Paulista

Denise Barguil Nepomuceno – Universidade Federal de Minas Gerais

Dinara das Graças Carvalho Costa – Universidade Estadual da Paraíba

Diogo Lopes de Oliveira – Universidade Federal de Campina Grande

Dylan Ávila Alves – Instituto Federal Goiano

Edson Lourenço da Silva – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí

Elane da Silva Barbosa – Universidade Estadual do Ceará

Érica Rios de Carvalho – Universidade Católica do Salvador

Fernanda Beatriz Pereira Cavalcanti – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”

Fredson Pereira da Silva – Universidade Estadual do Ceará

Gabriel Gomes de Oliveira – Universidade Estadual de Campinas

Gilberto de Melo Junior – Instituto Federal do Pará

Givanildo de Oliveira Santos – Instituto Brasileiro de Educação e Cultura

Higor Costa de Brito – Universidade Federal de Campina Grande

Hugo José Coelho Corrêa de Azevedo – Fundação Oswaldo Cruz

Isabel Fontgalland – Universidade Federal de Campina Grande

Isane Vera Karsburg – Universidade do Estado de Mato Grosso

Israel Gondres Torné – Universidade do Estado do Amazonas

Ivo Batista Conde – Universidade Estadual do Ceará

Jaqueline Rocha Borges dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Jessica Wanderley Souza do Nascimento – Instituto de Especialização do Amazonas

João Henriques de Sousa Júnior – Universidade Federal de Santa Catarina

João Manoel Da Silva – Universidade Federal de Alagoas

João Vitor Andrade – Universidade de São Paulo

Joilson Silva de Sousa – Instituto Federal do Rio Grande do Norte

José Cândido Rodrigues Neto – Universidade Estadual da Paraíba

Jose Henrique de Lacerda Furtado – Instituto Federal do Rio de Janeiro

Josenita Luiz da Silva – Faculdade Frassinetti do Recife

Josiney Farias de Araújo – Universidade Federal do Pará

Karina de Araújo Dias – SME/Prefeitura Municipal de Florianópolis

Katia Fernanda Alves Moreira – Universidade Federal de Rondônia

Laís Portugal Rios da Costa Pereira – Universidade Federal de São Carlos

Laíze Lantyer Luz – Universidade Católica do Salvador

Lindon Johnson Pontes Portela – Universidade Federal do Oeste do Pará

Lisiane Silva das Neves – Universidade Federal do Rio Grande

Lucas Araújo Ferreira – Universidade Federal do Pará

Lucas Capita Quarto – Universidade Federal do Oeste do Pará

Lúcia Magnólia Albuquerque Soares de Camargo – Unifacisa Centro Universitário

Luciana de Jesus Botelho Sodré dos Santos – Universidade Estadual do Maranhão

Luís Paulo Souza e Souza – Universidade Federal do Amazonas

Luiza Catarina Sobreira de Souza – Faculdade de Ciências Humanas do Sertão Central

Manoel Mariano Neto da Silva – Universidade Federal de Campina Grande

Marcelo Alves Pereira Eufrazio – Centro Universitário Unifacisa

Marcelo Williams Oliveira de Souza – Universidade Federal do Pará

Marcos Pereira dos Santos – Faculdade Rachel de Queiroz

Marcus Vinicius Peralva Santos – Universidade Federal da Bahia

Maria Carolina da Silva Costa – Universidade Federal do Piauí

Maria José de Holanda Leite – Universidade Federal de Alagoas

Marina Magalhães de Moraes – Universidade Federal do Amazonas

Mário Cézar de Oliveira – Universidade Federal de Uberlândia

Michele Antunes – Universidade Feevale

Michele Aparecida Cerqueira Rodrigues – Logos University International

Milena Roberta Freire da Silva – Universidade Federal de Pernambuco

Nadja Maria Mourão – Universidade do Estado de Minas Gerais

Natan Galves Santana – Universidade Paranaense

Nathalia Bezerra da Silva Ferreira – Universidade do Estado do Rio Grande do Norte

Neide Kazue Sakugawa Shinohara – Universidade Federal Rural de Pernambuco

Neudson Johnson Martinho – Faculdade de Medicina da Universidade Federal de Mato Grosso

Patrícia Appelt – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Paula Milena Melo Casais – Universidade Federal da Bahia

Paulo Henrique Matos de Jesus – Universidade Federal do Maranhão

Rafael Rodrigues Gomides – Faculdade de Quatro Marcos

Reângela Cíntia Rodrigues de Oliveira Lima – Universidade Federal do Ceará

Rebeca Freitas Ivanicska – Universidade Federal de Lavras

Renan Gustavo Pacheco Soares – Autarquia do Ensino Superior de Garanhuns

Renan Monteiro do Nascimento – Universidade de Brasília

Ricardo Leoni Gonçalves Bastos – Universidade Federal do Ceará

Rodrigo da Rosa Pereira – Universidade Federal do Rio Grande

Rubia Katia Azevedo Montenegro – Universidade Estadual Vale do Acaraú

Sabrynnna Brito Oliveira – Universidade Federal de Minas Gerais

Samuel Miranda Mattos – Universidade Estadual do Ceará

Selma Maria da Silva Andrade – Universidade Norte do Paraná

Shirley Santos Nascimento – Universidade Estadual Do Sudoeste Da Bahia

Silvana Carloto Andres – Universidade Federal de Santa Maria

Silvio de Almeida Junior – Universidade de Franca

Tatiana Paschoalette R. Bachur – Universidade Estadual do Ceará | Centro Universitário Christus

Telma Regina Stroparo – Universidade Estadual do Centro-Oeste

Thayla Amorim Santino – Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Thiago Sebastião Reis Contrato – Universidade Federal do Rio de Janeiro

Tiago Silveira Machado – Universidade de Pernambuco

Virgínia Maia de Araújo Oliveira – Instituto Federal da Paraíba

Virginia Tomaz Machado – Faculdade Santa Maria de Cajazeiras

Walmir Fernandes Pereira – Miami University of Science and Technology

Wanessa Dunga de Assis – Universidade Federal de Campina Grande

Wellington Alves Silva – Universidade Estadual de Roraima

William Roslindo Paranhos – Universidade Federal de Santa Catarina

Yáscara Maia Araújo de Brito – Universidade Federal de Campina Grande

Yasmin da Silva Santos – Fundação Oswaldo Cruz

Yuciara Barbosa Costa Ferreira – Universidade Federal de Campina Grande



2023 - Editora Amplla

Copyright da Edição © Editora Amplla

Copyright do Texto © Os autores

Editor Chefe: Leonardo Pereira Tavares

Design da Capa: Editora Amplla

Diagramação: Juliana Ferreira

Revisão: Os autores

Catálogo na publicação
Elaborada por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

T291

Tendências e avanços científicos nas engenharias: aeronáutica, aeroespacial, eletrônica e de telecomunicações - Volume III / Denilson Paulo Souza dos Santos (Organizador). – Campina Grande/PB: Amplla, 2023.

Livro em PDF

ISBN 978-65-5381-139-3

DOI 10.51859/amplla.tac393.1323-0

1. Engenharia. I. Santos, Denilson Paulo Souza dos (Organizador). II. Título.

CDD 620

Índice para catálogo sistemático

I. Engenharia

Editora Amplla

Campina Grande – PB – Brasil
contato@ampllaeditora.com.br
www.ampllaeditora.com.br



2023

PREFÁCIO

Nas últimas décadas, temos testemunhado avanços incríveis no campo da ciência e da tecnologia, impulsionados pela incessante busca pelo conhecimento. O conhecimento científico não é apenas um conjunto de fatos estáticos, mas sim um processo dinâmico e interativo, composto por uma sucessão de etapas que envolvem a geração de ideias, aquisição de dados, experimentação e racionalização, visando à produção de conhecimento valioso para a sociedade.

No contexto da educação em engenharia, a capacidade analítica dos alunos desempenha um papel fundamental. Não basta apenas adquirir conhecimento teórico, é essencial desenvolver habilidades que permitam aos estudantes se tornarem pesquisadores em sua área, capazes de analisar problemas complexos e propor soluções inovadoras. Essa emancipação intelectual vai além do ambiente acadêmico estritamente e se estende para a formação de profissionais prontos para enfrentar os desafios da sociedade contemporânea.

É nesse contexto que a escrita científica desempenha um papel crucial. Através da produção científica, os estudantes universitários são capacitados a comunicar suas ideias de forma clara, precisa e fundamentada. Esse livro surge com a premissa de valorizar e incentivar a produção científica, promovendo a parceria entre docentes e estudantes como uma metodologia enriquecedora do processo de ensino-aprendizagem.

Ao integrar as áreas de conhecimento da engenharia aeronáutica e da engenharia eletrônica e de telecomunicações, com o propósito de concretizar e aplicar o conhecimento científico de forma tangível. Através dessa abordagem multidisciplinar, buscamos formar uma massa crítica de profissionais capazes de enfrentar os desafios complexos que a sociedade contemporânea nos apresenta.

É com grande satisfação que apresentamos esta obra, resultado do esforço conjunto de docentes e estudantes comprometidos com a excelência acadêmica e com a aplicação do conhecimento em benefício da sociedade. Esperamos que este livro seja um guia valioso para os estudantes de engenharia, oferecendo-lhes as ferramentas necessárias para se tornarem protagonistas ativos na geração e aplicação do conhecimento científico.

Além disso, este livro também busca estimular a formação de uma mentalidade empreendedora nos estudantes de engenharia. Através da integração entre teoria e prática, encorajamos os leitores a desenvolverem uma abordagem proativa diante dos desafios e oportunidades que surgem em suas trajetórias profissionais.

Ao longo desta obra, os leitores encontrarão exemplos práticos, estudos de caso e orientações sobre como realizar pesquisas científicas e projetos aplicados. Enfatizamos a importância da colaboração entre docentes e estudantes, criando um ambiente de aprendizagem enriquecedor e estimulante.

Acreditamos que a educação em engenharia deve transcender a mera transmissão de conhecimentos teóricos. Ela deve capacitar os futuros engenheiros a se tornarem agentes de transformação, aptos a enfrentar os desafios do mundo real e a contribuir para o desenvolvimento sustentável da sociedade.

Por fim, gostaríamos de expressar nossa gratidão a todos os envolvidos neste projeto, desde os autores que compartilharam seu conhecimento e expertise até os estudantes que se dedicaram à pesquisa e produção dos conteúdos apresentados. É com a colaboração de todos que tornamos possível a criação de uma engenharia pronta para enfrentar os problemas e demandas do mundo contemporâneo.

Desejamos a todos uma leitura inspiradora e enriquecedora, e esperamos que este livro seja uma ferramenta valiosa no caminho da formação de uma engenharia comprometida com a excelência acadêmica, a inovação e o impacto positivo na sociedade.

Esta obra é um compilado de artigos e trabalhos desenvolvidos pelos alunos, professores substitutos e egressos do campus da Universidade Estadual Paulista “Júlio Mesquita Filho” UNESP/ FESJ sob a tutela dos professores orientadores da nossa universidade.

Neste trabalho, contamos com a colaboração e o apoio financeiro das seguintes instituições: Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ), financiadora de Estudos e Projetos (FINEP) e Centro de Pesquisa e Inovação em Materiais e Estruturas (CEPIMATE).

SUMÁRIO

CAPÍTULO I - ESTUDO DE MANOBRAS ORBITAIS UTILIZANDO O PROBLEMA DE LAMBERT EM DIFERENTES DINÂMICAS.....	10
CAPÍTULO II - EXISTÊNCIA E ESTABILIDADE DE UMA FAMÍLIA DE ATRADORES EXPONENCIAIS PULLBACK PARA UMA EQUAÇÃO DE EVOLUÇÃO SEMILINEAR NÃO AUTÔNOMA DE SEGUNDA ORDEM.....	20
CAPÍTULO III - CÓDIGOS DE BLOCO ESPAÇO-TEMPO PARA SISTEMAS MIMO 2X2 VIA ÁGEBRA DOS QUATÉRNIOS	26
CAPÍTULO IV - ESTUDO E SIMULAÇÃO DO MODELO DE CANAL DE DESVANECIMENTO FLUCTUATING TWO-RAY	40
CAPÍTULO V - ANÁLISE DE GEOMETRIAS DISTRIBUÍDAS DE DISPOSITIVOS DE MICROONDAS POR EQUIVALENTES EM CIRCUITOS ELÉTRICOS.....	50
CAPÍTULO VI - PROJETO, CONSTRUÇÃO, CARACTERIZAÇÃO E VALIDAÇÃO DE UM MODELO EXPERIMENTAL PARA A INVESTIGAÇÃO DE FENÔMENOS AEROELÁSTICOS.....	69
CAPÍTULO VII - MODELAGEM DE UM UAS (UNMANNED AERIAL SYSTEM) USANDO MÉTODOS DE SUBESPAÇOS	82

CAPÍTULO I

ESTUDO DE MANOBRAS ORBITAIS UTILIZANDO O PROBLEMA DE LAMBERT EM DIFERENTES DINÂMICAS

STUDY OF ORBITAL MANEUVERS USING THE LAMBERT'S PROBLEM IN DIFFERENT DYNAMICS

DOI: 10.51859/ampla.tac393.1323-1

Eduardo Oliveira Noveti¹

Carlos Vinícius Bianchi²

Denilson Paulo Souza dos Santos³

Jorge Kennety Silva Formiga⁴

^{1,2} Graduando no Curso de Engenharia Aeronáutica da Faculdade de Engenharia de São João da Boa Vista – FESJBV – Unesp

³ Professor Associado. Departamento de Engenharia Aeronáutica. Universidade Estadual Paulista – UNESP – FESJ – Faculdade de Engenharia de São João da Boa Vista, SP.

⁴ Professor Associado. Departamento de Engenharia Ambiental. Universidade Estadual Paulista – UNESP – ICT, São José dos Campos – SP

RESUMO

O problema proposto por Johann Heinrich Lambert, resolvido por Joseph-Louis Lagrange, é de extrema importância para o estudo de manobras orbitais. Com o Problema de Lambert, é possível obter soluções para diversos problemas de manobras orbitais, como rendezvous, fly-by, swingby e manobras de correção de órbitas. O objetivo principal é mudar o estado de um veículo espacial, representado pelas variáveis de posição (r_i), velocidade (v_i) e massa (m_i) no instante inicial (t_i), para um estado final representado por (r_f), (v_f) e (m_f) no instante final (t_f), buscando minimizar o consumo de combustível ($m_f - m_i$). Durante as transferências orbitais, diversos fatores devem ser considerados, como o tempo necessário para a conclusão da manobra, limitações nos atuadores e o estado do veículo. Neste estudo, o foco principal está no consumo de combustível necessário para a realização da manobra, embora o tempo requerido também seja considerado e analisado.

Palavras-chave: Manobras orbitais, Problema de Lambert, rendezvous, fly-by, swingby, correção de órbitas, consumo de combustível, tempo gasto, algoritmo

ABSTRACT

The problem proposed by Johann Heinrich Lambert, solved by Joseph-Louis Lagrange, is of utmost importance for the study of orbital maneuvers. With the Lambert's Problem, it is possible to obtain solutions for various orbital maneuvers such as rendezvous, fly-by, swingby, and orbit correction maneuvers. The main objective is to change the state of a spacecraft, represented by the position (r_i), velocity (v_i), and mass (m_i) variables at the initial time (t_i), to a final state represented by (r_f), (v_f) and (m_f) at the final time (t_f), while minimizing fuel consumption ($m_f - m_i$). During orbital transfers, several factors must be considered, including the time required to complete the maneuver, actuator limitations, and the state of the vehicle. In this study, the main focus is on the fuel consumption required for the maneuver, although the required time is also considered and analyzed.

Keywords: orbital maneuvers, Lambert's Problem, rendezvous, fly-by, swingby, orbit correction, fuel consumption, time spent, genetic algorithm

1. INTRODUÇÃO AO PROBLEMA DE LAMBERT

A engenharia aeroespacial é uma área fascinante e complexa que envolve a exploração do espaço além da atmosfera terrestre. Nesse contexto, o problema de Lambert desempenha um papel fundamental ao determinar trajetórias de espaçonaves entre pontos no espaço. Sua importância na engenharia aeroespacial é inegável, uma vez que permite o planejamento e a execução de missões espaciais com precisão e eficiência.

Ao longo dos anos, o problema de Lambert tem sido objeto de estudo e desenvolvimento, impulsionado pela necessidade de alcançar objetivos específicos, como transferências interplanetárias e inserção precisa em órbitas ao redor de planetas. A compreensão desse problema remonta a Johann Heinrich Lambert, matemático e astrônomo do século XVIII, que formulou a base teórica para a resolução desse desafio.

Para compreender o problema de Lambert, é crucial explorar conceitos fundamentais, como transferências orbitais e energia orbital. As transferências orbitais são manobras que permitem que uma espaçonave se mova de uma órbita para outra. Essas manobras são essenciais para alcançar destinos específicos no espaço, como planetas ou luas. A energia orbital, por sua vez, é uma medida da energia total de uma espaçonave em sua órbita e desempenha um papel crucial na determinação da trajetória necessária para realizar a transferência orbital desejada.

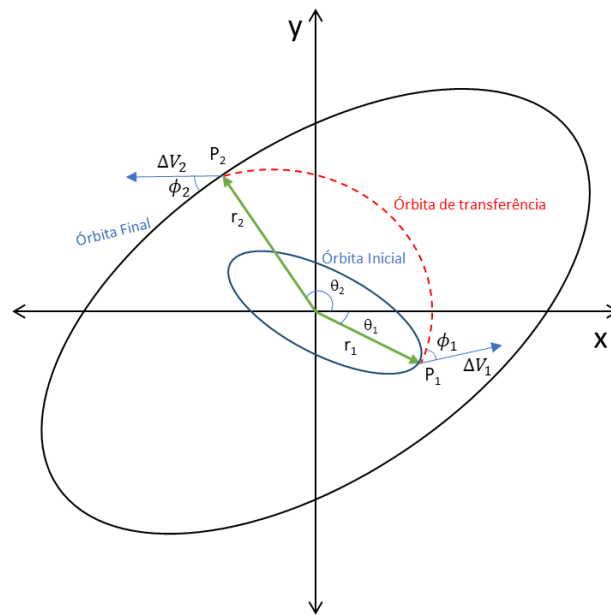
Um exemplo comum de transferência orbital é a transferência de Hohmann, que envolve a movimentação de uma espaçonave de uma órbita circular para outra maior ou menor. Essa transferência é realizada por meio de duas manobras tangenciais, com o objetivo de economizar energia e alcançar a órbita desejada. Outro exemplo é a transferência de bi-elíptica, que requer duas transferências orbitais em elipses diferentes para alcançar um destino distante (Santos & da Silva Formiga, 2014; Santos, 2009).

Com essa introdução aos conceitos fundamentais, estamos preparados para mergulhar na formulação matemática do problema de Lambert. Essa formulação envolve a equação de Lambert, uma relação complexa que relaciona as posições e velocidades inicial e final da espaçonave. A resolução dessa equação requer métodos numéricos avançados e algoritmos específicos, que serão explorados ao longo deste capítulo.

Em suma, o problema de Lambert é uma pedra angular na engenharia aeroespacial. Sua compreensão é vital para o planejamento e a execução de missões espaciais, permitindo que espaçonaves se desloquem com precisão e eficiência pelo espaço sideral. O estudo dos conceitos

de transferências orbitais e energia orbital nos fornece as ferramentas necessárias para enfrentar esse desafio complexo e alcançar com sucesso destinos distantes no universo.

Figura 1: Problema de Lambert.



2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE LAMBERT

A formulação matemática do problema de Lambert desempenha um papel crucial no estudo das manobras orbitais. No cerne desse problema encontra-se a equação de transferência orbital de Lambert, expressa como:

$$\vec{r}(t) = \vec{A} \left(\frac{\sin f}{f} \right) + \vec{B} \left(\frac{1 - \cos f}{f} \right)$$

em que $\vec{r}(t)$ é a posição da espaçonave em um determinado instante t , $\vec{A}$ e $\vec{B}$ são vetores relacionados às condições iniciais e finais da espaçonave, respectivamente, e f é o ângulo de transferência orbital.

Essa equação transcendental, representada de forma elegante através de uma expressão matemática, estabelece uma conexão precisa entre as posições e velocidades iniciais e finais da espaçonave. Essa relação complexa permite determinar órbitas elípticas, hiperbólicas e até mesmo trajetórias retilíneas, dependendo das condições iniciais e das restrições específicas do problema. Essa versatilidade é fundamental para o planejamento de missões espaciais, pois permite a concepção de trajetórias eficientes e otimizadas para transferências entre corpos celestes.

No entanto, a resolução do problema de Lambert não se resume apenas à equação em si, a obtenção de soluções precisas requer a consideração de várias restrições e condições iniciais.

As restrições podem estar relacionadas à quantidade de tempo disponível para a realização da manobra, à conservação de energia ou ao cumprimento de certos objetivos orbitais, como atingir um ponto específico em uma órbita alvo. Além disso, as condições iniciais, como as posições e velocidades das espaçonaves, devem ser consistentes com as leis da mecânica celeste (Chobotov, 2002; Lancaster et al., 1969).

Portanto, a formulação matemática do problema de Lambert, representada pela equação de transferência orbital de Lambert, exige uma abordagem meticulosa e rigorosa, levando em consideração a relação precisa entre as posições e velocidades iniciais e finais da espaçonave (Prado & Broucke, 1994). Ao compreendermos profundamente essa formulação, estamos preparados para avançar em direção às soluções analíticas em dinâmica Kepleriana, que nos permitirão encontrar trajetórias orbitais precisas e alcançar com sucesso os objetivos de missões espaciais.

3. SOLUÇÃO ANALÍTICA DO PROBLEMA DE LAMBERT:

Neste capítulo, exploramos os métodos utilizados na solução analítica do problema de Lambert em dinâmica Kepleriana, fornecendo uma base sólida para a compreensão das manobras orbitais. Por meio de relações matemáticas derivadas das leis de Kepler e da conservação do momento angular, podemos calcular com eficiência e precisão os elementos orbitais necessários para descrever uma órbita elíptica ou hiperbólica.

Um método amplamente utilizado é o método de Lambert Gauss. Ele se baseia na resolução de uma equação transcendental conhecida como a equação de Lambert. Essa equação é definida como:

$$\frac{\sqrt{\mu} \cdot (t_0 - t_f)}{|r_0| \cdot |r_f|} \cdot \sin^{-1} \left(\frac{r_0 \cdot r_f}{|r_0| \cdot |r_f|} \right) - \sqrt{1 - \left(\frac{r_0}{a} \right)^2} - \sqrt{1 - \left(\frac{r_f}{a} \right)^2} = n \cdot 2 \cdot \pi$$

Onde:

- μ é o parâmetro gravitacional padrão.
- t_0 e t_f são os tempos inicial e final, respectivamente.
- r_0 e r_f são os vetores de posição inicial e final, respectivamente.
- a é o semieixo maior da órbita.

Ao resolver essa equação, podemos determinar os elementos orbitais necessários para planejar as manobras orbitais desejadas. Vale ressaltar que a solução analítica do problema de Lambert em dinâmica Kepleriana não se limita a uma única solução. Dependendo das condições

iniciais e finais, podem existir múltiplas soluções possíveis. Portanto, é necessário utilizar critérios adicionais para selecionar a solução mais adequada para a aplicação específica.

Para ilustrar a aplicação prática desses métodos, consideremos um exemplo numérico. Suponhamos que desejamos calcular a trajetória orbital de uma espaçonave que parte da Terra em direção à Lua. Utilizando o método de Lambert Gauss, podemos determinar os elementos orbitais necessários para essa transferência. Com base nas condições iniciais e finais, como as posições e velocidades relativas da Terra e da Lua, podemos resolver numericamente a equação de Lambert e obter as informações precisas para planejar a manobra orbital e alcançar a órbita lunar desejada.

Esses métodos analíticos são de extrema importância na engenharia aeroespacial, fornecendo as ferramentas necessárias para planejar e executar com sucesso missões espaciais. Além disso, eles estabelecem uma base sólida para a compreensão dos métodos numéricos utilizados em dinâmicas não-Keplerianas, permitindo uma análise mais abrangente das manobras orbitais em diferentes contextos gravitacionais.

Em resumo, o estudo dos métodos analíticos do problema de Lambert em dinâmica Kepleriana é essencial para a determinação eficiente e precisa das manobras orbitais. A equação de Lambert, junto com o método de Lambert Gauss, oferece um conjunto de ferramentas poderosas para calcular os elementos orbitais necessários. Ao aplicar esses métodos em exemplos numéricos, podemos ilustrar sua aplicação prática e compreender sua importância na engenharia aeroespacial. Esses métodos também estabelecem uma base sólida para o estudo dos métodos numéricos em dinâmicas não-Keplerianas, ampliando nosso conhecimento sobre manobras orbitais em diferentes contextos gravitacionais.

4. MÉTODOS NUMÉRICOS PARA RESOLVER O PROBLEMA DE LAMBERT EM DINÂMICA NÃO KEPLERIANA

Ao lidar com dinâmicas não-Keplerianas, a resolução do problema de Lambert requer a aplicação de métodos numéricos para obter soluções precisas em cenários complexos. Nesta seção, exploraremos alguns algoritmos e métodos utilizados nesse contexto, permitindo-nos superar as limitações impostas pela dinâmica Kepleriana clássica.

Esses métodos numéricos envolvem a discretização da equação de Lambert, que é uma equação transcendental complexa e, portanto, não pode ser resolvida diretamente. A discretização consiste em aproximar a trajetória orbital em pequenos incrementos de tempo,

permitindo que a equação seja resolvida iterativamente. Com cada iteração, refinamos a solução até alcançar a precisão desejada.

Um dos métodos numéricos amplamente utilizados é o método de Newton-Raphson, que é aplicado para resolver a equação de Lambert iterativamente. A fórmula do método de Newton-Raphson pode ser expressa como:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Onde x_n é o valor da iteração atual, $f(x_n)$ é a função que descreve a equação de Lambert, e $f'(x_n)$ é a derivada de $f(x_n)$. Através de sucessivas iterações, esse método converge para a solução desejada.

Além disso, ao empregar métodos numéricos, é necessário considerar algumas aproximações e simplificações. A fim de simplificar o problema, algumas suposições podem ser feitas para reduzir a complexidade matemática. Por exemplo, podemos assumir uma gravidade central constante ou ignorar perturbações menores na órbita.

No entanto, as simplificações podem ser introduzidas ao modelar o ambiente não-Kepleriano. Perturbações gravitacionais e atmosféricas são exemplos de forças externas que afetam a trajetória da espaçonave. A incorporação dessas perturbações requer técnicas numéricas avançadas, como a integração numérica de equações diferenciais que descrevem o comportamento da espaçonave sob a influência dessas forças.

Ao compreender e aplicar esses métodos numéricos, podemos abordar uma ampla gama de situações que vão além da dinâmica Kepleriana tradicional. Isso nos permite projetar trajetórias orbitais precisas em condições mais realistas, levando em consideração as complexidades e perturbações presentes no ambiente espacial. O uso de métodos numéricos é essencial para alcançar soluções eficientes e confiáveis no estudo do problema de Lambert em dinâmicas não-Keplerianas.

5. ESTUDOS DE MANOBRAS ORBITAIS EM DIFERENTES DINÂMICAS

No estudo de manobras orbitais em diferentes dinâmicas, é essencial realizar uma análise detalhada das peculiaridades e desafios que surgem ao aplicar o problema de Lambert em diversos ambientes gravitacionais. Ao explorar casos específicos, como manobras interplanetárias, transferências para órbitas lunares ou marcianas, entre outros cenários, nos deparamos com situações em que a dinâmica espacial varia significativamente, demandando abordagens adaptadas e específicas para alcançar as trajetórias desejadas.

No contexto das manobras interplanetárias, a consideração da influência gravitacional de corpos celestes com massas significativas é crucial. A fórmula de solução analítica do problema de Lambert, baseada em dinâmica Kepleriana, permite calcular as trajetórias de transferência entre planetas de forma otimizada, levando em conta as grandes distâncias envolvidas e a interação gravitacional entre os corpos celestes.

Para transferências para órbitas lunares ou marcianas, é necessário considerar as peculiaridades desses ambientes. A gravidade lunar ou marciana, assim como a interação com outras luas e satélites, afeta as trajetórias e requer ajustes no problema de Lambert. Uma fórmula comumente utilizada é a equação de Lambert com correção de J₂, que considera o efeito do achatamento do corpo celeste na órbita da espaçonave.

Além disso, outros cenários espaciais, como manobras em torno de corpos celestes menores, demandam abordagens específicas. A influência gravitacional reduzida e as formas irregulares desses corpos exigem a aplicação de métodos numéricos, como a discretização da equação de Lambert e a iteração em busca da solução desejada.

Ao realizar o estudo de manobras orbitais em diferentes dinâmicas, a análise minuciosa das peculiaridades gravitacionais e a aplicação das fórmulas e métodos adequados são essenciais para o planejamento preciso de missões espaciais. Compreender as particularidades de cada cenário permite a determinação eficiente das trajetórias necessárias, possibilitando alcançar com sucesso alvos interplanetários, lunares, marcianos e outros objetivos espaciais.

6. CONSIDERAÇÕES AVANÇADAS NO PROBLEMA DE LAMBERT

No estudo avançado do Problema de Lambert, surge a necessidade de considerar extensões e variantes que vão além da dinâmica puramente gravitacional. Essa sessão nos leva a explorar fatores adicionais que podem influenciar as manobras orbitais, como perturbações gravitacionais, atmosféricas e outras forças externas.

Ao considerar perturbações gravitacionais, reconhecemos que corpos celestes adicionais podem exercer influência nas trajetórias orbitais. Essas perturbações podem ser decorrentes da atração gravitacional de outros planetas, luas ou mesmo de satélites artificiais. É necessário levar em conta esses efeitos para calcular com precisão as trajetórias e garantir que as manobras orbitais sejam realizadas de forma segura e eficiente.

Além disso, perturbações atmosféricas também desempenham um papel significativo. Quando uma espaçonave se encontra em altitudes mais baixas, a interação com a atmosfera terrestre pode gerar arrasto aerodinâmico, o que influencia sua trajetória orbital. Esse arrasto

precisa ser considerado para calcular a trajetória correta e prever a necessidade de ajustes adicionais durante a missão.

Outras forças externas, como pressão da radiação solar, campos magnéticos ou empuxo de propulsores, podem ser relevantes em certos cenários e devem ser levadas em consideração.

No entanto, é importante reconhecer que, à medida que consideramos esses fatores adicionais, a abordagem do problema de Lambert pode apresentar limitações em cenários mais complexos. A precisão das soluções obtidas pode ser afetada e a necessidade de métodos numéricos mais avançados pode surgir. É crucial avaliar cuidadosamente essas limitações e explorar técnicas adicionais, como a inclusão de modelos mais sofisticados ou a combinação de diferentes métodos de solução.

Nesta seção, mergulhamos nas considerações avançadas no Problema de Lambert, compreendendo a importância de estender a análise além da dinâmica gravitacional básica. Ao considerar perturbações gravitacionais, atmosféricas e outras forças externas, é possível obter soluções mais precisas e adequadas para manobras orbitais em cenários complexos. No entanto, é fundamental estar ciente das limitações da abordagem do problema de Lambert e explorar abordagens adicionais para aprimorar a precisão e a robustez das soluções obtidas.

7. APLICAÇÕES PRÁTICAS

O problema de Lambert tem desempenhado um papel fundamental na engenharia aeroespacial ao longo dos anos, oferecendo soluções precisas para o planejamento de trajetórias espaciais eficientes e o alcance de objetivos específicos. Este capítulo destaca exemplos concretos de aplicações práticas do problema de Lambert em missões espaciais reais, revelando seu impacto no campo da exploração espacial.

Ao estudarmos essas aplicações práticas, descobrimos que o problema de Lambert é amplamente utilizado no planejamento de transferências interplanetárias. Por exemplo, é utilizado para calcular trajetórias de espaçonaves que viajam da Terra a outros planetas do sistema solar, permitindo missões como a sonda Cassini-Huygens, que explorou Saturno e suas luas com precisão impressionante. Essas aplicações práticas são testemunho da importância do problema de Lambert na viabilização de missões espaciais complexas e de longa duração.

Além disso, este capítulo explora as pesquisas e os desenvolvimentos futuros relacionados ao problema de Lambert e suas aplicações. À medida que a exploração espacial avança e novos desafios surgem, é necessário aprimorar as técnicas existentes e desenvolver abordagens inovadoras para lidar com dinâmicas mais complexas. Pesquisadores estão

explorando extensões do problema de Lambert para considerar perturbações gravitacionais adicionais, interações atmosféricas e outros fatores que afetam as manobras orbitais. Essas pesquisas têm o potencial de abrir novas fronteiras no campo da engenharia aeroespacial e impulsionar ainda mais a exploração do espaço.

À medida que avançamos para um futuro emocionante na exploração espacial, o problema de Lambert continua sendo uma ferramenta indispensável para os engenheiros aeroespaciais. Suas aplicações práticas comprovadas em missões espaciais reais e o potencial de desenvolvimentos futuros indicam que o estudo e a compreensão aprofundados desse problema são fundamentais para impulsionar a exploração do espaço, a expansão da fronteira humana e a busca por conhecimento além de nosso planeta.

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao encerrarmos este capítulo sobre o estudo de manobras orbitais utilizando o problema de Lambert em diferentes dinâmicas, é importante recapitular os principais pontos discutidos. Durante nossa jornada, exploramos a formulação matemática do problema de Lambert, compreendendo a equação complexa que relaciona as posições e velocidades iniciais e finais da espaçonave. Investigamos tanto as soluções analíticas em dinâmica Kepleriana, que nos proporcionaram uma compreensão mais profunda das trajetórias orbitais, quanto os métodos numéricos necessários para resolver o problema em dinâmicas não-Keplerianas.

Ao longo deste capítulo, ficou evidente a importância contínua do estudo do problema de Lambert para a exploração espacial e a engenharia aeroespacial. O problema de Lambert é uma ferramenta fundamental para o planejamento e a execução de missões espaciais, permitindo o cálculo preciso das manobras necessárias para alcançar objetivos específicos. Sua aplicação abrange desde transferências entre planetas até a inserção em órbitas ao redor de corpos celestes. Sem o problema de Lambert, seria extremamente desafiador projetar trajetórias espaciais eficientes e realizar manobras orbitais complexas.

Além disso, é importante destacar que o estudo do problema de Lambert está em constante evolução. As aplicações práticas dessa abordagem continuam a impulsionar pesquisas e desenvolvimentos futuros. À medida que exploramos cenários mais complexos, como perturbações gravitacionais, atmosféricas e outros fatores externos, novos desafios surgem, e a busca por soluções aprimoradas continua. O problema de Lambert permanece como uma área de estudo em constante crescimento, essencial para a exploração e a conquista do espaço.

À medida que avançamos no conhecimento do problema de Lambert e suas aplicações, torna-se claro que ele desempenha um papel central na engenharia aeroespacial e na busca por novos horizontes espaciais. Este capítulo é apenas o começo de uma jornada fascinante, na qual o problema de Lambert continuará a moldar o futuro da exploração espacial, permitindo que a humanidade alcance as estrelas.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio do CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – Brasil, Bolsista PIBIC #5662/2022, Projeto FINEP: 0527/18, e o apoio ao Centro de Pesquisa e Inovação em Materiais e Estruturas (CEPIMATE).

REFERÊNCIAS

Chobotov, V. A. (2002). *Orbital Mechanics, Third Edition (AIAA Education Series)* (3rd ed.). AIAA. libgen.li/file.php?md5=344a1af5fcdc50ec7de47fef707103f5

Lancaster, E. R., Blanchard, R. C., Aeronautics, U. States. N., Administration, S., & Center, G. S. F. (1969). *A Unified Form of Lambert's Theorem*. National Aeronautics and Space Administration. <https://books.google.com.br/books?id=lTj2Wfu84MsC>

Prado, A. F. B. de A., & Broucke, R. (1994). *THE MINIMUM DELTA-V LAMBERT'S PROBLEM*.

Santos, D. P. S., & da Silva Formiga, J. K. (2014). Application of a genetic algorithm in orbital maneuvers. *Computational and Applied Mathematics*, 34(2), 437–450. <https://doi.org/10.1007/s40314-014-0151-x>

Santos, D. P. S. dos. (2009). *Aplicações em manobras espaciais do problema de múltiplos encontros*. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE)

CAPÍTULO II

EXISTÊNCIA E ESTABILIDADE DE UMA FAMÍLIA DE ATRATORES EXPONENCIAIS PULLBACK PARA UMA EQUAÇÃO DE EVOLUÇÃO SEMILINEAR NÃO AUTÔNOMA DE SEGUNDA ORDEM

EXISTENCE AND STABILITY OF A FAMILY OF PULLBACK EXPONENTIAL ATTRACTORS FOR A NONAUTONOMOUS SEMILINEAR EVOLUTION EQUATION OF SECOND ORDER

DOI: 10.51859/ampla.tac393.1323-2

Vinicius Tavares Azevedo¹
Denilson Paulo Souza dos Santos²

¹ Professor Substituto Doutor. Departamento de Engenharia Eletrônica e de Telecomunicações. Universidade Estadual Paulista – UNESP – FESJ - Faculdade de Engenharia de São João da Boa Vista, SP.

² Professor Assistente. Departamento de Engenharia Eletrônica e de Telecomunicações. Universidade Estadual Paulista – UNESP – FESJ - Faculdade de Engenharia de São João da Boa Vista, SP.

RESUMO

Neste trabalho, consideramos uma família de equações de evoluções semilineares não autônomo de segunda ordem que surge em modelos de propagação em hastes elásticas não lineares e ondas íon-acústicas não lineares. No primeiro momento do trabalho, mostramos a boa colocação local e global desta família de equações, e em seguida investigamos a dinâmica pullback das soluções obtendo resultados de existência e estabilidade de uma família de atratores exponenciais pullback para o nosso problema sob condições adequadas de crescimento e dissipatividade. Além disso, também provamos a semicontinuidade superior e inferior desta família de atratores exponenciais pullback no tempo zero e uma estimativa superior da dimensão fractal desta família de atratores.

Palavras-chave: Atrator exponencial pullback. Estabilidade. Dimensão fractal. semicontinuidade superior e inferior.

ABSTRACT

In this work, we consider a family of second order nonautonomous semilinear evolution equations that arises in models of propagation problem in nonlinear elastic rods and nonlinear ion-acoustic waves. In the first moment of the work, we prove the local and global well posedness of solutions of the problem, and then we investigate the existence and stability of a family of pullback exponential attractors for our problem under suitable growth and dissipativeness conditions. Moreover, we also prove the upper and lower semicontinuity of this family of pullback exponential attractors at time zero and an upper estimate of the fractal dimension of this family of attractors.

Keywords: Pullback exponential attractor. Stability. Fractal dimension. Upper and lower semicontinuity.

1. INTRODUÇÃO

Neste trabalho, investigamos a dinâmica pullback da seguinte família de equações de evoluções semilineares não autônomas de segunda ordem dada por

$$\begin{cases} u_{tt} - \Delta u - \eta_\epsilon(t)\Delta u_t - \Delta u_{tt} = f(u), & t > s, x \in \Omega, \\ u = 0, & t \geq s, x \in \partial\Omega, \\ u(s, x) = u_0(x), & u_t(s, x) = v_0(x), x \in \Omega, \end{cases} \quad (1)$$

em que Ω é um conjunto limitado com fronteira suave em $\mathbb{R}^N$ com $N \geq 3$, $\epsilon \in [0,1]$ é um parâmetro, $\eta_\epsilon: \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty)$ é uma função contínua satisfazendo as condições:

$$0 < a_1 \leq \eta_\epsilon(t) \leq a_2 < \infty, \quad t \in \mathbb{R}, \text{ e } \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} |\eta_\epsilon - \eta_0|_{L^\infty(\mathbb{R})} = 0 \quad (2)$$

e $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função localmente Lipschitz que satisfaz condições adequadas de crescimento e dissipação dadas por:

$$\limsup_{\{|s| \rightarrow \infty\}} \frac{f(s)}{s} < \lambda_1 \quad (3)$$

$$|f(s)| \leq c(1 + |s|^\rho) \quad (4)$$

$$|f(s_1) - f(s_2)| \leq c|s_1 - s_2|(1 + |s_1|^{\rho-1} + |s_2|^{\rho-1}), \quad s_1, s_2 \in \mathbb{R}, \quad (5)$$

para alguma constante $c > 0$ e $1 < \rho < \frac{N+2}{N-2}$. A constante $\lambda_1 > 0$ em **(3)**, representa o primeiro autovalor de $-\Delta$ com condições de fronteira de Dirichlet em Ω .

Vamos considerar o problema **(1)** no espaço de Hilbert $H_0^1(\Omega) \times H_0^1(\Omega)$ e, neste espaço, provaremos a boa colocação local e global de suas soluções. Além disso, estabeleceremos a existência e a estabilidade de uma família de atratores exponenciais *pullback* associada ao problema **(1)**.

Inspirado no artigo [2], que apresenta a versão autônoma do problema **(1)** sem parâmetros, apresentamos um estudo para o problema **(1)** através de um sistema correspondente no espaço $H^{-1}(\Omega) \times H^{-1}(\Omega)$. Em outras palavras, considerando a mudança

$$z := (I - \Delta)u,$$

podemos reescrever o problema **(1)** da seguinte forma:

$$\begin{cases} z_{tt} + \eta_\epsilon(t)\Lambda z_t + \Lambda z = f^e(z), & t > s, \\ z = 0, & t \geq s, x \in \partial\Omega, \\ z(s) = z_0 \text{ e } z_t(s) = w_0, \end{cases} \quad (6)$$

em que $\Lambda := I - (I - \Delta)^{-1} \in \mathcal{L}(H^{-1}(\Omega))$, $f^e := f \circ (I - \Lambda)$ e $H^{-1}(\Omega)$ é o espaço de extrapolação de $H^2(\Omega) \cap H_0^1(\Omega)$ gerado pela realização de $-\Delta$ em $H^2(\Omega) \cap H_0^1(\Omega)$ ($\mathcal{L}(X)$ denota o espaço de todos os operadores lineares limitados definidos num espaço de Banach X com valores em

X). Agora, a mudança de variável $w := z_t$ nos leva à seguinte família de problemas de primeira ordem:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} z \\ w \end{pmatrix} + Q_\epsilon(t) \begin{pmatrix} z \\ w \end{pmatrix} = F \begin{pmatrix} z \\ w \end{pmatrix} & t > s, \\ \begin{pmatrix} z(s) \\ w(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_0 \\ w_0 \end{pmatrix} \end{cases} \quad (7)$$

em que $Q_\epsilon(t) \in \mathcal{L}(H^{-1}(\Omega) \times H^{-1}(\Omega))$ é dado por

$$Q_\epsilon(t) := \begin{pmatrix} 0 & -I \\ \Lambda & \eta_\epsilon(t)\Lambda \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad F \begin{pmatrix} z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ f^e(z) \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} z \\ w \end{pmatrix} \in H^{-1}(\Omega) \times H^{-1}(\Omega)$$

com $F: H^{-1}(\Omega) \times H^{-1}(\Omega) \rightarrow H^{-1}(\Omega) \times H^{-1}(\Omega)$.

2. DEFINIÇÕES BÁSICAS

Seja (X, d) um espaço métrico. Denotemos por $\mathcal{C}(X)$ o espaço das funções contínuas de X em X .

Definição 1: Um processo de evolução em X é uma família a dois parâmetros $\{S(t, s): t \geq s \in \mathbb{R}\}$ em $\mathcal{C}(X)$ que satisfaz as seguintes propriedades:

- i. $S(t, t) = I$ para todo $t \in \mathbb{R}$, é o operador identidade em X ;
- ii. $S(t, s) = S(t, r)S(r, s)$ quaisquer que sejam $s \leq r \leq t$;
- iii. $\{(t, s): t \geq s\} \times X \ni (t, s, x) \rightarrow S(t, s)x \in \mathbb{R}$ é contínua.

Se considerarmos $\{S(t, s): t \geq s \in \mathbb{R}\}$ em $\mathcal{L}(X)$, diremos que o processo é um processo de evolução linear.

Definição 2: Sejam $A, B \subset X$ subconjuntos não vazios. A semidistância de Hausdorff entre A e B é dada por

$$dist_H(A, B) = \sup_{a \in A} \inf_{b \in B} d(a, b) \quad (8)$$

Definição 3: Seja $\{S(t, s): t \geq s \in \mathbb{R}\}$ um processo de evolução em X . Dados $t \in \mathbb{R}$ e A, B subconjuntos de X , diremos que A atrai pullback B no tempo t , se

$$\lim_{s \rightarrow -\infty} dist_H(S(t, s)B, A) = 0 \quad (9)$$

O conjunto A atrai pullback limitados de X no tempo t , se a convergência em (8) vale para todo limitado B de X . Além disso, dizemos que uma família $\{A(t): t \in \mathbb{R}\}$ de subconjuntos de X atrai pullback limitados de X , se para cada $t \in \mathbb{R}$, o conjunto $A(t)$ atrai pullback limitados de X no tempo t .

Definição 4: Seja A um subconjunto pré-compacto em X . A dimensão fractal de A em X , denotada por $\dim_F(A; X)$, é definida por

$$\dim_F(A; X) = \limsup_{\epsilon \rightarrow 0^+} \frac{\ln N_X[A; \epsilon]}{-\ln \epsilon} \quad (10)$$

onde $N_X[A, \epsilon]$ é o número mínimo de bolas abertas em X de raio $\epsilon > 0$ e centro em pontos de A que são necessárias para cobrir A .

Definição 5: Seja $\{S(t, s): t \geq s \in \mathbb{R}\}$ um processo de evolução em X . Dizemos que a família $\widehat{\mathcal{M}} = \{\mathcal{M}(t): t \in \mathbb{R}\}$ de conjuntos não autônomos de X é um **atrator exponencial pullback** para o processo se:

- i. $\mathcal{M}(t)$ é não vazio e compacto em X para cada $t \in \mathbb{R}$;
- ii. A família $\widehat{\mathcal{M}}$ é positivamente invariante, isto é, $S(t, s)\mathcal{M}(s) \subset \mathcal{M}(t)$ para todo $t \geq s$;
- iii. A dimensão fractal da família $\widehat{\mathcal{M}}$ é uniformemente limitada, isto é,
 1. $\sup_{t \in \mathbb{R}} \{\dim_F(\mathcal{M}(t); X)\} < \infty$;
- iv. A família $\widehat{\mathcal{M}}$ atrai exponencialmente pullback todos os limitados de X , ou seja, existe uma constante $\omega > 0$ tal que para cada limitado $B \subset X$ e cada $t \in \mathbb{R}$, temos

$$\lim_{s \rightarrow \infty} e^{\omega s} \text{dist}_H(S(t, t-s)B, \mathcal{M}(t)) = 0.$$

3. A BOA COLOCAÇÃO LOCAL E GLOBAL DO PROBLEMA

Nesta seção de capítulo, apresentamos os resultados de boa colocação para o problema **(1)**. Em outras palavras, vamos estabelecer os resultados que garantem a existência local e global de solução para a família de equações de evolução semilineares não autônomas de segunda ordem dada por **(1)**.

Vamos denotar por Δ a extensão fechada em $H^{-1}(\Omega)$ do operador Laplaciano com condição de Dirichlet e com domínio $H^2(\Omega) \cap H_0^1(\Omega)$. Seja $X := L^2(\Omega)$ e consideremos a escala de potências fracionária $\{X^\alpha: \alpha \in \mathbb{R}\}$ gerada por $(X, \widetilde{A})$, em que $\widetilde{A} := I - \Delta$. Note que $\Lambda := I - (I - \Delta)^{-1} \in \mathcal{L}(H^{-1}(\Omega))$.

Além disso,

$$X^{-\frac{1}{2}} = H^{-1}(\Omega), \quad X^{\frac{1}{2}} = H_0^1(\Omega) \quad \text{e} \quad X^1 = H^2(\Omega) \cap H_0^1(\Omega).$$

Teorema 1: Suponhamos que a função f satisfaça as condições **(3)-(5)**. Então dados $\epsilon \in [0, 1]$, $z_0, w_0 \in X^{-\frac{1}{2}}$ e $s \in \mathbb{R}$, a solução $z^{(\epsilon)}(\cdot, s, (z_0, w_0))$ do problema **(6)** existe globalmente.

Além disso, a relação $S_{-1/2}^{(\epsilon)}(t, s) \begin{pmatrix} z(s) \\ w(s) \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} z^\epsilon(t, s, (z_0, w_0)) \\ z_t^\epsilon(t, s, (z_0, w_0)) \end{pmatrix}$ define um processo de evolução em $X^{-\frac{1}{2}} \times X^{-\frac{1}{2}}$ associado ao problema **(6)** o qual satisfaz em $X^{-\frac{1}{2}} \times X^{-\frac{1}{2}}$ a fórmula da variação das constantes

$$z^\epsilon(t, s, (z_0, w_0)) = L_{-1/2}^{(\epsilon)}(t, s) \begin{pmatrix} z_0 \\ w_0 \end{pmatrix} + U_{-1/2}^{(\epsilon)}(t, s) \begin{pmatrix} z_0 \\ w_0 \end{pmatrix}$$

em que

$$L_{-1/2}^{(\epsilon)}(t, s) \begin{pmatrix} z_0 \\ w_0 \end{pmatrix} := I - \int_s^t Q_\epsilon(\tau) L_{-1/2}^{(\epsilon)}(\tau, s) d\tau$$

e

$$U_{-1/2}^{(\epsilon)}(t, s) \begin{pmatrix} z_0 \\ w_0 \end{pmatrix} := \int_s^t L_{-1/2}^{(\epsilon)}(t, \tau) \mathcal{F} \left(S_{-1/2}^{(\epsilon)}(\tau, s) \begin{pmatrix} z_0 \\ w_0 \end{pmatrix} \right) d\tau$$

O próximo resultado é uma consequência imediata do teorema anterior.

Teorema 2: Suponhamos que a função f satisfaça as condições **(3)-(5)**. Então dados $\epsilon \in [0, 1]$, $u_0, v_0 \in X^{\frac{1}{2}}$, $s \in R$, a solução $u^{(\epsilon)}(\cdot, s, (u_0, v_0))$ de **(1)** existe globalmente. Além disso, a relação $S^{(\epsilon)}(t, s) \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} u^\epsilon(t, s, (u_0, v_0)) \\ u_t^\epsilon(t, s, (u_0, v_0)) \end{pmatrix}$ define um processo de evolução em $X^{\frac{1}{2}} \times X^{\frac{1}{2}}$ associado ao problema **(1)**, o qual é dado por $S^{(\epsilon)}(t, s) = \Phi_1 S_{-1/2}^{(\epsilon)}(t, s) \Phi_{-1}$ e satisfaz em $X^{\frac{1}{2}} \times X^{\frac{1}{2}}$ a fórmula das variações das constantes

$$L^{(\epsilon)}(t, s) := \Phi_1 L_{-1/2}^{(\epsilon)}(t, s) \Phi_{-1} \quad \text{e} \quad U^{(\epsilon)}(t, s) := \Phi_1 U_{-1/2}^{(\epsilon)}(t, s) \Phi_{-1},$$

onde Φ_1 é uma isometria apropriada de $X^{-\frac{1}{2}} \times X^{-\frac{1}{2}}$ em $X^{\frac{1}{2}} \times X^{\frac{1}{2}}$ e $\Phi_{-1} = \Phi_1^{-1}$.

4. EXISTÊNCIA E ESTABILIDADE DE ATRATORES PULLBACK EXPONENCIAL

O próximo resultado garante a existência e a estabilidade de uma família de atratores exponenciais pullback associado ao problema **(1)**. Além disso, obtemos uma estimativa superior da dimensão fractal desta família de atratores.

Teorema 3: Para cada $\theta \in (\lambda, 1)$, existe um atrator exponencial pullback $\{M_\theta^\epsilon(t) : t \in R\}_{\epsilon \in [0, 1]} \subset X^{\frac{1}{2}} \times X^{\frac{1}{2}}$ para o processo de evolução $\{S^{(\epsilon)}(t, s) : t \geq s\}$ com dimensão fractal finita uniformemente limitada por

$$\dim_F \left(M_\theta^\epsilon(t); X^{\frac{1}{2}} \times X^{\frac{1}{2}} \right) \leq \frac{\ln \left(m_{X^{\frac{1}{2}} \times X^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{2}{\theta - \lambda} \right) \right)}{-\ln \theta} \quad \text{para todo } t \in R,$$

em que $m_{\frac{1}{X^2} \times \frac{1}{X^2}}(R)$ denota o número máximo de pontos z_i na bola $B_{\frac{1}{X^2} \times \frac{1}{X^2}}(0, R)$ com $\kappa|z_i - z_j|_{\frac{1}{X^2} \times \frac{1}{X^2}} > 1$ com $\kappa > 0$ e $\gamma := 1 - \rho \frac{N-2}{N+2}$.

Além disso, esta família de atratores exponenciais pullback é semicontínua superior e inferior em $\epsilon_0 = 0$ para cada escolha particular de $\theta \in (\lambda, 1)$.

Observação: O número λ do resultado acima é obtido na prova do Teorema 3.

REFERÊNCIAS

Vinícius T. Azevedo, Everaldo M. Bonotto, Arthur C. Cunha, Marcelo J.D. Nascimento, Existence and stability of pullback exponential attractors for a nonautonomous semilinear evolution equation of second order, Journal of Differential Equations, Volume 365, 2023, Pages 521-559, ISSN 0022-0396, <https://doi.org/10.1016/j.jde.2023.04.022>.

A. N. Carvalho, J. W. Cholewa, Local well posedness, asymptotic behaviour and asymptotic bootstrapping for a class of semilinear evolution equations of the second order in time, Trans. A. Math. Soc., 361(5) 2009, 2567-2586.

A. N. Carvalho, J. A. Langa, J. C. Robinson, Attractors for Infinite-dimensional Non-autonomous Dynamical Systems, Applied Mathematical Sciences 182, Springer-Verlag, New York, 2012.

A. Pazy, Semigroups of linear operators and applications to partial differential equations.

R. Temam, Infinite Dimensional Dynamical Systems in Mechanics and Physics, 2nd edition, Appl. Math. Sci. {bf 68}, Springer Verlag, New York, 1997.

V. V. Chepyzhov, M. I. Vishik, Attractors for Equations of Mathematical Physics, Providence, AMS Colloquium Publications v. 49, American Mathematical Society, 2002

CAPÍTULO III

CÓDIGOS DE BLOCO ESPAÇO-TEMPO PARA SISTEMAS MIMO 2X2 VIA ÁLGEBRA DOS QUATÉRNIOS

SPACE-TIME BLOCK CODES FOR 2X2 MIMO SYSTEMS VIA QUATERNION ALGEBRAS

DOI: 10.51859/ampla.tac393.1323-3

Julia Danielli Duarte ¹

Stephanie Cavalcanti Martins Liberato ²

Priscilla Andressa de Sousa Silva ³

Cintya Wink de Oliveira Benedito ⁴

¹ Engenheira Eletrônica e de Telecomunicações pela Faculdade de Engenharia Unesp – Campus de São João da Boa Vista

² Graduanda em Engenharia Eletrônica e de Telecomunicações pela Faculdade de Engenharia Unesp – Campus de São João da Boa Vista

³ Professora do Departamento de Engenharia Aeronáutica da Faculdade de Engenharia Unesp – Campus de São João da Boa Vista

⁴ Professora do Departamento de Engenharia Eletrônica e de Telecomunicações da Faculdade de Engenharia Unesp – Campus de São João da Boa Vista

RESUMO

Este trabalho tem o objetivo de apresentar e analisar códigos de bloco espaço-tempo (STBC, *Space-Time Block Code*) construídos a partir da estrutura algébrica de uma álgebra dos quatérnios para serem utilizados em sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO, *Multiple-Input Multiple-Output*). Em especial, estamos interessados em sistemas com duas antenas transmissoras e duas antenas receptoras, e para isso iremos apresentar a construção algébrica do código de Alamouti e do código de Ouro, que são exemplos importantes de STBC 2×2 , sendo este último um código perfeito. Após as construções, vamos apresentar análises desses códigos em um sistema de comunicação sem fio. Utilizamos modulações de diferentes ordens M-QAM (*M-ary Quadrature Amplitude Modulation*) e um decodificador de máxima verossimilhança (ML, *Maximum-Likelihood*) específico para cada codificação. As análises de desempenho dos códigos foram realizadas através de simulações computacionais, nas quais foram empregadas o método de Monte Carlo. Nessas simulações, são avaliadas as curvas da taxa de erro de símbolo (SER, *Symbol Error Rate*) pela relação sinal-ruído (SNR, *Signal-to-Noise Ratio*). Com os resultados obtidos, foi possível mostrar que o código de Ouro possui um desempenho superior em comparação ao código de Alamouti, pois necessita de menos energia para transmissão.

Palavras-chave: Código de Bloco Espaço-Tempo. Sistema MIMO. Código de Alamouti. Código de Ouro. Álgebra dos Quatérnios.

ABSTRACT

This work aims to present and analyze Space-Time Block Code (STBC) constructed from the algebraic structure of a quaternion algebra to be used in Multiple-Input Multiple-Output systems (MIMO). We are interested in systems with two transmitting antennas and two receiving antennas, and for that we will present the algebraic construction of the Alamouti code and the Golden code, which are important examples of STBC 2×2 , the latter being a perfect code. After the constructions, we will present analyzes of these codes in wireless communication systems. We used modulations of different orders M-QAM (M-ary Quadrature Amplitude Modulation) and a specific maximum-likelihood (ML) decoder for each encoding. Code performance analyzes were carried out through computational simulations, in which the Monte Carlo method was used. In these simulations, the Symbol Error Rate (SER) curves are evaluated by the Signal-to-Noise Ratio (SNR). With the results obtained, it was possible to show that the Golden code has a superior performance compared to the Alamouti code, as it requires less energy for transmission.

Keywords: Space-Time Block Code. MIMO Systems. Alamouti Code. Golden Code. Quaternion Algebra.

1. INTRODUÇÃO

A comunicação sem fio é o setor das telecomunicações que se desenvolveu mais rapidamente nos últimos anos. Em 2019, o número de assinantes de telefonia móvel em todo o mundo passou de 8 bilhões (ITU, 2020). Com uma demanda de usuários cada vez maior, novas tecnologias surgem crescentemente, como por exemplo: redes móveis 5G, rodovias e fábricas automatizadas, Internet das Coisas, casas e aparelhos inteligentes. Neste contexto, faz-se necessário projetar sistemas de comunicação que atinjam altas taxas de dados, alta eficiência espectral e de energia, transmissão confiável e sejam capazes de mitigar os efeitos de desvanecimento de multi-percurso, ruído e interferência. Para alcançar esses objetivos, podemos explorar, por exemplo, a diversidade no tempo, na frequência ou no espaço (FALOU, 2003). Sistema MIMO (*Multiple-Input Multiple-Output*) aumenta a capacidade do canal, assim como a taxa de dados e eficiência espectral, pois explora a diversidade espacial pelo uso de múltiplas antenas no transmissor e no receptor. Seu ponto chave é a capacidade de transformar a propagação de multi-percurso, até então um efeito degradante do canal sem fio, em uma vantagem na comunicação (GESBERT, 2003). Estes sistemas foram ganhando espaço desde seus primeiros estudos (CHIURTU, 2001) que mostraram os ganhos de capacidade dos sistemas MIMO. Em 1998 foi formalizado o conceito de códigos espaço-tempo (STC, *Space-Time Codes*) e introduzido os códigos de treliça de espaço-tempo (STTC, *Space-Time Trellis Code*) (TAROKH, 1998). Na mesma época, Alamouti desenvolveu um esquema de transmissão simples e atrativo que alcança a diversidade máxima em sistemas MIMO $2 \times n_r$ (ALAMOUTI, 1998). Para atingir a diversidade máxima em um STTC, é necessário aumentar o número de antenas, o que consequentemente aumenta a complexidade da decodificação (SIBILLE, 2011). Esse esquema foi generalizado para um número arbitrário de antenas de transmissão, dando origem aos códigos de bloco espaço-tempo (STBC, *Space-Time Block Code*) (TAROKH, 1999). A fim de obter códigos capazes de suprir as necessidades do sistema de comunicação sem fio, critérios de *design* se tornam mais rigorosos. Códigos com taxa e diversidade máximas, alta eficiência espectral e energética são requeridos, e assim as álgebras de divisão cíclica rapidamente se tornaram relevantes. Um código que é construído a partir de álgebras cíclicas de divisão e chama atenção pelas suas propriedades é o código de Ouro 2×2 (BELFIORE, 2005), considerado o melhor STBC para sistemas MIMO com duas antenas transmissoras (OUERTANI, 2006). Este código é dito um STBC perfeito, pois é de taxa e diversidade máximas, tem determinante diferente de zero (NVD, *non-vanishing determinant*) e é energeticamente

eficiente (*cubic shaping*). Códigos construídos a partir de estruturas algébricas como teoria algébrica dos números (ANDRADE, 2010) e álgebra dos quatérnios (BENEDITO, 2020) vem ganhando destaque nas últimas décadas por trazer, principalmente eficiência e confiabilidade na transmissão.

O objetivo deste trabalho é apresentar a construção de STBCs via álgebras dos quatérnios, em especial a construção do código de Alamouti e do código de Ouro, sendo este um código perfeito. Comparar o desempenho desses códigos em um canal MIMO 2×2 com desvanecimento Rayleigh quase-estático de frequência plana com ruído aditivo Gaussiano branco (AWGN, *Additive White Gaussian Noise*). Analisar a performance dos códigos através da relação da taxa de erro de símbolo (SER, *Symbol Error Rate*) pela relação sinal-ruído (SNR, *Signal-to-Noise Ratio*) com modulação M-QAM.

2. ESTRUTURAS ALGÉBRICAS

Nesta seção apresentamos os principais conceitos que iremos utilizar no desenvolvimento deste trabalho, para um estudo mais aprofundado ver (ANDRADE, 2010; BENEDITO, 2020; STEWART, 1987). Sejam K e L corpos. Se $K \subseteq L$, é dito que L é uma **extensão de corpos** de K . Uma extensão de corpos finita de Q é chamado de um **corpo de números**. Um corpo de números de grau 2 sobre Q é chamado de um **corpo quadrático**. Seja K um corpo de números. Dizemos que $\theta \in K$ é um número **inteiro algébrico** se θ for uma raiz do polinômio mônico com coeficientes em Z . O conjunto de inteiros algébricos de K é um anel chamado de **anel de inteiros** de K , denotado por $\mathcal{O}_K$.

Exemplo 1: O corpo $K = Q(\sqrt{-1}) = Q(i) = \{a + bi \mid a, b \in Q\}$ é um corpo quadrático pois é uma extensão de grau dois de Q , já que i é solução da equação $x^2 + 1 = 0$. E, $\mathcal{O}_K = Z[i] = \{a + bi \mid a, b \in Z\}$ é o anel dos inteiros de K chamado de anel dos inteiros Gaussianos. Observa-se que a constelação obtida a partir de uma modulação QAM pode ser rotulada a partir de $Z[i] + \frac{1+i}{2}$.

Exemplo 2: O corpo $L = Q(\sqrt{5}) = \{a + b\sqrt{5} \mid a, b \in Q\}$ é um corpo quadrático pois é uma extensão de grau dois de Q , já que $\sqrt{5}$ é solução da equação $x^2 - 5 = 0$. E, o seu anel de inteiros é dado por $\mathcal{O}_K = Z[\frac{1+\sqrt{5}}{2}] = \{a + b\frac{1+\sqrt{5}}{2} \mid a, b \in Z\}$.

Uma **álgebra dos quatérnios** $\mathcal{A} = (a, b)_K$ sobre um corpo de números K é uma álgebra de dimensão 4 sobre K com base $1, i, j, k$ que satisfaz a condição $i^2 = a, j^2 = b, k^2 = -ab$ e $k = ij = -ji$, onde $a, b \in K \setminus \{0\}$. A álgebra dos quatérnios

$\mathcal{H} = (-1, -1)_R$ que satisfaz condição $i^2 = -1$, $j^2 = b$ e $k^2 = -1$, é chamada de **álgebra dos quatérnios de Hamilton**. Os quatérnios de Hamilton podem ser representados pelo conjunto

$$\mathcal{H} = \{x_0 + x_1i + x_2j + x_3k \mid x_0, x_1, x_2, x_3 \in R\}, \quad (1)$$

que possuem uma estrutura de anel com adição e multiplicação bem definidas.

Para um elemento $q = x_0 + x_1i + x_2j + x_3k$ de uma álgebra dos quatérnios $\mathcal{A} = (a, b)_K$, definimos o seu **conjugado** por $\bar{q} = x_0 - x_1i - x_2j - x_3k$, o seu **traço reduzido** por $\text{Trd}(q) = q + \bar{q}$ e sua **norma reduzida** $\text{Nrd}(q) = q\bar{q}$. Uma álgebra dos quatérnios é uma **álgebra de divisão** se, e somente se, $\text{Nrd}(q) = 0$ apenas para $q = 0$.

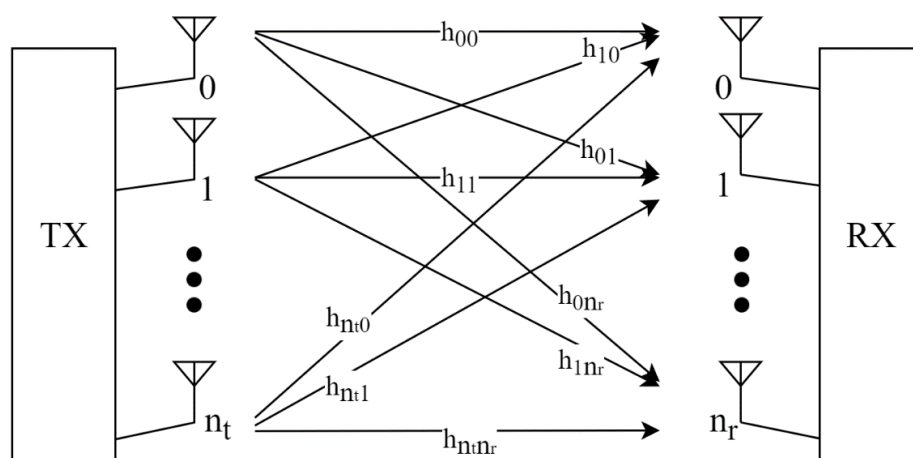
3. SISTEMAS MIMO E CÓDIGOS STBC

MIMO é uma tecnologia que utiliza múltiplas antenas transmissoras e receptoras, que ganhou popularidade rapidamente na última década devido aos seus eficientes recursos de aprimoramento de desempenho (BIGLIERI, 2007). Considere um sistema MIMO com n_t antenas no transmissor e n_r antenas no receptor, conforme a Figura 1, a matriz do sinal recebido é dada por

$$Y_{n_r \times T} = H_{n_r \times n_t} X_{n_t \times T} + Z_{n_r \times T}, \quad (2)$$

em que X é a matriz de símbolos transmitidos, H é a matriz do canal e seus elementos são modelados como uma variável aleatória complexa de média zero e variância unitária, e Z é a matriz do ruído AWGN. Isso para um único bloco de duração T , em que o canal permanece invariante no tempo e vamos assumir que T seja igual ao intervalo de tempo em que os coeficientes de canal são constantes.

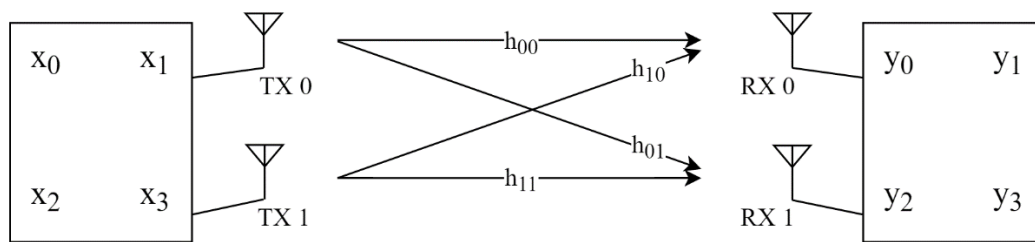
Figura 1 – Esquema sistema MIMO $n_t \times n_r$.



Fonte: Autoria própria.

Considere o exemplo de um caso interessante, em que se tem duas antenas de transmissão e duas de recepção, conforme Figura 2.

Figura 2 – Esquema sistema MIMO $n_t \times n_r$.



Fonte: Autoria própria.

Neste caso, a primeira antena transmite os símbolos x_0 e x_1 e a segunda antena transmite os símbolos x_2 e x_3 . Os símbolos x_0 e x_2 são os primeiros a serem enviados, as duas antenas receptoras recebem os símbolos y_0 e y_2 que são uma combinação dos símbolos enviados pelo transmissor que sofreram os efeitos do canal. O mesmo acontece para os símbolos x_1 e x_3 , produzindo então y_1 e y_3 . A decodificação é feita pelo método de máxima verossimilhança (ML, *Maximum-Likelihood*), onde o receptor escolhe a palavra-código X que minimiza:

$$\min_{X \in \mathcal{C}} \|Y - HX\|^2. \quad (3)$$

O sistema MIMO pode ser usado como técnica de diversidade, fazendo uso de múltiplas antenas de transmissão e de recepção. E, para realizar a transmissão de múltiplas cópias, os códigos de bloco espaço-tempo (STBCs) são utilizados para codificar os símbolos antes de serem transmitidos. Esse tipo de codificação permite que o receptor obtenha o máximo de informação possível dos símbolos recebidos. Os STBCs têm essa nomenclatura pois, para códigos de sistemas MIMO, o espaço e o tempo são realmente codificados, já que várias antenas (devidamente espaçadas) são utilizadas, e os dados são transmitidos em intervalos de tempo diferentes. Em 1998, Siavash M. Alamouti publicava seu artigo "*A Simple Transmit Diversity Technique for Wireless Communications*" (ALAMOUTI, 1998), dando origem a estes códigos. Os STBCs são uma generalização do esquema de Alamouti para uma quantidade arbitrária de antenas e podem atingir a diversidade máxima para um determinado número de antenas de transmissão e recepção. Neste trabalho estamos interessados em construções algébricas de STBCs para sistemas MIMO com duas antenas transmissoras e duas antenas receptoras.

3.1. Código de Alamouti via Álgebra dos Quatérnios de Hamilton

Seja $\mathcal{H} = (-1, -1)_R$ a álgebra dos quatérnios de Hamilton e seja $q = x_0 + x_1i + x_2j + x_3k$ um elemento de $\mathcal{H}$. Podemos escrever q da seguinte forma

$$q = (x_0 + x_1i) + (x_2j + x_3ij) = (x_0 + x_1i) + (x_2j - x_3ji) = (x_0 + x_1i) + j(x_2 - x_3i) = \alpha_q + j\beta_q, \quad (4)$$

em que $\alpha_q = x_0 + x_1i \in \mathcal{C}$ e $\beta_q = x_2 - x_3i \in \mathcal{C}$. Portanto, $\mathcal{H}$ é um espaço vetorial à direita sobre $\mathcal{C}$, o corpo dos números complexos, o que significa que escalares se multiplicam à direita, com base $1, j$ em $\mathcal{C}$ e $q = (\alpha_q, \beta_q)$. O homomorfismo $\varphi: \mathcal{H} \rightarrow M_{\mathcal{C}}(2)$ relaciona um elemento q da álgebra dos quatérnios de Hamilton $\mathcal{H}$ com um elemento de $M_{\mathcal{C}}(2)$ que é o espaço vetorial das matrizes 2×2 com coeficientes em $\mathcal{C}$ e com base: $\varphi(1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\varphi(i) = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$, $\varphi(j) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ e $\varphi(k) = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}$. Dessa forma, temos que

$$q \mapsto \varphi(x_0 + x_1i + x_2j + x_3k) = x_0\varphi(1) + x_1\varphi(i) + x_2\varphi(j) + x_3\varphi(k). \quad (5)$$

E assim,

$$x_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + x_1 \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 + x_1i & -(x_2 + x_3i) \\ x_2 - x_3i & x_0 - x_1i \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Como $\alpha_q = x_0 + x_1i$ e $\beta_q = x_2 - x_3i$, obtemos que o conjunto destas matrizes forma um código STBC 2×2 dado por

$$\mathcal{C} = \left\{ X = \begin{pmatrix} \alpha_q & -\overline{\beta_q} \\ \beta_q & \overline{\alpha_q} \end{pmatrix}; \alpha_q, \beta_q \in \mathcal{C} \right\}, \quad (7)$$

em que estas matrizes correspondem as palavras-código do Código de Alamouti. A diversidade máxima do código de Alamouti derivado da álgebra dos quatérnios de Hamilton é obtida pelo fato de $\mathcal{H}$ ser uma álgebra de divisão. Assim,

$$\det(X) = |\alpha_q|^2 + |\beta_q|^2 = x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = Nrd(q) \neq 0. \quad (8)$$

pois $Nrd(q) = 0$ se, e somente se, $q = 0$.

3.2. STBC 2×2 via Álgebra dos Quatérnios sobre um Corpo de Números

Os códigos STBC são uma generalização dos códigos de Alamouti. Nas construções algébricas de códigos STBC, esta generalização segue de forma análoga. Seja $\mathcal{A} = (a, b)_K$ uma álgebra dos quatérnios sobre um corpo de números K tal que $Nrd(q) \neq 0$ para todo $q \neq 0$, com $q \in \mathcal{A}$. Ou seja, $\mathcal{A}$ é uma álgebra de divisão. Podemos construir códigos de bloco espaço-tempo 2×2 com diversidade máxima considerando um homomorfismo análogo ao apresentado em (5). Logo, o conjunto das matrizes 2×2 com coeficientes em K obtidas a partir de um elemento $\mathcal{A}$ de forma um código STBC 2×2 com palavras-código dadas por

$$\mathcal{C} = \left\{ X = \begin{pmatrix} x_0 + x_1\sqrt{a} & x_2 + x_3\sqrt{a} \\ b(x_2 - x_3\sqrt{a}) & x_0 - x_1\sqrt{a} \end{pmatrix} ; x_0, x_1, x_2, x_3 \in \mathcal{O}_K \right\}, \quad (9)$$

no qual b não é uma norma dos elementos de $\mathcal{O}_K$ e $\det(X) \neq 0$, para todo $X \neq 0$. Usualmente para termos símbolos QAM, utilizamos corpos de números do tipo $K = \mathbb{Q}(i)$ e então o anel dos inteiros sendo $\mathcal{O}_K = \mathbb{Z}[i]$. STBC 2×2 conhecidos que utilizam essa estrutura são o código de Ouro que pode ser gerado pela álgebra dos quatérnios $\mathcal{A} = (5, i)_{\mathbb{Q}(i)}$ (BELFIORE, 2005), e o código de Prata que utiliza a álgebra $\mathcal{A} = (7, i)_{\mathbb{Q}(i)}$ (HOLLANTI, 2008). Neste trabalho estamos interessados no código de Ouro.

Antes de apresentar o código de Ouro e suas propriedades, vamos definir o que é um Código de Bloco Espaço-Tempo STBC perfeito (OGGIER, 2006). Um STBC quadrado de $n_t \times n_t$ é dito **perfeito** se, e somente se, as seguintes condições são satisfeitas:

1. For um código linear de taxa máxima, que utiliza n_t^2 símbolos de informação modulados QAM.
2. O determinante mínimo de um código infinito é diferente de zero, atendendo o critério de posto.
3. Formato de constelação cúbica, assim há uma otimização na eficiência energética.
4. Energia média uniforme transmitida por antena, ou seja, todos os símbolos codificados possuem a mesma energia média.

Para um STBC obtido como em (9) satisfazer as condições de ser perfeito, temos inicialmente que verificar que $\mathcal{C}$ é um código linear se $X_1, X_2 \in \mathcal{C}$ então $X_1 + X_2 \in \mathcal{C}$. O código finito $\mathcal{C}$ é obtido limitando os símbolos de informação $x_0, x_1, x_2, x_3 \in S$, onde assumimos que a constelação de sinais S sendo M -QAM, logo temos um código linear de taxa máxima. A diversidade máxima é obtida se o código possuir a propriedade do determinante diferente de zero (NVD, *Non-Vanishing Determinant*), uma vez que $\det(X) \neq 0$, para todo $X \neq 0$. O determinante da diferença entre duas palavras-código é diferente de zero se

$$|\det(X_1 + X_2)|^2 \neq 0, \forall X_1, X_2 \in \mathcal{C}. \quad (10)$$

Pela linearidade, essa expressão é simplificada para $|\det(X)|^2 \neq 0$, para toda palavra-código $X \in \mathcal{C}$ diferente de zero. Como uma álgebra cíclica de divisão herda um conjunto estruturado de matrizes invertíveis, a diversidade máxima do STBC $\mathcal{C}$ é alcançada. Já o determinante mínimo de um STBC $\mathcal{C}$, que maximiza a vantagem de codificação, é dado por

$$\Delta_{\min}(\mathcal{C}) = \min_{0 \neq X \in \mathcal{C}} |\det(X)|^2. \quad (11)$$

No determinante diferente de zero, temos um limite inferior no determinante mínimo que não depende do tamanho da constelação. A propriedade de informação sem perdas está relacionada com o *shaping*. Códigos lineares associados a uma matriz unitária fornecem informações sem

perdas. O formato da constelação cúbica de um STBC $\mathcal{C}$ construído a partir de uma álgebra de divisão, é uma propriedade obtida aplicando uma matriz unitária em um vetor de valores discretos, podendo ser interpretada como pontos geradores em um reticulado algébrico (OGGIER, 2007). Como estamos utilizando símbolos QAM, obtemos o reticulado cúbico Z^n e, portanto, é energeticamente eficiente.

3.2.1. Código de Ouro

Em (BELFIORE, 2005) os autores mostraram que o código de Ouro é um STBC 2×2 perfeito, pois é um código de taxa e diversidade máximas, tem determinante diferente de zero (NVD) e é energeticamente eficiente (*cubic shaping*). Além disso, o código de ouro é considerado o melhor STBC para sistemas MIMO com duas antenas transmissoras (OUERTANI, 2006). A seguir iremos apresentar uma construção do código de ouro que possui tais características utilizando uma álgebra de divisão dos quatérnios que está relacionada com o número de ouro $\theta = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, por isso o nome código de Ouro. Vamos considerar o corpo de números $L = Q(i, \sqrt{5}) = \{a + b\theta \mid a, b \in Q(i)\}$, como uma extensão quadrática relativa de $K = Q(i)$. O código de Ouro será um STBC 2×2 construído utilizando a álgebra dos quatérnios $\mathcal{A} = (5, i)_K$ sobre $K = Q(i)$.

Uma palavra-código do STBC construído a partir desta álgebra tem a seguinte forma:

$$X = \begin{pmatrix} x_0 + x_1\theta & x_2 + x_3\theta \\ i(x_2 - x_3\theta) & x_0 - x_1\theta \end{pmatrix}, \quad (12)$$

no qual $\theta = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ e $x_0, x_1, x_2, x_3 \in Z[i]$. Tomando $\alpha = 1 + i - i\theta \in \mathcal{O}_L$, obtemos um reticulado com matriz geradora dada por

$$M = \begin{pmatrix} \alpha & \alpha\theta \\ \sigma(\alpha) & \sigma(\alpha\theta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + i(1 - \theta) & \theta - i \\ 1 + i(1 - \bar{\theta}) & \bar{\theta} - i \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Um cálculo direto mostra que $MM^t = 5I_2$. Assim, $\frac{1}{\sqrt{5}}M$ é uma matriz unitária, que irá nos fornecer a propriedade de *shaping*. A palavra-código X pertencente ao código de Ouro tem assim, adicionando a propriedade de *shaping*, a forma:

$$X = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} \alpha(x_0 + x_1\theta) & \alpha(x_2 + x_3\theta) \\ i\sigma(\alpha)(x_2 - x_3\sigma(\theta)) & \sigma(\alpha)(x_0 - x_1\sigma(\theta)) \end{pmatrix}. \quad (14)$$

em que $\theta = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ e x_0, x_1, x_2, x_3 são símbolos QAM. Temos que

$$\det(X) = \frac{1}{2-i} [(x_0^2 + x_0x_1 - x_1^2 - i(x_2^2 + x_2x_3 - x_3^2))] \neq 0, \quad (15)$$

para todo x_0, x_1, x_2, x_3 não todos nulos e $\Delta_{\min}(\mathcal{C}) \geq \min_{0 \neq X \in \mathcal{C}} |\det(X)|^2 = \frac{1}{5}$.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Iremos apresentar a seguir os resultados obtidos das simulações realizadas no *software* MATLAB. Realizamos as simulações do código de Alamouti e do código de Ouro, ambos considerando duas antenas de transmissão e duas de recepção (2×2). O foco das simulações é analisar o desempenho de cada um dos códigos citados através da relação da taxa de erro de símbolo (SER) pela relação sinal ruído (SNR). Além disso, iremos fazer uma comparação entre os dois códigos para analisar desempenho de ambos para modulações M -QAM de ordens diferentes. Para realizar as simulações, foi empregado o método de Monte Carlo que é baseado na seleção de número aleatórios (JACOBONI, 2011). Nesse método, a mesma rotina de caráter aleatório é simulada por um número elevado de vezes com o objetivo de descobrir o comportamento do sistema e assim obter um resultado numérico aproximado, podemos dizer que quanto maior o número de repetições mais preciso será o resultado. As rotinas foram simuladas 10^6 vezes devido a capacidade da memória RAM do computador utilizado, no entanto, para obter curvas mais suaves com menos erros de ponto flutuante, seria necessário aumentar o número de simulações de Monte Carlo. As rotinas do código de Alamouti e do código Ouro geram N símbolos de inteiros (de 1 até $M - 1$) aleatórios uniformemente distribuídos que são modulados utilizando o esquema M -QAM. Estes símbolos modulados são codificados e enviados, passando por um canal de desvanecimento Rayleigh com ruído do tipo AWGN, ambos utilizando números aleatórios normalmente distribuídos. O sinal recebido é demodulado e decodificado por um decodificador de máxima verossimilhança (ML) de força bruta. Em cada simulação foi considerada a energia média da constelação respectiva de cada ordem de modulação M -QAM. De acordo com (KAMALOV, 2016) podemos calcular essa energia para constelações quadradas pela equação a seguir

$$E_{M-QAM} = \frac{(M-1)}{6} d_{min}^2. \quad (16)$$

Para o caso do Código de Alamouti 2×2 , considerando que a distância Euclidiana $d_{min} = 2$, temos a energia média das constelações 4, 16, 64 e 256-QAM apresentadas na Tabela 1. Como temos duas antenas transmissoras, foi utilizado nas simulações o dobro da energia E_{M-QAM} para cada M -QAM.

Tabela 1 – Energia média da constelação M -QAM

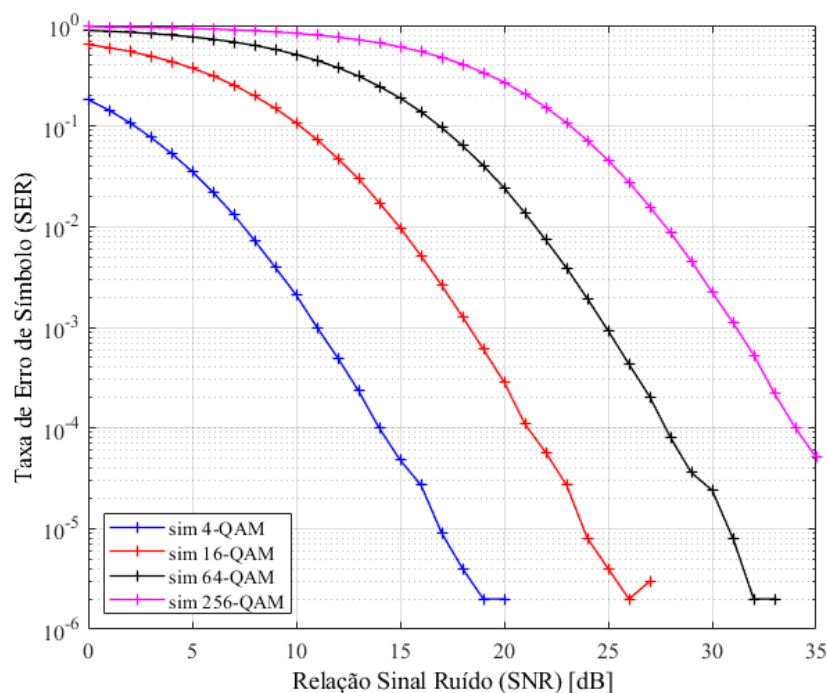
M	E_{M-QAM}
4	2
16	10

64	42
256	170

Fonte: Autoria própria.

A Figura 3 apresenta as curvas da simulação do código de Alamouti 2×2 para 4, 16, 64 e 256-QAM e com uma SNR de 0 a 35 dB. É possível observar que conforme aumentamos a modulação maior é a taxa de erro de símbolo, ou seja, quanto mais aumentamos a ordem da modulação mais energia é necessária para alcançar uma dada SER (MINDAUDU, 2012). Isso se deve ao fato que cada modulação M -QAM tem uma energia média da constelação utilizada para transmissão.

Figura 3 – Simulação da SER do código de Alamouti 2×2 com modulações 4, 16, 64 e 256-QAM.



Fonte: Autoria própria.

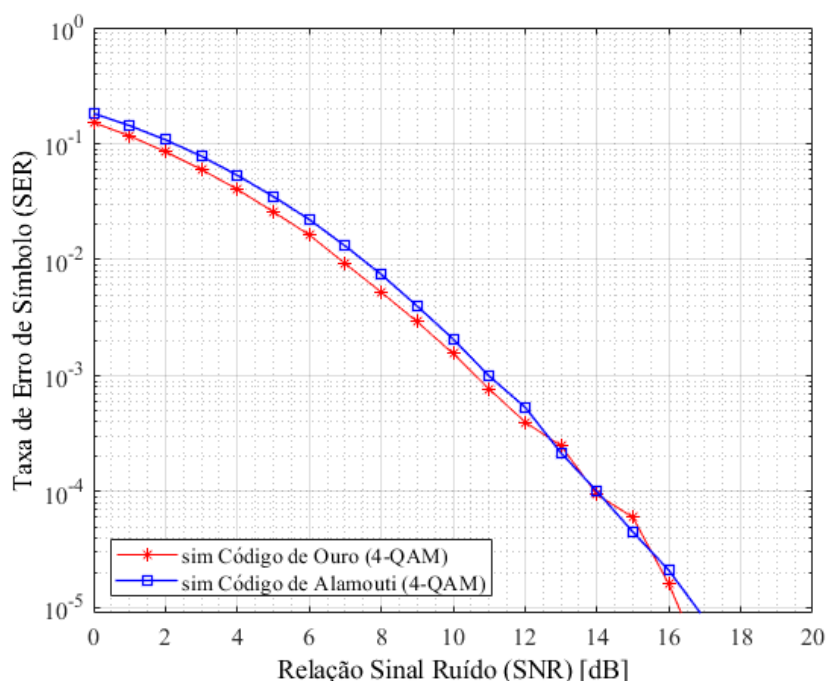
Para o código de Ouro 2×2 realizamos a simulação apenas para a modulação 4-QAM devido à complexidade algébrica associada neste caso. Assim como na simulação anterior, foi considerada a energia média da constelação. Por se tratar de um STBC perfeito e ter uma constelação de formato cúbico, foi considerada a distância Euclidiana $d_{min} = 1$. Então temos a energia média da constelação 4-QAM, calculada utilizando a Equação (16), dada por

$$E_{4-QAM} = \frac{(M-1)}{6} d_{min}^2 = \frac{(4-1)}{6} 1^2 = 0,5.$$

E novamente, por termos duas antenas transmissoras, foi utilizado nas simulações o dobro da energia. A seguir, a Figura 4 apresenta as curvas da simulação do código de Ouro 2×2 em

comparação com o código de Alamouti 2×2 , ambos utilizando a modulação 4-QAM e com uma SNR de 0 a 20 dB.

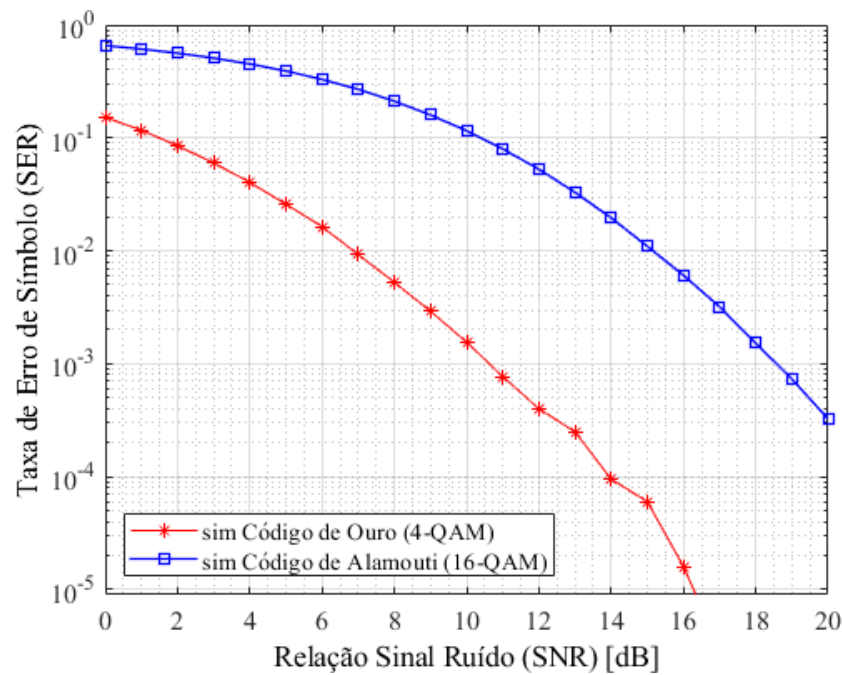
Figura 4 – Simulação da SER do código de Alamouti 2×2 e do código de Ouro 2×2 , ambos com modulação 4-QAM.



Fonte: Autoria própria.

Podemos notar, exclusivamente pelas curvas, que o código de Ouro tem um desempenho levemente superior ao de Alamouti. No entanto, temos que levar em consideração que o código de Ouro consegue esse resultado utilizando apenas $\frac{1}{4}$ da energia média que o Alamouti gasta. O código de Ouro transmite 4 símbolos modulados por 4-QAM, ou seja, cada símbolo envia 2 bits, com um total de 8 bits de informação sendo enviados com apenas $\frac{1}{4}$ da energia média que o Alamouti utiliza para enviar 2 símbolos modulados por 4-QAM, isto é, apenas 4 bits de informação. Com essa análise, vemos que o código de Ouro tem uma performance muito elevada, já que tem o dobro da eficiência espectral com somente $\frac{1}{4}$ da energia média, em relação ao código de Alamouti. Dessa forma, para uma comparação mais justa entre os códigos de Alamouti e de Ouro se faz necessário o uso de modulações de ordem diferente de modo a obter a mesma eficiência espectral para os dois códigos. A Figura 5 apresenta as curvas das simulações do código de Ouro 2×2 com modulação 4-QAM em comparação com o código de Alamouti 2×2 com modulação 16-QAM.

Figura 5 – Simulação da SER do código de Alamouti 2×2 com modulação 16-QAM e do código de Ouro 2×2 com modulação 4-QAM.



Fonte: Autoria própria.

No caso do código de Ouro temos a mesma quantidade de bits sendo enviados com apenas $\frac{1}{20}$ da energia utilizada por Alamouti, ou seja, o esquema de Alamouti necessita de 20 vezes mais energia. Por isso essa diferença nas curvas de desempenho, para uma SER de aproximadamente 10^{-3} , é necessária uma SNR de mais ou menos 11 dB para o código de Ouro, ao mesmo tempo que o código de Alamouti necessita de cerca de 19 dB.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, realizamos um estudo e analisamos o desempenho de códigos de bloco espaço-tempo em canais MIMO 2×2 , com foco especial no código de Alamouti e no código de Ouro construídos utilizando álgebras dos quatérnios. Para analisar o desempenho dos códigos de Alamouti e de Ouro, realizamos simulações computacionais no *software* MATLAB. Nessas simulações, consideramos que o receptor fosse coerente, ou seja, CSI perfeito, em um canal MIMO 2×2 de desvanecimento Rayleigh quase-estático e plano com ruído AWGN. A performance dos códigos foi analisada através das curvas da taxa de erro de símbolo (SER) versus a relação sinal-ruído (SNR) para diferentes ordens de modulação M -QAM. Com os resultados obtidos, podemos concluir que o código de Ouro possui o desempenho superior comparado ao código de Alamouti. Na simulação realizada com modulação 4-QAM, o código de Ouro tem o dobro da eficiência espectral com apenas $\frac{1}{4}$ da energia média de transmissão, em

relação ao código de Alamouti. Isso ocorre pois o código de Alamouti é de meia taxa, diferente do de Ouro que é de taxa máxima, implicando na transmissão de 8 bits de informação para o código de Ouro, enquanto o de Alamouti transmite 4 bits de informação. E na simulação feita com modulações de ordens diferentes, 4-QAM no de Ouro e 16-QAM no de Alamouti, temos a mesma eficiência espectral para ambos. No entanto, o código de Alamouti necessita de 20 vezes da energia utilizada pelo de Ouro para transmitir a mesma quantidade de bits (8 bits). Esses resultados nos mostram que devido ao código de Ouro ser de taxa máxima, ou seja, o número de sinais transmitidos corresponde ao número de símbolos de informação a serem enviados, o que maximiza a taxa de dados, e devido ao seu formato de constelação ser cúbico.

REFERÊNCIAS

- ALAMOUTI, S. M. A simple transmit diversity technique for wireless communications. **IEEE Journal on Selected Areas in Communications**, v. 16, n. 8, p. 1451–1458, 1998.
- ANDRADE, A.A. et al. Constructions of algebraic lattices. Em: **Computational Applied Mathematics**. V. 29(3), pp. 493–505, 2010.
- BENEDITO, C. W. O. et al. Algebraic construction of lattices via maximal quaternion orders, **Journal of Pure and Applied Algebra**, v. 224(5), p.106221-, 2020.
- BELFIORE J.-C.; REKAYA, G.; VITERBO, E. The Golden Code: A 2×2 full-rate space-time code with non-vanishing determinants. **IEEE Transactions on Information Theory**, v. 51, n. 4, p. 1432–1436, 2005.
- BIGLIERI, E. et al. **MIMO Wireless Communications**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2007.
- CHIURTU, N.; RIMOLDI, B.; TELATAR, E. On the capacity of multi-antenna Gaussian channels. **In: Proceedings. 2001 IEEE International Symposium on Information Theory (IEEE Cat. No.01CH37252)**. [S.l.: s.n.], p. 53–, 2001.
- FALOU, A. E. **Analysis and design of space-time block codes for coded MIMO transmissions**. Télécom Bretagne, Université de Bretagne-Sud, 2013.
- GESBERT, D. et al. From theory to practice: an overview of MIMO space-time coded wireless systems. **IEEE Journal on Selected Areas in Communications**, v. 21, n. 3, p. 281–302, 2003.
- HOLLANTI, C. et al. On the algebraic structure of the Silver code: A 2×2 perfect space-time block code. **In: 2008 IEEE Information Theory Workshop**. [S.l.: s.n.], p. 91–94, 2008.
- ITU. World Telecommunication/ICT Indicators Database. International Telecommunication Union. 2020.
- JACOBONI, C.; LUGLI, P. **The Monte Carlo Method for Semiconductor Device Simulation**. [S.l.]: Springer Vienna, 2011. (Computational Microelectronics).

KAMALOV, V. Foreword by Valey Kamalov. In: CHESNOY, J. (Ed.). **Undersea Fiber Communication Systems**. Segunda edição. Academic Press, 2016. p. xxv–xxvi. ISBN 978-0-12-804269-4.

MINDAUDU, A. S.; MIYIM, A. M. BER Performance of MPSK and MQAM in 2×2 Alamouti MIMO Systems. **International Journal of Information Sciences and Techniques (IJIST)**, v. 2, p. 1–10, 2012.

OGGIER, F. et al. Perfect Space Time Block Codes. **IEEE Transactions on Information Theory**, IEEE Press, v. 52, n. 9, 09 2006.

OGGIER, F.; BELFIORE, J.-C.; VITERBO, E. Cyclic Division Algebras: A Tool for Space-Time Coding. **Foundations and Trends in Communications and Information Theory**, Now Publishers, v. 4, n. 1, p. 1–95, 2007.

OUERTANI, R. et al. On the Golden Code Performance for MIMO-HSDPA System. In: **IEEE Vehicular Technology Conference**. [S.l.: s.n.], p. 1–5, 2006.

SIBILLE, A.; OESTGES, C.; ZANELLA, A. **MIMO: From Theory to Implementation**. [S.l.]: Academic Press, 2011.

STEWART, I.; TALL, D. **Algebraic Number Theory**. [S.l.]: Chapman and Hall/CRC, 1987.

TAROKH, V.; JAFARKHANI, H.; CALDERBANK, A. R. Space-time block codes from orthogonal designs. **IEEE Transactions on Information Theory**, v. 45, n. 5, p. 1456–1467, 1999.

TAROKH, V.; SESHADRI, N.; CALDERBANK, R. Space-Time Codes for High Data Rate Wireless Communication: Performance Criterion and Code Construction. **IEEE Transactions on Information Theory**, v. 44, p. 744 – 765, 1998

CAPÍTULO IV

ESTUDO E SIMULAÇÃO DO MODELO DE CANAL DE DESVANECIMENTO FLUCTUATING TWO-RAY

STUDY AND SIMULATION OF THE FLUCTUATING TWO-RAY FADING CHANNEL MODEL

DOI: 10.51859/ampla.tac393.1323-4

Eduardo Gonçalves Gomes ¹
Edgar Eduardo Benitez Olivo ²

¹ Graduado em Engenharia Eletrônica e de Telecomunicações. Faculdade de Engenharia de São João da Boa Vista. Universidade Estadual Paulista – UNESP

² Professor Assistente Doutor da Faculdade de Engenharia de São João da Boa Vista. Universidade Estadual Paulista – UNESP

RESUMO

A busca por taxas de dados mais elevadas, que deem suporte a uma gama vasta de aplicações previstas pelo serviço eMBB (*enhanced Mobile Broadband*) nas redes sem fio de quinta geração e além, tem incentivado o estudo dos fenômenos de propagação de sinais em novas faixas de frequência, tal como na faixa de ondas milimétricas (mmWave), além da faixa abaixo de 6 GHz (sub-6 Hz), que é usada nas redes móveis atuais de terceira e quarta geração. O fenômeno aleatório conhecido como desvanecimento, causado pelas interferências construtivas e destrutivas das réplicas do sinal sem fio, provenientes de múltiplos percursos, é um dos aspectos cruciais a se considerar no projeto e na análise de sistemas de comunicação sem fio, pois seu efeito deletério pode degradar significativamente o desempenho do sistema. A fim de caracterizar adequadamente esse fenômeno em um amplo espectro de frequências de rádio (sub-6GHz e mmWave) e em cenários diversos, com e sem linha de visada, um novo modelo estatístico chamado de *Fluctuating Two-Ray* (FTR) foi recentemente proposto. Trata-se de um modelo generalizado, que inclui também, como casos particulares, modelos clássicos tais como Rayleigh, Rice e Nakagami-*m*, amplamente usados nos sistemas de comunicação existentes, que operam na faixa sub-6 GHz. Este capítulo apresenta o modelo de canal de desvanecimento FTR, para o qual uma rotina de simulação é implementada. A partir dos resultados obtidos, é realizada uma caracterização estatística do modelo. Além disso, o desempenho em termos da probabilidade de *outage* para um sistema de comunicação ponto-a-ponto é avaliado.

Palavras-chave: Canal de desvanecimento. Comunicações mmWave. Fluctuating Two-Ray. Probabilidade de outage

ABSTRACT

The pursuit for higher data rates, which support a wide range of applications foreseen by the enhanced Mobile Broadband (eMBB) service in fifth-generation-and-beyond wireless networks, has motivated the study of signal propagation phenomena in new frequency bands, such as the millimeter wave (mmWave) band, in addition to the sub-6GHz band which is used in current third and fourth generation mobile networks. The random phenomenon known as fading, caused by constructive and destructive interference of the wireless signal replicas coming from multiple paths, is one of the crucial aspects to be considered in the design and analysis of wireless communication systems, as its deleterious effect can degrade the system performance significantly. To properly characterize this phenomenon in a wide range of radio frequencies (sub-6GHz and mmWave) and in different scenarios, with and without line of sight, a new statistical model referred to as Fluctuating Two-Ray (FTR) was recently proposed. It is a generalized fading model, which also includes, as particular cases, classic models such as Rayleigh, Rice and Nakagami-*m*, widely used in existing communication systems which operate in the sub-6 GHz band. This chapter presents the FTR fading channel model, for which a simulation routine is implemented. From the obtained results, a statistical characterization of the model is carried out. Furthermore, the performance in terms of outage probability for a point-to-point communication system is assessed.

Keywords: Fading channel. Fluctuating Two-Ray. mmWave communications. Outage probability.

1. INTRODUÇÃO

Estudos recentes apontam que as tecnologias de redes moveis atuais, de terceira (3G) e quarta geração (4G), não serão capazes de suportar os requisitos de tráfego e conectividade previstos para os próximos anos, no começo desta nova década [1]. Por conta disso, as redes de quinta geração (5G) foram desenvolvidas e estão sendo implantadas ao redor do mundo, visando atender uma necessidade crescente por taxas de dados mais elevadas, suporte a um número elevado de dispositivos conectados, diversidade de novos serviços multimídia e a mudança de escopo nas comunicações, que visa não somente nas comunicações pessoais, mas também na comunicação com objetos e entre objetos [2],[3].

A demanda crescente por taxas de dados mais elevadas impõe a necessidade de uma maior largura de banda em sistemas de comunicação sem fio. Dessa forma, nas redes 5G, considerou-se inicialmente o uso de duas faixas de frequências, mais especificamente, a faixa de 410 MHz a 7,125 GHz, referida como FR1 (*Frequency Range 1*), e a faixa de 24,25 GHz a 52,60 GHz, referida como FR2 (*Frequency Range 2*), que corresponde à faixa de ondas milimétricas [4]. Contudo, a faixa de frequência FR1 encontra-se saturada, apresentando um problema sério de escassez de espectro, já que atualmente é ocupada pela ampla maioria de sistemas de comunicação sem fio em operação, em vista das características desejáveis de propagação, como elevado alcance de transmissão e maior penetração. Em virtude disso, a faixa de frequências FR2, vem sendo considerada no projeto e desenvolvimento das redes 5G, devido à ampla largura de banda disponível nessa faixa de frequência [5].

Por outro lado, estudos mostram que os modelos estatísticos com distribuições de Rayleigh, Rice e Nakagami- m não são suficientes para modelar adequadamente as variações aleatórias sofridas pelo sinal recebido, devidas ao fenômeno de desvanecimento de pequena escala do canal rádio-móvel, na faixa das ondas milimétricas. O modelo *Fluctuating Two-Ray* (FTR), proposto recentemente em [6], mostra que é capaz de oferecer um ajuste mais preciso do que os outros modelos de desvanecimento, para medições empíricas, incluindo cenários com uma componente de linha de visada (LoS, *Line of Sight*) predominante na faixa FR2.

O modelo FTR caracteriza-se por captar uma ampla heterogeneidade de flutuações aleatórias que o sinal pode experimentar em ambientes de propagação com múltiplos percursos. De fato, trata-se de um modelo generalizado, que inclui as distribuições de Rayleigh, Hoyt, Rice e Nakagami- m , como casos particulares [7]. Além disso, as funções de distribuição estatística correspondentes, como a função densidade de probabilidade (PDF, *Probability Density Function*) e função distribuição acumulada (CDF, *Cumulative Distribution Function*),

possuem expressões analíticas em forma fechada, o que facilita a sua implementação e utilização em *softwares* de computação científica como Matlab.

Neste trabalho é caracterizada a distribuição FTR a partir de resultados obtidos por simulação. Essa distribuição tem sua importância pois é capaz de modelar cenários de propagação com linha de visada (LoS) e sem linha de visada (NLoS, *Non Line of Sight*), sendo que o modelo de canal FTR contém componentes especulares flutuantes e de multipercurso. Para tanto, uma rotina de simulação foi implementada em Matlab, para gerar instâncias aleatórias do coeficiente de canal de acordo como o modelo FTR, a partir das quais, caracteriza-se a PDF e a CDF, tanto para o coeficiente de canal quanto para o ganho de canal. Além disso, o desempenho de um sistema de comunicação sem fio ponto-a-ponto sujeito a desvanecimento do tipo FTR é avaliado em termos da probabilidade de *outage*.

2. MODELO DO CANAL FLUCTUATING TWO-RAY

O coeficiente complexo de canal para o desvanecimento do tipo FTR é dado por [6]

$$h = \sqrt{\zeta}V_1\exp(j\phi_1) + \sqrt{\zeta}V_2\exp(j\phi_2) + X + jY, \quad (1)$$

em que V_1 e V_2 são as amplitudes das componentes especulares; ζ é uma variável aleatória com distribuição Gamma de média unitária e parâmetro m , dada por

$$f_{\zeta}(u) = \frac{m^m u^{m-1}}{\Gamma(m)} \exp(-mu), \quad (2)$$

que caracteriza a flutuação dessas componentes; ϕ_1 e ϕ_2 são as fases das componentes especulares, com distribuição uniforme, tal que $\phi_1, \phi_2 \sim \mathcal{U}[0, 2\pi)$; e X e Y são variáveis aleatórias gaussianas de média zero e variância σ^2 , isto é, $X, Y \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$, sendo que $X + jY$ caracteriza a componente difusa do desvanecimento FTR.

O modelo FTR pode ser expresso em função de dois parâmetros, K e Δ , em que $K = (V_1^2 + V_2^2)/(2\sigma^2)$ é a razão entre a potência média das componentes especulares e a potência média da componente difusa de multipercurso e $\Delta = 2V_1V_2/(V_1^2 + V_2^2)$ é um parâmetro que varia entre 0 e 1, representando a similaridade entre as potências médias recebidas nas componentes especulares. Para $\Delta = 1$, tem-se que as duas componentes são de mesma magnitude, enquanto, para $\Delta = 0$, tem-se que alguma das magnitudes é nula ($V_1 = 0$ ou $V_2 = 0$). Além disso, o ganho médio do canal FTR é dado por $\Omega = E[|h|^2] = 2\sigma^2(1 + K)$.

Devido à complexidade do modelo de canal em (1), uma aproximação para a PDF do coeficiente de canal do tipo FTR, $|h|$, foi proposta em [6], dada por

$$f_{|h|}(x) \approx 2x \sum_{i=1}^M \frac{\alpha_i}{2} [\mathcal{G}_m(x^2; \beta_1, K(1 - \delta_i)) + \mathcal{G}_m(x^2; \beta_1, K(1 + \delta_i))], \quad (3)$$

em que

$$\alpha_i = \frac{2(-1)^i}{(2M-1)(2M-1)!(i-1)!} \int_0^{2M-1} \prod_{k=1, k \neq i}^{2M} (u - k + 1) du, \quad (4)$$

$$\beta_1 = \frac{K+1}{\Omega}, \quad (5)$$

$$\delta_i = \Delta \cos\left(\frac{\pi(i-1)}{2M-1}\right), \quad (6)$$

$$\mathcal{G}_m(x; \beta_1, K) = \left(\frac{m}{K+m}\right)^m \beta_1 \exp\left(-\frac{\beta_1 m x}{K+m}\right) \sum_{n=0}^{m-1} \binom{m-1}{n} \left(\frac{K\beta_1 x}{K+m}\right)^n \frac{1}{n!}. \quad (7)$$

Já a CDF de uma variável aleatória com distribuição do tipo FTR pode ser aproximada por

$$F_{|h|}(x) \approx 1 - \sum_{i=1}^M \frac{\alpha_i}{2} [H_m(x^2; \beta_1, K(1 - \delta_i)) + H_m(x^2; \beta_1, K(1 + \delta_i))], \quad (8)$$

em que H_m é dado por

$$H_m = \sum_{n=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{m-n-1} \frac{m^{m-n-1} K^{n+j}}{(m+K)^{m-1+j}} \beta_1^j \times \frac{(m-n-j)^n + j}{(n+j)! j!} \exp\left(-\frac{\beta_1 m x}{m+K}\right) x^j. \quad (9)$$

Usando transformação de variáveis aleatórias, aproximações para a PDF e CDF do ganho de canal, $g = |h|^2$, podem ser obtidas como

$$f_g(x) \approx \sum_{i=1}^M \frac{\alpha_i}{2} [\mathcal{G}_m(x; \beta_1, K(1 - \delta_i)) + \mathcal{G}_m(x; \beta_1, K(1 + \delta_i))], \quad (10)$$

$$F_g(x) \approx 1 - \sum_{i=1}^M \frac{\alpha_i}{2} [H_m(x; \beta_1, K(1 - \delta_i)) + H_m(x; \beta_1, K(1 + \delta_i))], \quad (11)$$

em que $\alpha_i, \beta_1, \delta_i, \mathcal{G}_m(\cdot; \cdot, \cdot)$ e $H_m(\cdot; \cdot, \cdot)$ são dados por (4), (5), (6), (7) e (9), respectivamente.

3. PROBABILIDADE DE OUTAGE

A probabilidade de *outage* para um sistema de comunicação sem fio ponto-a-ponto sujeito a desvanecimento é calculada como [8]

$$P_{out} = \Pr(\gamma < \gamma_{th}), \quad (12)$$

em que $\gamma = \Gamma|h|^2$ é a relação sinal-ruído (SNR) recebida, sendo Γ a SNR transmitida, $|h|^2$ o ganho instantâneo de canal e γ_{th} um limiar alvo de SNR, que define o evento de *outage*.

De (11), uma aproximação para a probabilidade de *outage* de um sistema de comunicação sem fio ponto-a-ponto sob desvanecimento do tipo FTR pode ser expressa como [6]

$$P_{out}(\gamma_{th}) \approx 1 - \sum_{i=1}^M \frac{\alpha_i}{2} \left[H_m(\gamma_{th}; \beta_2, K(1 - \delta_i)) + H_m(\gamma_{th}; \beta_2, K(1 + \delta_i)) \right], \quad (13)$$

em que $\beta_2 = (K + 1)/\bar{\gamma}$, sendo $\bar{\gamma} = E[\gamma]$, e $H_m(\cdot; \cdot, \cdot)$ é dado por (9).

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Utilizando o software de computação científica Matlab, foi elaborada uma rotina de simulação para gerar instâncias do coeficiente de canal $|h|$, a fim de caracterizar a PDF e CDF do desvanecimento do tipo FTR por meio de histogramas, confrontando-os com as curvas analíticas respectivas, dadas em (3) e (8). Depois disso, foram caracterizadas a PDF e CDF do ganho de canal, $g = |h|^2$. Do mesmo modo, os histogramas gerados foram confrontados com as curvas analíticas correspondentes, dadas em (10) e (11). Além disso, caracterizou-se a probabilidade de *outage* para um sistema de comunicação sem fio ponto-a-ponto afetado por desvanecimento FTR.

Primeiramente, variou-se os parâmetros m , K e Δ , a fim de avaliar o comportamento da PDF e da CDF de $|h|$. As Figuras 1 e 2 apresentam a PDF e CDF do coeficiente de canal do tipo FTR, para diferentes valores dos parâmetros do modelo. Na Figura 1(a), note que, para $m = 2$ a PDF apresenta unimodalidade, sendo composta por apenas um ponto de máximo. No entanto, para $m = 30$, observa-se que a PDF apresenta bimodalidade, ou seja, dois máximos, aproximadamente em $|h| \approx 0,5$ e $|h| \approx 1,25$. Além disso, corroborou-se que, para $\Delta \rightarrow 1$ e valores elevados de K , quanto maior for o valor de m , mais prominente será a bimodalidade. Já na Figura 1(b), observe que a variação de K também está atrelada à prominência da bimodalidade da PDF, sendo que, para $K = 30$, é possível observar uma bimodalidade mais acentuada. Na Figura 1(c), a PDF apresenta um comportamento unimodal, para $\Delta = 0,1$, e um comportamento bimodal, para $\Delta = 0,9$. Na Figura 2 são apresentadas as curvas da CDF correspondentes a esses casos.

Figura 1 – PDF do coeficiente de canal FTR para (a) $m = 2$ e $30, K = 30$ e $\Delta = 0,9$; (b) $K = 10$ e $30, m = 20$ e $\Delta = 0,9$; e (c) $\Delta = 0,1$ e $0,9, K = 30$ e $m = 10$.

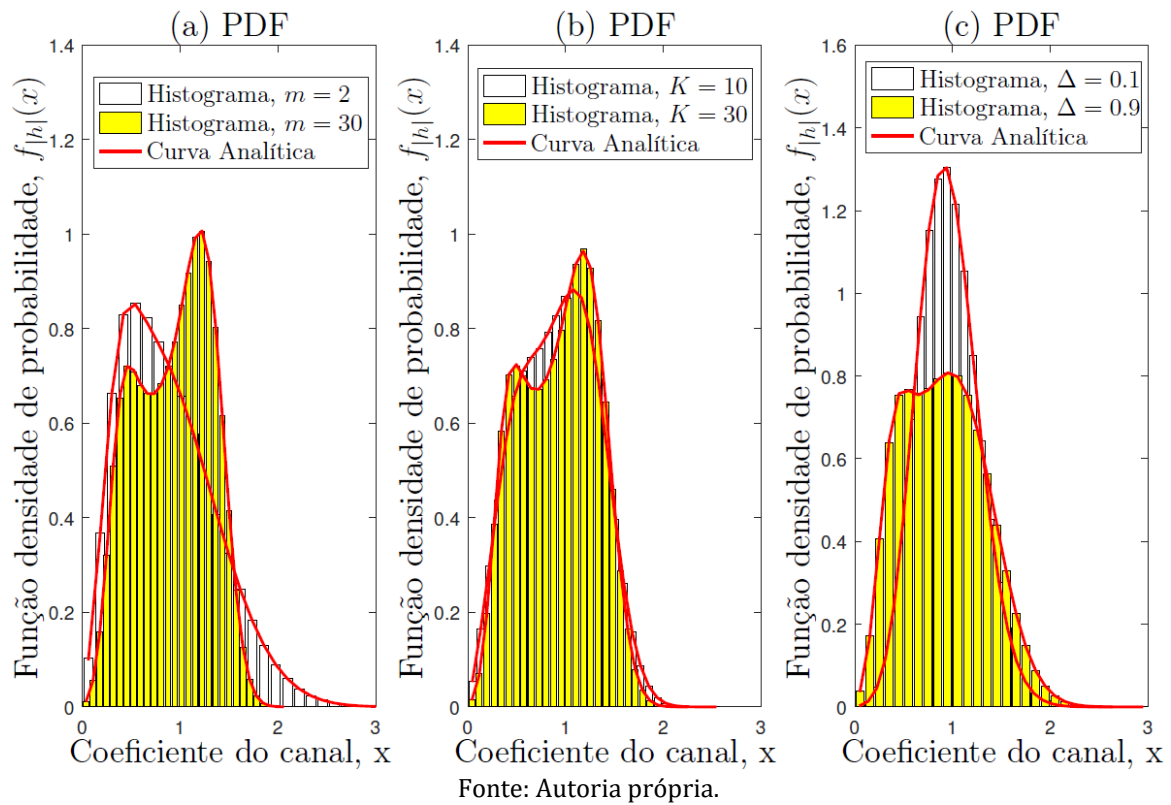
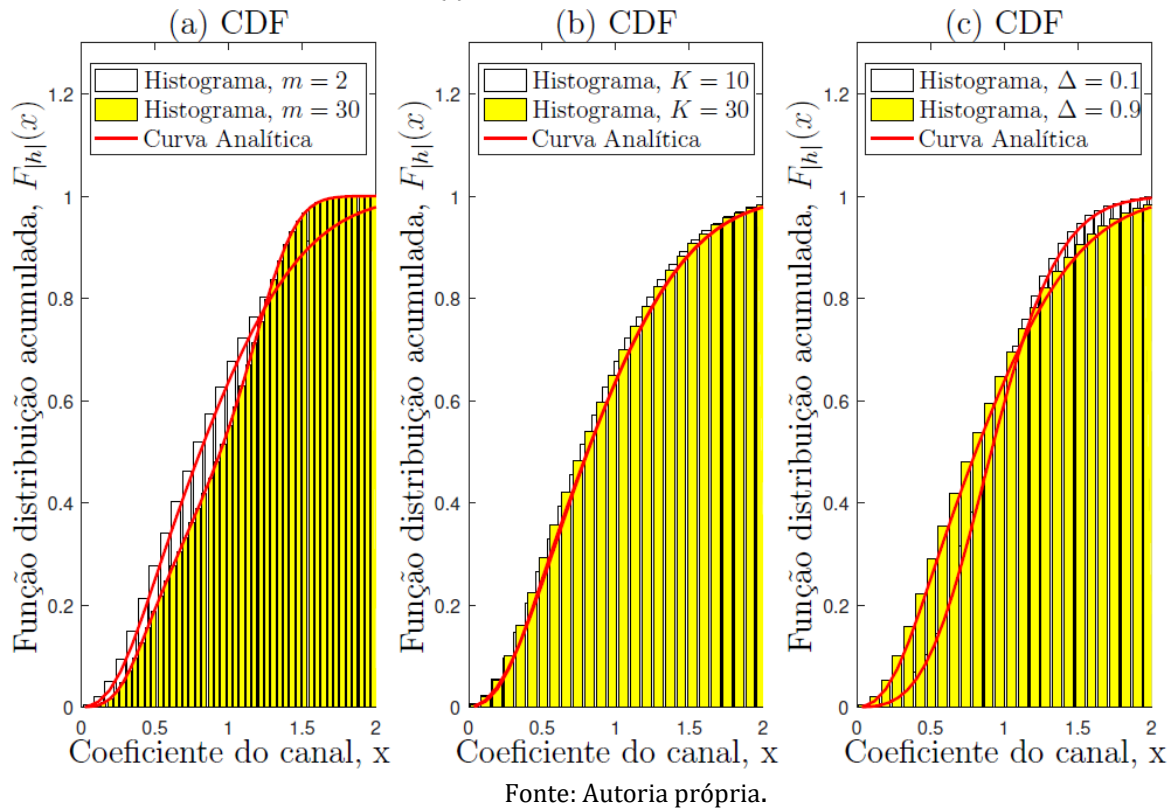


Figura 2 – CDF do coeficiente de canal FTR para (a) $m = 2$ e $30, K = 30$ e $\Delta = 0,9$; (b) $K = 10$ e $30, m = 20$ e $\Delta = 0,9$; e (c) $\Delta = 0,1$ e $0,9, K = 30$ e $m = 10$.



A PDF e CDF do desvanecimento do tipo FTR também foi avaliada em relação ao ganho de canal. Dessa forma, variando os parâmetros do canal, obteve-se os resultados mostrados nas Figuras 3 e 4. Na Figura 3(a) note que, para $m = 2$, a curva não apresenta bimodalidade. Já para $m = 30$, tem-se uma curva bimodal com máximos em $g \approx 0,25$ e $g \approx 1,25$. Na Figura 3(b), observa-se que as curvas são bem próximas, sendo as duas bimodais com seus máximos praticamente nos mesmos pontos, $g \approx 0,25$ e $g \approx 1,25$. Na Figura 3(c), pode-se observar que, para $\Delta = 0,1$, a curva é unimodal; já $\Delta = 0,9$ faz com que a curva se torne bimodal. Na Figura 4 são apresentadas as curvas correspondentes da CDF.

Figura 3 – PDF do ganho de canal FTR para (a) $m = 2$ e 30 , $K = 30$ e $\Delta = 0,9$; (b) $K = 10$ e 30 , $m = 20$ e $\Delta = 0,9$; e (c) $\Delta = 0,1$ e $0,9$, $K = 30$ e $m = 10$.

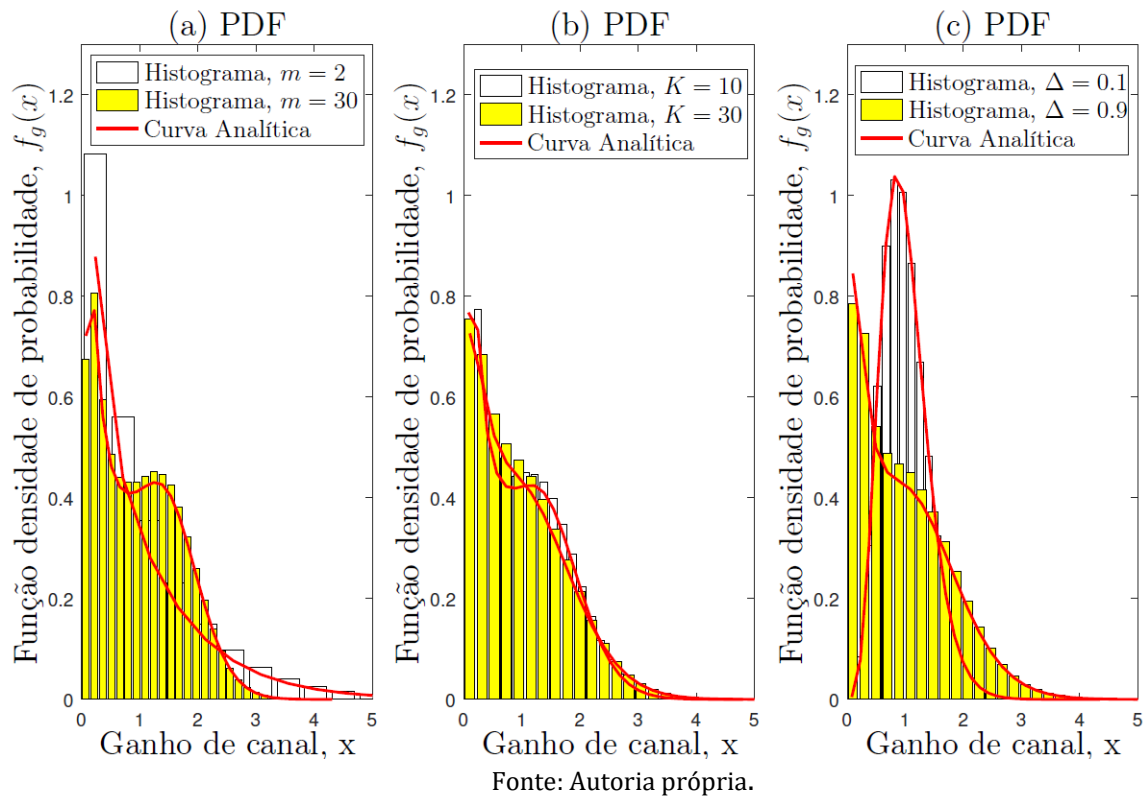
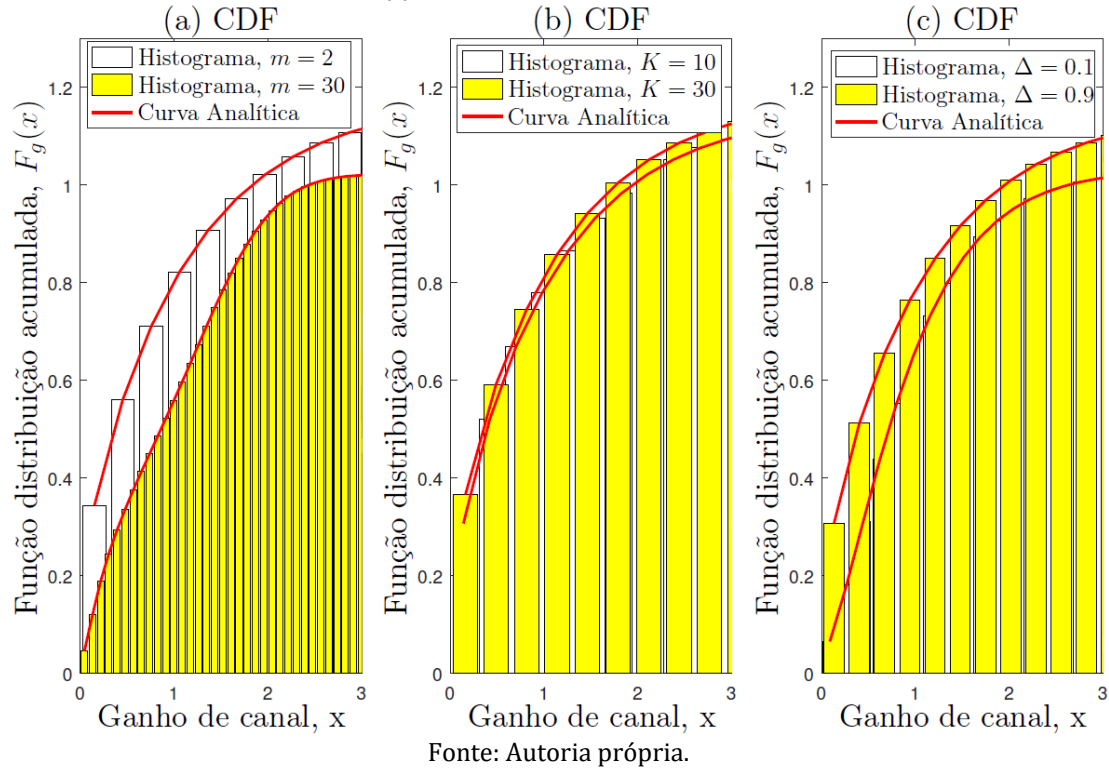
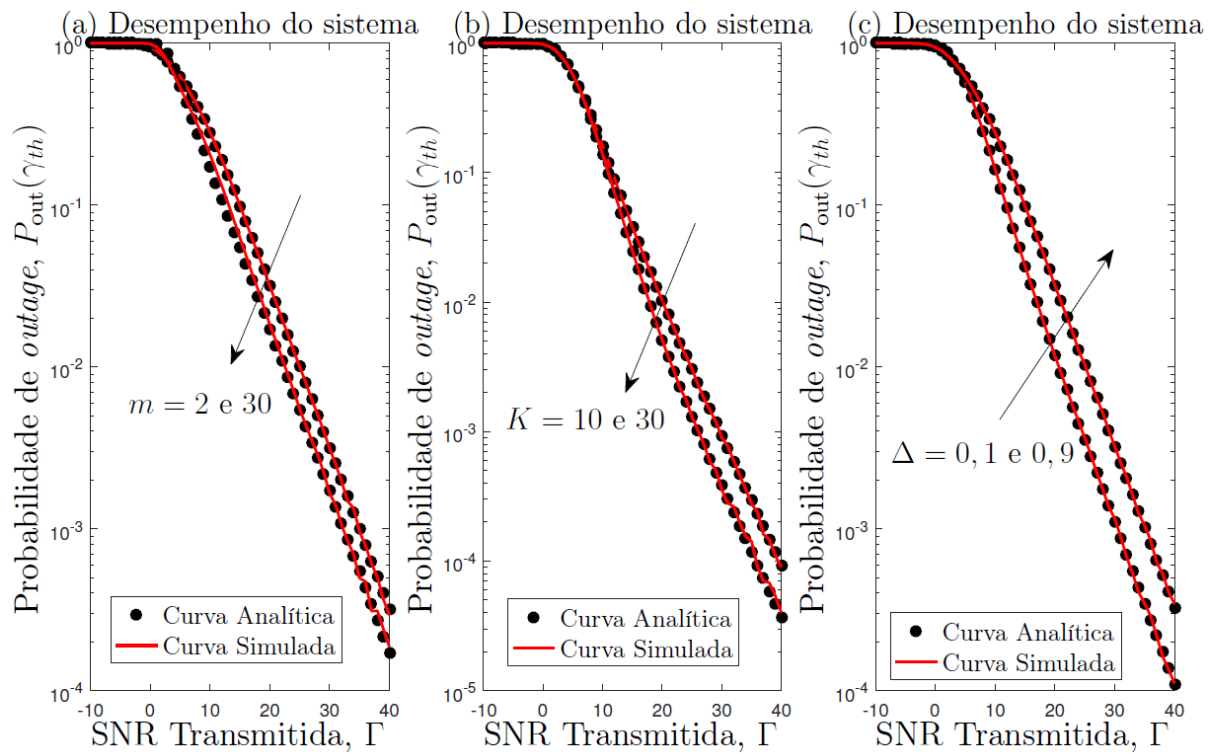


Figura 4 – CDF do ganho de canal FTR para (a) $m = 2$ e 30 , $K = 30$ e $\Delta = 0,9$; (b) $K = 10$ e 30 , $m = 20$ e $\Delta = 0,9$; e (c) $\Delta = 0,1$ e $0,9$, $K = 30$ e $m = 10$.



Os resultados obtidos nas simulações para a probabilidade de outage são apresentados na Figura 5. Na Figura 5(a), observe que conforme o valor de m aumenta, o desempenho do sistema melhora, devido ao fato de que m está atrelado ao grau de flutuação das componentes especulares, ao passo que quanto maior o valor de m , menos acentuadas são essas flutuações. Já na Figura 5(b), observe que conforme o valor de K aumenta, o desempenho do sistema melhora, quando considerado um valor dado de SNR transmitida. Na Figura 5(c), note que, conforme o valor de Δ aumenta, o desempenho do sistema é deteriorado. Neste caso, uma vez que as componentes especulares apresentam potência similar ($\Delta \rightarrow 1$) e dominam o efeito de desvanecimento sobre a componente difusa ($K = 30$), tem-se um efeito destrutivo similar àquele visto no modelo clássico de dois raios quando transmissor e receptor estão suficientemente afastados.

Figura 5 – Probabilidade de outage vs. SNR transmitida, considerando (a) $m = 2$ e 30 , $K = 30$ e $\Delta = 0,9$; (b) $K = 10$ e 30 , $m = 20$ e $\Delta = 0,9$; e (c) $\Delta = 0,1$ e $0,9$, $K = 30$ e $m = 10$.



Fonte: Autoria própria.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desvanecimento do tipo FTR, por possuir maior complexidade, é caracterizado em função de três parâmetros, a saber: m , K e Δ . Dessa forma, concluiu-se que, quanto maior for o valor do parâmetro m , mais acentuada será a bimodalidade da PDF, e menos acentuadas serão as flutuações sofridas pelo sinal. Logo, em termos do desempenho do sistema, quanto maior m , menos severo será o canal e, portanto, melhor será o desempenho do sistema. Em relação ao parâmetro K , quanto maior o valor de K , mais acentuada será a bimodalidade da PDF, refletindo-se em uma melhora do desempenho do sistema em relação a probabilidade de outage. Para o parâmetro Δ , nota-se que, conforme Δ aumenta, a probabilidade de outage também aumenta. Conclui-se também que, para $\Delta \rightarrow 1$ e valores elevados de K , a bimodalidade do modelo é acentuada, sendo que esse efeito é atenuado ao se diminuir o valor do parâmetro m . Em termos do desempenho de outage de um sistema de comunicação sem fio ponto-a-ponto, constatou-se que, conforme os valores dos parâmetros m e K aumentam, melhor é o desempenho do sistema. Por outro lado, quanto maior o valor do parâmetro Δ , o desempenho do sistema é degradado.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro concedido pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), Processo N° 2019/19935-6.

REFERÊNCIAS

“Cisco visual networking index: Global mobile data traffic forecast update, 2017-2022,” White Paper, Cisco, Feb. 2019. [Online]. Available: www.cisco.com.

M. Shafi *et al.*, “5G: A tutorial overview of standards, trials, challenges, deployment, and practice,” *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 35, no. 6, pp. 1201-1221, Jun. 2017.

M. Agiwal, A. Roy, and N. Saxena, “Next generation 5G wireless networks: A comprehensive survey,” *IEEE Communications Surveys and Tutorials*, vol. 18, no. 3, pp. 1617-1655, Thirdquarter 2016.

T. S. Rappaport *et al.*, “Overview of millimeter wave communications for fifth generation (5G) wireless networks—with a focus on propagation models,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 65, no. 12, pp. 6213-6230, Dec. 2017.

M. R. Akdeniz *et al.*, “Millimeter wave channel modeling and cellular capacity evaluation,” *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 32, no. 6, pp. 1164–1179, Jun. 2014.

J. M. Romero-Jerez, F. J. Lopez-Martinez, J. F. Paris, and A. J. Goldsmith, “The fluctuating two-ray fading model: Statistical characterization and performance analysis,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 16, no. 7, pp. 4420- 4432, Jul. 2017.

M. K. Simon and M.-S. Alouini, *Digital Communication Over Fading Channels*, 2nd ed. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2005.

A. Goldsmith, *Wireless Communications*. Cambridge: Cambridge University Press, 2005

CAPÍTULO V

ANÁLISE DE GEOMETRIAS DISTRIBUÍDAS DE DISPOSITIVOS DE MICROONDAS POR EQUIVALENTES EM CIRCUITOS ELÉTRICOS

DISTRIBUTED GEOMETRY ANALYSIS OF MICROWAVE DEVICES EQUIVALENTS IN ELECTRIC CIRCUITS

DOI: 10.51859/ampla.tac393.1323-5

Helton Silva Bernardo ¹

Elias Marques Ferreira de Oliveira ²

Rafael Abrantes Penchel ³

¹ Mestrando em Engenharia Elétrica, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia São João da Boa Vista, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Unesp

² Professor da Unidade Acadêmica de Cabo de Santo Agostinho, Universidade Federal Rural de Pernambuco

³ Professor do Departamento de Engenharia de Telecomunicação da Faculdade de Engenharia de São João da Boa Vista, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Unesp

RESUMO

Com a constante evolução tecnológica, novos dispositivos de microondas vêm ganhando espaço pela inovação e aplicabilidade. Estes dispositivos demandam de análises sofisticadas e precisam em parâmetros distribuídos, simplificá-los para redes elétricas por circuitos equivalentes é uma das técnicas que objetiva este trabalho. Assim, o objetivo deste capítulo é realizar uma revisão sobre as principais geometrias encontradas na literatura, introduzir seu comportamento reativo, projetá-las demonstrando os parâmetros utilizados e verificar o comportamento eletromagnético através de simulações computacional. A metodologia consistiu na busca extensa bibliográfica por geometrias e seus equivalentes elétricos, cálculos de projetos e implementação computacional para obtenção da resposta em frequência.

Palavras-chave: Geometrias distribuídas. Equivalentes elétricos. Dispositivos em microondas.

ABSTRACT

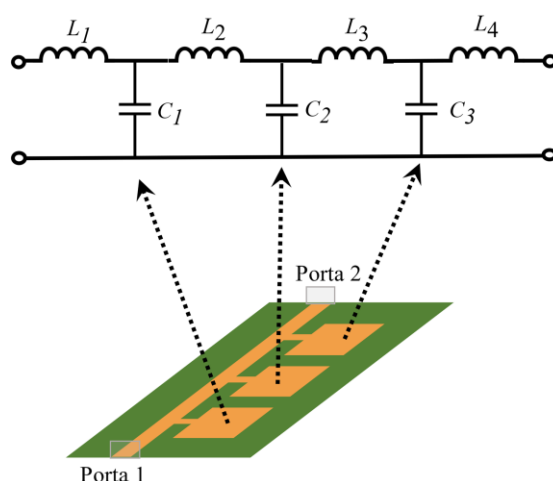
With constant technological evolution, new microwave devices have been gaining ground due to their innovation and applicability. These devices demand sophisticated analyzes and need distributed parameters, simplifying them for electrical networks by equivalent circuits is one of the techniques that this work aims. So, the objective of this chapter is to carry out a review of the main geometries found in the literature, to introduce their reactive behavior, design them demonstrating the parameters used and verify the electromagnetic behavior through computational simulations. The methodology consisted of an extensive bibliographical search for geometries and their electrical equivalents, project calculations and computational implementation to obtain the frequency response.

Keywords: Distributed geometries. Electrical equivalents. Microwave Device

1. INTRODUÇÃO

Os circuitos integrados de microondas monolíticos (MMCI, *Monolithic Microwave Circuit Integrated*) têm tido avanços nas últimas décadas, com larga aplicação de dispositivos capazes de operar na faixa das chamadas *frequências de microondas*: 300 MHz a 300 GHz (ROBERTSON; LUCYSZYN, 2001). Estes dispositivos têm ampla funcionalidade no mercado industrial e tecnológico desde aplicações em amplificadores de potência, de baixo ruído, misturadores de sinais (*mixers*) e circuitos chaveadores (*switchers*) em alta frequência; além disso estes circuitos possuem ampla faixa de aplicação, tais como: sistemas de radares automotivos e aeroradares, GPS, WLAN e redes sem fios com banda de licenciamento em espectro restrito para (ISM, *Industry, Scientific and Medical applications*) além de aparelhos telefone-celulares e equipamentos eletrônicos de fácil implementação e portabilidade (MARSH, 2006) são desejáveis dispositivos miniaturizados predominantemente adaptáveis aos circuitos integrados (IC, *Integrated Circuit*) e aos sistemas em chips (SoC, *System-on-Chips*) para compactar e diminuir a área elétrica efetiva em um único substrato permitindo a integração de um maior número de dispositivos (analógicos-radiofrequência e digitais) em operação quanto em ondas milimétricas 30 GHz a 300 GHz (XIAO *et al.*, 2017) que precisam de circuitos de micro-ondas cada vez mais precisos e pequenos para a comunicação sem fio permitindo alta taxas de transmissão de dados em frequências maiores (CHONG *et al.*, 2007). A Fig. 1 exibe um exemplo de filtro planar periódico em elementos reativos distribuídos composto pelo material dielétrico em verde escuro e o condutor em laranja-dourado.

Figura 1 – Representação de um filtro planar por circuitos elétricos.



Fonte: Autoria própria.

Em teoria e *design* de filtros de microondas, elementos concentrados (*lumped elements*) como capacitores e indutores representam fatores de interesse para os diferentes métodos de

síntese de filtros (como da imagem e o de perdas por inserção) (POZAR, 2011). Neste processo, as energias armazenadas dos campos elétricos e magnéticos proporcionam um efeito indutivo associado à linha de transmissão interligada entre duas portas e o capacitivo associado às estruturas retangulares (filtro) – estes efeitos juntos impactam nas frequências de ressonâncias do filtro, na resposta em frequência.

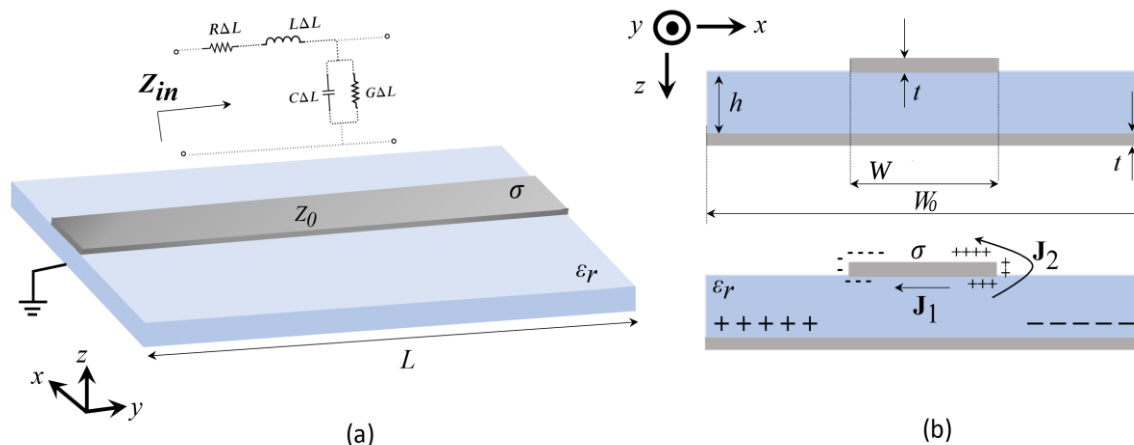
O objetivo deste capítulo é mostrar uma breve revisão de geometrias planares distribuídas presentes na literatura com comportamentos característicos possíveis de se modelar em circuitos elétricos de parâmetros concentrados. Além disso, realizar uma breve análise sobre o comportamento eletromagnético de algumas estruturas simples e convencionais selecionadas, isto é: uma espira planar de base retangular, capacitores de base retangular e um capacitor interdigital. A partir disso é possível demonstrar os cálculos para os parâmetros de projetos e elaboração de cada estrutura bem como os efeitos simulados com as avaliações e discussões esperadas – comparando-se com o resultado teórico.

2. LINHA DE TRANSMISSÃO EM MICROFITA

Uma linha de transmissão (LT) pode ser projetada em diferentes estruturas eletromagnéticas: desde um cabo coaxial, *stripline*, guia de onda coplanar (CPW, *Coplanar Waveguide*) e a microfita (*microstrip line*). Em particular, este trabalho abordará as análises em microfita (por ser economicamente acessível e de fácil fabricação). Estritamente, o modo de operação TEM (Transverso Eletro-Magnético) requer que a parte metálica das linhas sejam condutores elétricos perfeitos (PEC, *Perfect Conductor*). Porém, na prática, o melhor material metálico possui condutividade finita, bem como o dielétrico que possui perdas, o modo de operação para microfita é o *quasi*-TEM, isto é, quase Transverso Eletro-Magnético (HSIEH; CHANG, 2019). Nestas condições, as componentes longitudinais de campos elétrico e magnético são muito pequenas quando comparadas com as componentes transversais (PENNOCK; SHEPHERD, 1998).

Para tratar-se das diversas situações de alta ordem para as n ressonâncias na resposta em frequência, utiliza-se o modo de operação mais aproximado nestas linhas que é o TM (Transverso-Magnético, $H_z = 0$). Esta discussão é importante, pois permite introduzir as explicações para as distribuições de campo na própria linha de transmissão. Na representação da Fig. 2(a), uma linha de transmissão em microfita, cuja constante dielétrica ϵ_r , comprimento L , largura W e altura h , material condutor de condutividade σ , comprimento L , largura w , impedância característica Z_0 e espessura t , tendo o plano terra com a mesma espessura.

Figura 2 – Estrutura típica para linha de transmissão em microfita.



Neste sentido, uma onda de tensão que se propaga pelo condutor produz efeitos elétricos indutivos e/ou capacitivos distribuídos além das perdas de condução. Este sistema pode ser modelado por elementos distribuídos (de circuitos elétricos) como conjunto de indutância por unidade de comprimento, capacitância por unidade de comprimento e resistências e condutâncias por unidade de comprimento, refletindo em uma modelagem de um trecho infinitesimal da linha cuja impedância de entrada é Z_{in} , isto é interessante pois auxilia na determinação das equações de projetos, além de proporcionar parâmetros de controles sobre estruturas não convencionais na elaboração de projetos.

Nas representações da Fig. 2(b) são vistas: a estrutura lateral parametrizadas e a distribuição de cargas elétricas sobre o dielétrico e o condutor (BALANIS, 2016). Note-se que as cargas elétricas, na operação destes modos, produz cargas estáticas em sinais opostas nas extremidades do substrato (dielétrico) nas proximidades do plano de terra, em contrapartida, na fita, as cargas com sinais opostos também surgem nas extremidades da superfície condutora alternando-se em uma dinâmica ressonante: ora positiva, ora negativa – isto resulta em uma onda de corrente elétrica viajando na direção propagante e, portanto, uma quantidade de corrente sobre a superfície, sendo representada por uma densidade de corrente superficial, J_1 , convencionado pela ilustração Fig. 2(b). Estas cargas positivas “parecem” então fluir para a parte superior da linha enquanto as cargas negativas fluem para a parte inferior, esquematizado pela densidade de corrente superficial J_2 , em movimento periódico-cíclico com frequência determinada pelo modo fundamental TM_{nm}^z . Estas cargas produzem inicialmente campo elétrico no interior do substrato. A quantidade de linhas de campo é determinada pela permissividade elétrica efetiva ou constante dielétrica efetiva (esta contabiliza a distribuição do campo elétrico no dielétrico e no ar) ϵ_{eff} que é calculada pela relação entre a capacitância

externa entre a interface ar-dielétrico C_a e a capacitância interna da dielétrica C_d (HONG; LANCASTER, 2001), de acordo com a equação (1):

$$\varepsilon_{eff} = \frac{C_d}{C_a}, \quad (1)$$

A eq. (1) é uma forma genérica de definir a medida de permissividade elétrica, esta portanto não contempla características geométricas e estruturais da linha de transmissão. Desta forma, considerando a linha em microfita e a constante relativa ε_r relacionada ao material dielétrico, pode-se equacionar em (2) para o caso $W/h \geq 1$:

$$\varepsilon_{eff} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \left(1 + \frac{12h}{W} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2)$$

A impedância característica da linha representada por Z_0 , como expressa pela Fig. 2(a) é calculada pela eq. (3):

$$Z_0 = \begin{cases} \frac{\eta}{2\pi\sqrt{\varepsilon_{eff}}} \ln\left(\frac{8h}{W} + 0,25\frac{W}{h}\right), & W/h \leq 1, \\ \frac{\eta}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}} \left[\frac{W}{h} + 1,393 + 0,677 \ln\left(\frac{W}{h} + 1,444\right) \right]^{-1}, & W/h \geq 1. \end{cases} \quad (3)$$

Onde, η é a impedância intrínseca no espaço livre ($120\pi \Omega$), h é altura W é a largura da fita e W_0 é a largura do substrato. O comprimento de onda guiado λ_g na LT é calculado em termos: do comprimento de onda no espaço livre λ_0 e da constante dielétrica efetiva ε_r , conforme a eq. (4):

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}}, \quad (4)$$

e assim, é possível determinar outras características da onda guiada no interior da linha de transmissão a partir dos parâmetros introduzidos.

3. ESTRUTURAS TÍPICAS E SEUS EQUIVALENTES ELÉTRICOS

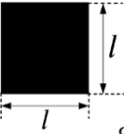
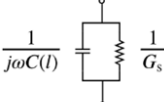
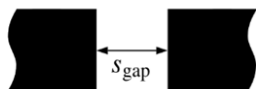
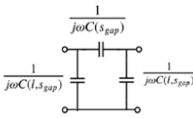
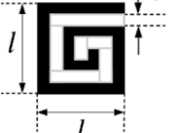
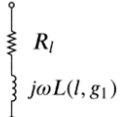
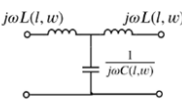
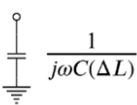
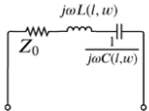
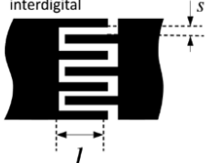
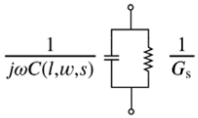
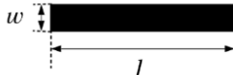
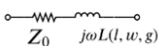
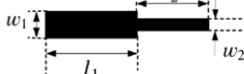
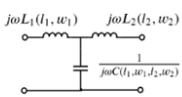
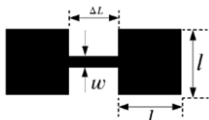
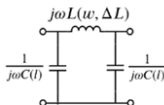
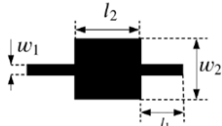
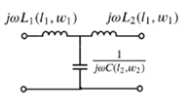
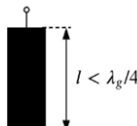
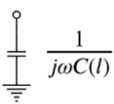
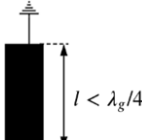
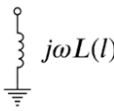
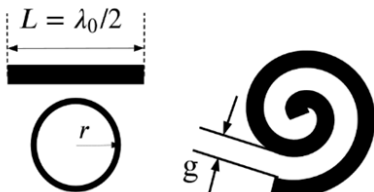
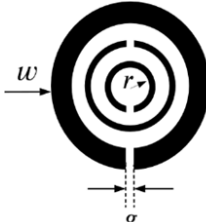
Algumas estruturas típicas utilizadas em circuitos MMCI em altas frequências são bastante conhecidas, em virtude dos efeitos reativos bem definidos que apresentam na resposta em frequência quando implementadas aos sistemas integrados de radiofrequência em operação. Por exemplo, um capacitor pode ser modelado como estrutura de base quadrada com largura e comprimento L , demonstrando um efeito predominante capacitivo e uma condutância associada às perdas gerais. Deste dispositivo possui aplicações em alguns sistemas compactos, de baixo custo e fácil implementação como sistemas de geolocalização por dispositivo móvel celular (GMS, *global system for mobile*), (WCDMA, *Wireless Code Division Multiple-Access*) voltados aos desenvolvimento de redes sem fio para cobertura de determinadas áreas com

determinada banda de operação no espectro comercial (DANAEIAN; ZAREZADEH; GHAYOUMI-ZADEH, 2018) como apresenta-se na Fig. 3.

Já um indutor espiral retangular tende proporcionar efeito predominante indutivo pela matriz de reatância, possuindo além disso, uma resistência associada às perdas condutivas e dielétricas. Estes dispositivos também têm aplicabilidades em circuitos MMCI integrados, por exemplos, osciladores locais que precisam emitir um sinal senoidal gerado a partir de uma entrada DC, em *mixers*, em circuitos RFID que permitem identificar/modular ou demodular frequências em *bits* pelo etiquetamento de *chipless* em multiressonadores (ZITO; SILVA; OLIVEIRA, 2021), osciladores controlados por tensão (VCO, *Voltage Controlled Oscillators*) com altos fatores de qualidades (AZIZOLLAH-GANJI; KHEIRY, 2018).

O conjunto de espiras indutivas produzem pela modelagem dos circuitos elétricos uma autoindutância controlada pelo *espaçamento* s em decorrência do acoplamento magnético das contribuições indutivas individuais de cada espiral e, assim, além destes exemplos existem muitas outras geometrias e formas de atribuir ao circuito planar um efeito predominante característico. Muitas destas geometrias são utilizadas em filtros para adição de polos e zeros, resultando no aumento ou redução da complexidade da natureza do mesmo. Após a modelagem, os circuitos de parâmetros concentrados obedecem às leis de malhas e nós da teoria de circuito convencional, por esta razão estando com parâmetros distribuídos o problema consiste em não mais determinar tensões e correntes fixas V_0 e I_0 , mas sim, ondas de tensões e correntes variantes com a fase θ , frequência angular ω e a posição $V(z, \omega, \theta)$ e $I(z, \omega, \theta)$.

Na Fig. 3 é apresentado um conjunto compilado de geometrias planares que proporcionam de acordo com a necessidade e peculiaridade do circuito planar, modelagens de circuitos elétricos em parâmetros concentrados relacionados aos efeitos de cada geometria. Além disso, são destacados alguns ressonadores mais utilizados com *lumped elements* (HSIEH E CHANG, 2002) no processo de modelagem de filtros analógicos de micro-ondas associados afrações de comprimentos de onda guiado da linha, são apresentados estruturas elípticas, fractais, espirais circulares, dentre outros.

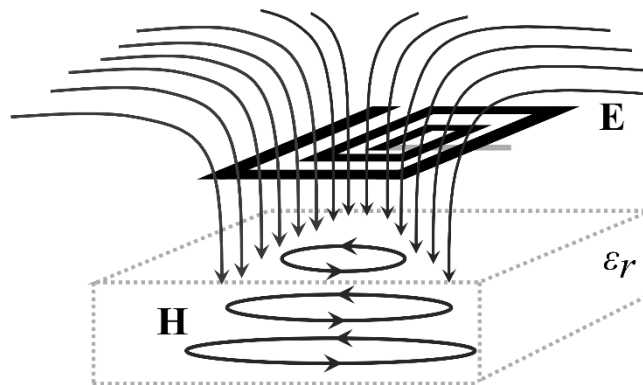
Elementos distribuídos equivalentes	Circuito elétrico associado	Elementos distribuídos equivalentes	Circuito elétrico associado
			
			
			
			
		Ressonadores típicos mais usados para frações de comprimento de onda	
			
			
			
			
		 $L = \lambda_0/2$ $r = \lambda_g/2\pi$ Espiral circular	
		 $r = \lambda_g/2\pi$ Elíptico	
		 $l = \lambda_g/2$ Fractal	

Em particular, este trabalho visa analisar o comportamento eletromagnético de: um indutor espiral de base quadrada, um capacitor convencional de base quadrada, uma linha retangular e um capacitor interdigital com N *fingers* (dedos).

4. COMPORTAMENTO INDUTIVO DE UMA ESTRUTURA ESPIRAL RETANGULAR

Em uma estrutura espiral retangular metálica com N voltas sobre um substrato dielétrico ϵ_r , o campo elétrico expresso pela componente vetorial $\mathbf{E}$ é divergente e o fluxo elétrico (quantidades de linhas que perpassa por pela área transversal da base retangular) é na direção normal ao plano do substrato, “entrando” e “saindo” da espira. Em contrapartida o campo magnético $\mathbf{H}$ é rotacional e perpendicular à direção normal do substrato, como ilustra a Fig. 4 pela dinâmica da distribuição de campo no indutor típico (CHEN, 2006):

Figura 4 – Distribuição de campo elétrico e magnético de um indutor.



Fonte: Autoria própria

O metal impresso no dielétrico permite a passagem da corrente superficial ao longo da linha, pela superfície normal ao campo elétrico como descrito, têm-se por consequência correntes parasitas no interior do substrato ao passo em que as componentes de campo elétrico se propagam no meio dielétrico, estas correntes parasitas percorrem o caminho fechado conservativo pela indução das linhas de campo magnético, e assim, o comportamento indutivo predomina na estrutura típica (AZIZOLLAH-GANJI; KHEIRY, 2018) (CHEN, 2006). A indutância resultante L_{ind} deste fenômeno é fortemente dependente da geometria (HONG; LANCASTER, 2001) e as perdas em decorrência das conduções podem ser representadas em uma resistência R_{ind} , de tal maneira que permite escrever a eq. 5 e eq. 6:

$$L_{ind} = 2 \cdot 10^{-4} l \left[\ln \left(\frac{l}{w_{ind} + t} \right) + 1,193 + 0,2235 \left(\frac{w_{ind} + t}{l} \right) \right] \left[0,57 - 0,145 \ln \left(\frac{w_{ind}}{h} \right) \right], \quad (5)$$

$$R_{ind} = \frac{R_s l}{2(w_{ind} + t)} \left[1,4 + 0,217 \ln \left(\frac{w_{ind}}{5t} \right) \right], \quad 5 < w_{ind}/t < 100. \quad (6)$$

onde, l , w_{ind} e R_s são o comprimento médio da espira (em μm), largura da base retangular do indutor e a resistência superficial condutiva associada à σ , respectivamente. É importante ressaltar que o comportamento indutivo está relacionado as chamadas matrizes de reatâncias X_{11} e X_{12} . Para este trabalho, o parâmetro de referência é a reatância de reflexão $X_{11} = \omega L_{11}$. A

resistência do indutor não é necessariamente a resistência de reflexão, no entanto, o interesse é mostrar o casamento bem definido e uma ressonância próxima a projetada. Na construção destas estruturas, é importante demonstrar o fator de qualidade relacionado à energia armazenada nos campos elétrico e magnético pela energia dissipada por ciclo, como garante a generalização dada pela eq. (5):

$$Q = 2\pi \frac{\text{Energia armazenada}}{\text{Energia dissipada/ciclo}} \quad (5)$$

No entanto, podemos estimar o fator de qualidade em termos da indutância predominante, das perdas resistivas e pequenas capacitâncias “dielétricas” C_{ind} entre a linha e o plano-terra através do substrato, como é possível escrever:

$$\frac{1}{Q_t} = \frac{1}{Q_{ind}} + \frac{1}{Q_{cap}} + \frac{1}{Q_{perda}} \quad (6)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{Q_t} = \frac{R_{ind}}{\omega L_{ind}} + \omega R_{ind} C_{ind} + \tan \delta \quad (7)$$

Onde, notoriamente, Q_t é o fator de qualidade total e $\tan \delta$ é a tangente de perdas do sistema substrato-metal.

4.1. Modelagem computacional do indutor espiral e a resposta em frequência

No software de simulação eletromagnética, Ansys Electronics 2022 R1, foi estruturada a seguinte geometria para o indutor espiral de base retangular para frequência de ressonância de 3 GHz (valor teórico calculado de partida) em substrato típico ROGER 5880 (foi selecionado pois apresenta baixa tangente de perda $\tan \delta = 0,0009$, $h = 1,575$ mm $\epsilon_r = 2,2$), conforme a ilustra a Fig. 5(a) com espaçamento s , largura w_{ind} , comprimento l e largura média das espiras dada por w_m . A espira indutiva está altura h e espessura t na direção z . Na terminação central da espira com a carga, há uma stripline (fita no interior do substrato) com comprimento $0,625l$ e altura $h - t_{ox} - t$. Neste meio, há uma leve espessura t_{ox} de óxido de silício (SiO_2) que reveste uma intercamada LT-espira (YUE et. al; 1996) com permissividade relativa igual a 4. Ao lado há os valores em milímetros e os parâmetros referenciados na esquematização. Na Fig. 5(b) é apresentado o coeficiente de transmissão com ressonância em 2,93 GHz, nota-se ainda que a banda de operação pode ser calculada em termos percentuais, através da eq. (8):

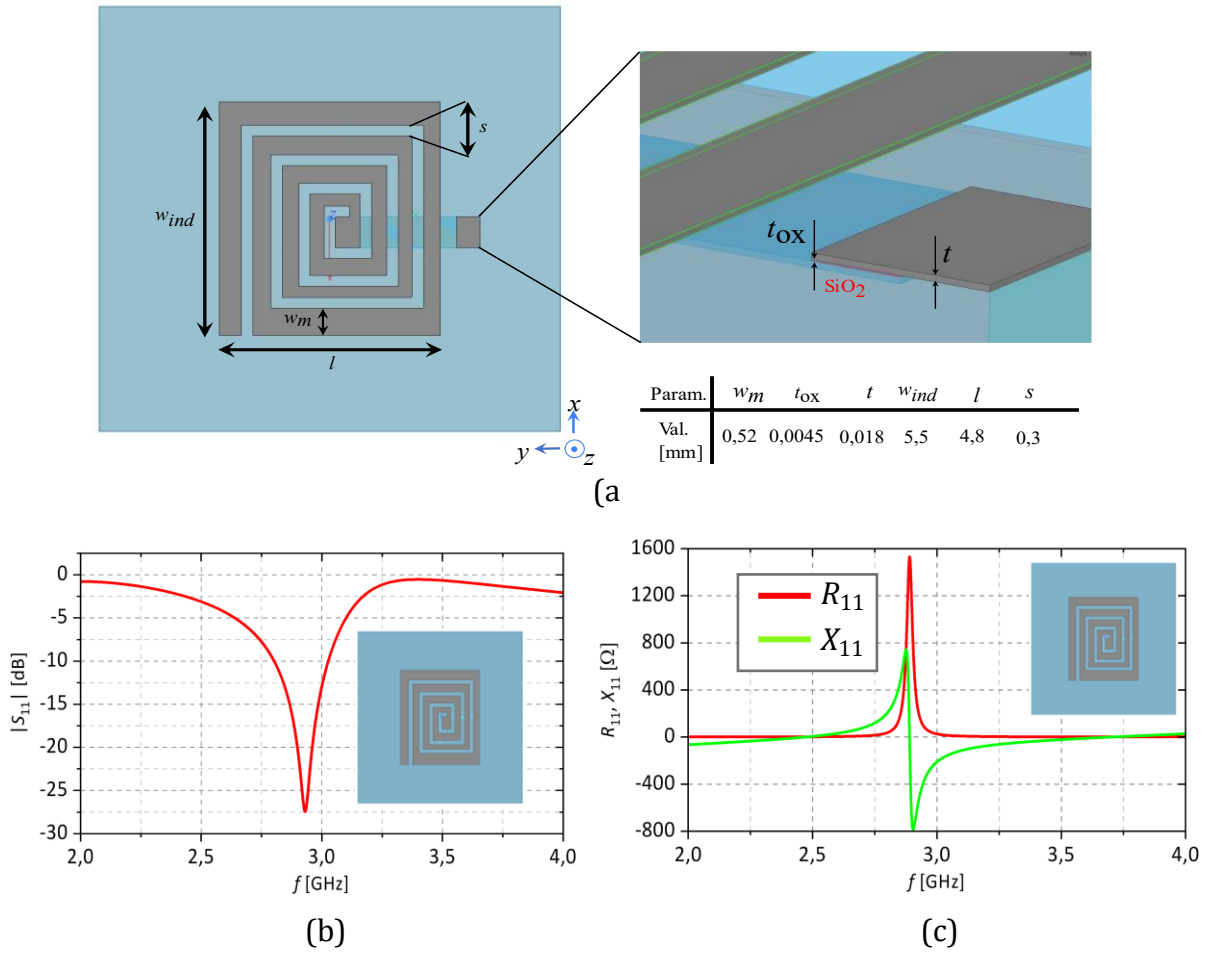
$$BW(\%) = \left| \frac{f_{sup} - f_{inf}}{f_r} \right|_{-10 \text{ dB}} \quad (8)$$

O fator de qualidade total é, portanto, inversamente proporcional a banda de frequência, como se estabelece em:

$$Q_t = \frac{1}{BW}. \quad (9)$$

Por fim, na Fig. 5(c) é denotada a matriz de impedância de reflexão Z_{11} normalizada,

Figura 5 – Simulação com (a) detalhes sobre os parâmetros do indutor espiral (b) Coeficiente de reflexão e (c) Impedância de reflexão.



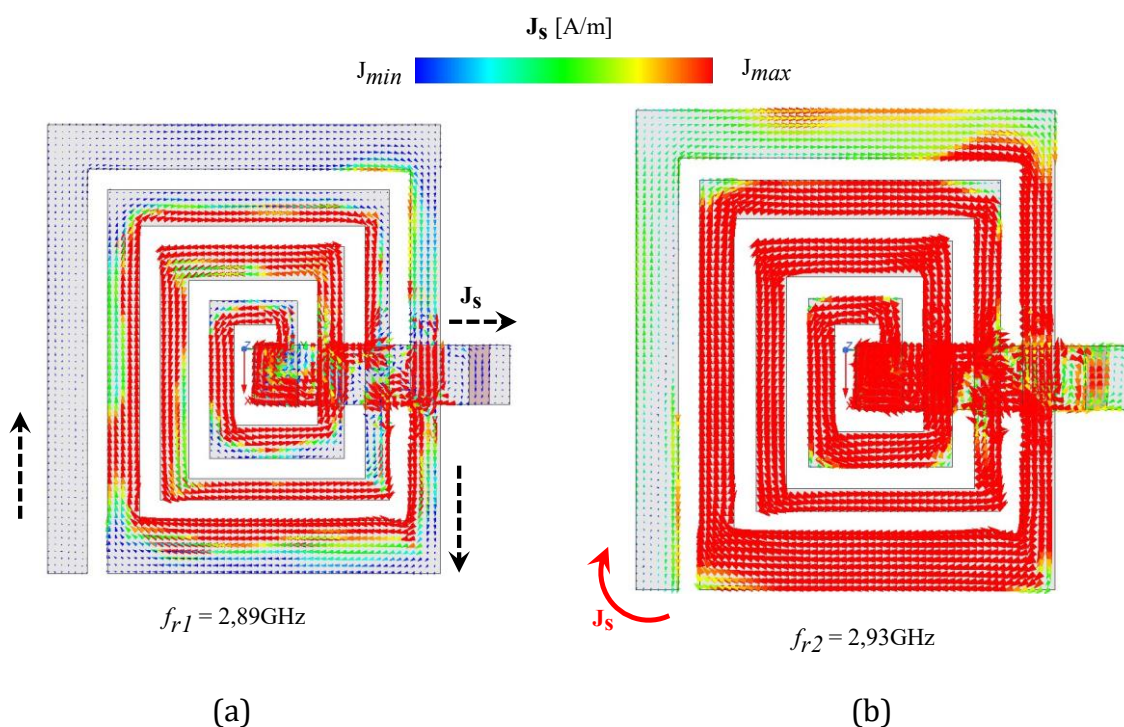
Fonte: Autoria própria.

com a resistência e reatância de entrada na reflexão para ressonância em 2,89 GHz como é visualizado um casamento bem definido pela curva verde e a curva vermelha.

4.2. Análise das distribuições de campo

Após a identificação das ressonâncias na subseção anterior, é possível visualizar a distribuição de corrente superficial ao longo da estrutura. Neste contexto, a densidade de corrente superficial (já brevemente discutida na seção 2) foi impressa pela Fig. 6(a) na ressonância associada à matriz de impedância ($f_r = 2,89 \text{ GHz}$) constata-se que a magnitude do vetor $\mathbf{J}_s$ [medida em A/m] é máxima pela coloração em vermelha, em termos de amplitude mínima (em azul): a magnitude da densidade é menor ainda. O sentido do vetor é descrito pelas setas indicadas no percurso eletromagnético do sinal. Na Fig. 6(b) a magnitude do vetor é bem maior quando comparada com Fig. 6(a) e, assim, a ressonância predominante fundamental é $f_r = 2,93 \text{ GHz}$. Comprova-se que o sentido da corrente é o mesmo extrinsecamente nas espiras. Em virtude da *stripline* (fita que interconecta o centro da espira a terminação na carga), há um forte acoplamento pela proximidade das linhas – fazendo com que a corrente superficial se redistribuía na parte superior (isto é, no anel espiral) causando deformidade na distribuição de campo, como se pode ver na Fig. 6.

Figura 6 – Densidade de corrente superficial simuladas.

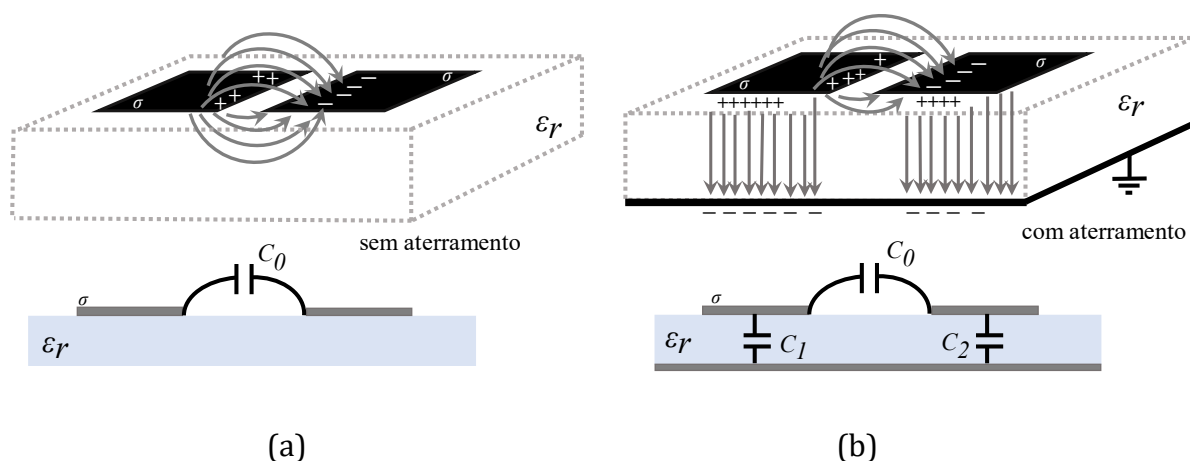


Fonte: Autoria própria

5. COMPORTAMENTO CAPACITIVO EM ESTRUTURAS PLANARES

Familiarizados com o comportamento indutivo em altas frequências para o indutor apresentado anteriormente, introduz-se ao trabalho uma breve abordagem sobre o comportamento capacitivo para a estrutura planar da Fig. 3. Na Fig. 7(a), um dielétrico ϵ_r suporta duas placas metálicas paralelas de comprimento e largura quaisquer. A uma mínima excitação do sinal de entrada, o efeito pelo acoplamento eletromagnético é idealizado por Fig. 7(a) sem a presença de um plano de terra na parte inferior ao dielétrico. Observa-se o

Figura 7 – Efeito idealizado por duas placas capacitivas.

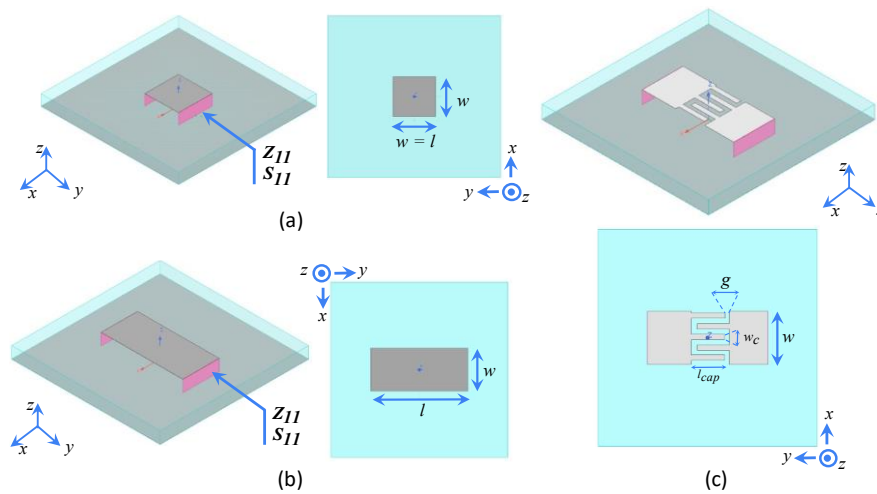


Fonte: Autoria própria.

surgimento de cargas com sinais contrários nas placas paralelas, produzindo fluxo elétrico em altas frequências (BODINI *et al.*, 2018). Ainda na Fig. 7(a) é possível ver que há uma capacitância C_0 modelável. A inserção de uma base referencial de aterramento provoca o surgimento de duas capacitâncias (o efeito capacitivo) paralelas entre a LT e o terra, como destacado na Fig. 7(b). A excitação do sinal já no segundo caso causa efeito cumulativo de capacitâncias pelo aparecimento do acoplamento LT-terra; as cargas de sinais opostos tendem então a fluírem no sentido fluxo elétrico indicado pela Fig. 7(b). Nota-se ainda que as placas paralelas têm a capacitância C_0 entre elas preservada. Em geral, a geometria simétrica permite modelar as mesmas capacitâncias no interior do substrato, isto é, $C_1 = C_2$. Na Fig. 8 são expostas as estruturas propostas para os capacitores convencionais e interdigital a serem analisadas. Na Fig. 8(a), um capacitor de base quadrada com largura w e comprimento w , altura h é descrito pelas vistas isométricas e superior. Verifica-se que as portas (em rosa claro) coleta a matriz de impedância de entrada e o coeficiente de reflexão. Já na Fig. 8(b) o comprimento é diferente $l > w$. Na Fig. 8(c) é proposto um capacitor interdigital com largura w e comprimento l , há um

gap g entre os *fingers* de largura w_c e comprimento l_{cap} para um determinado número N de *fingers*.

Figura 8 – Estruturas projetadas de capacitores convencionais e interdigital



Fonte: Autoria própria

Para a construção de um capacitor interdigital com N fingers, o procedimento inicial é especificar os parâmetros físicos de largura w e de comprimento l para o casamento da impedância característica de 50Ω em 10 GHz pela equação (3); obtendo-se 4,9 mm e 5,5 mm, respectivamente. Em seguida, foi utilizada a equação (10) de projeto (DANAEIAN, ZAREZADEH e GHAYOUMI-ZADEH; 2018) para estimar a largura do finger:

$$w_c = 2Nw + (2N - 1)g, \quad (10)$$

a capacitância total C_t resultante é computada pela eq. (11) e depende do número de *fingers* e de seu comprimento l_{cap} (HONG; LANCASTER, 2001):

$$C_t = 3,937 \cdot 10^{-5} l_{cap} (\epsilon_r + 1) [0,11(N - 3) + 0,252], \quad (11) \quad a$$

resistência total associada às perdas dielétricas-metálicas relacionada por:

$$R_t = \frac{4 R_s l_{cap}}{3 N w_c}. \quad (12)$$

Nota-se que o aumento da largura w_c provoca a diminuição da resistência elétrica total por relação inversamente proporcional. A Tabela 1 resume os valores adotados para o projeto.

Tabela 1. Parâmetros de projeto para os capacitores utilizados.

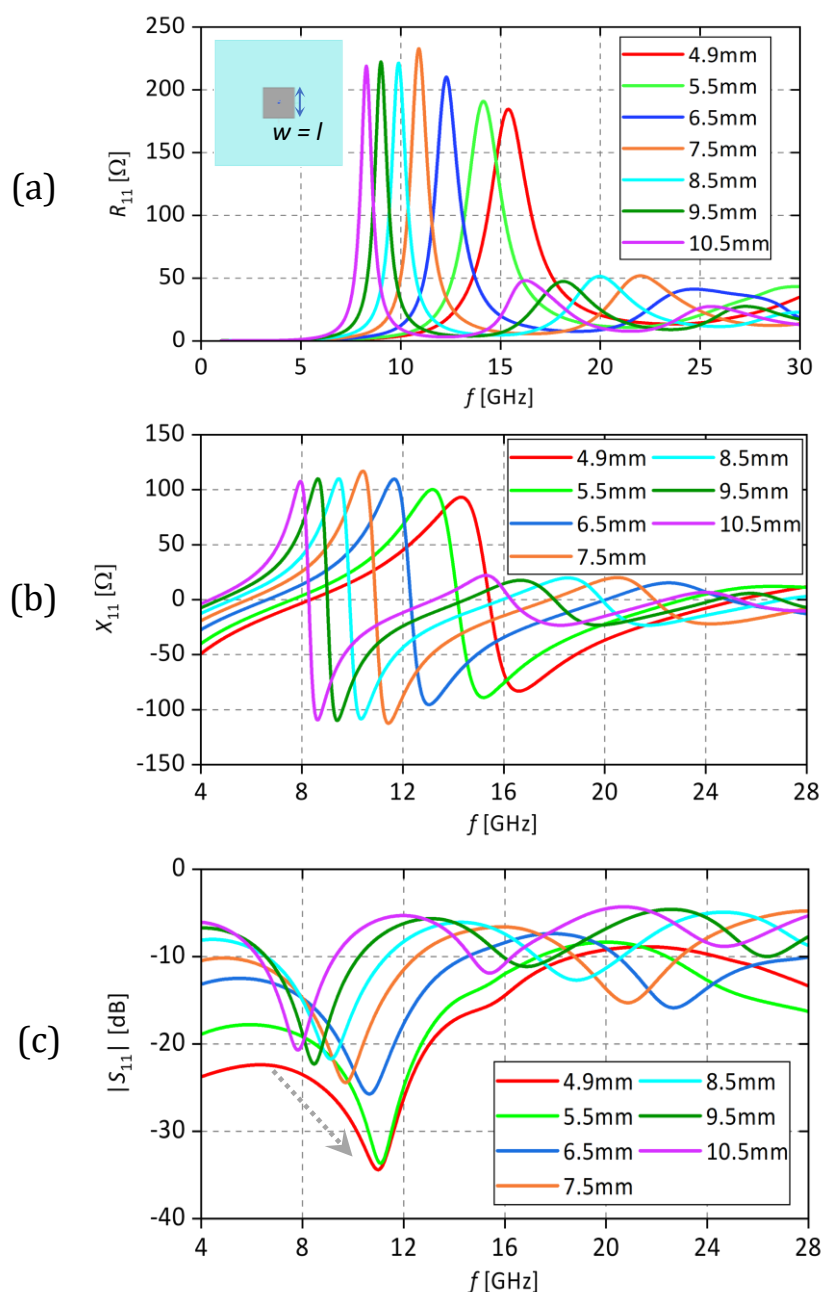
Param.	w [mm]	l [mm]	w_c [mm]	l_{cap} [mm]	N	g [mm]	R_s [mΩ]
Val.	Variou-se	Variou-se	0,5	3,1	5	0,5	25,65

Fonte: Autoria própria.

5.1. Resposta em frequência de capacitor de base quadrada (efeitos paramétricos em w)

Na simulação para verificar a influência de w sobre a estrutura da Fig. 8(a), realizou-se parametrizações de 4,9mm até 10,5 mm, observando-se pelas Fig. 9(a)–(b) que as ressonâncias são deslocadas na resposta em frequência (8 a 16 GHz).

Figura 9 – Resistência, reatância normalizadas e coeficiente de reflexão



Fonte: Autoria própria.

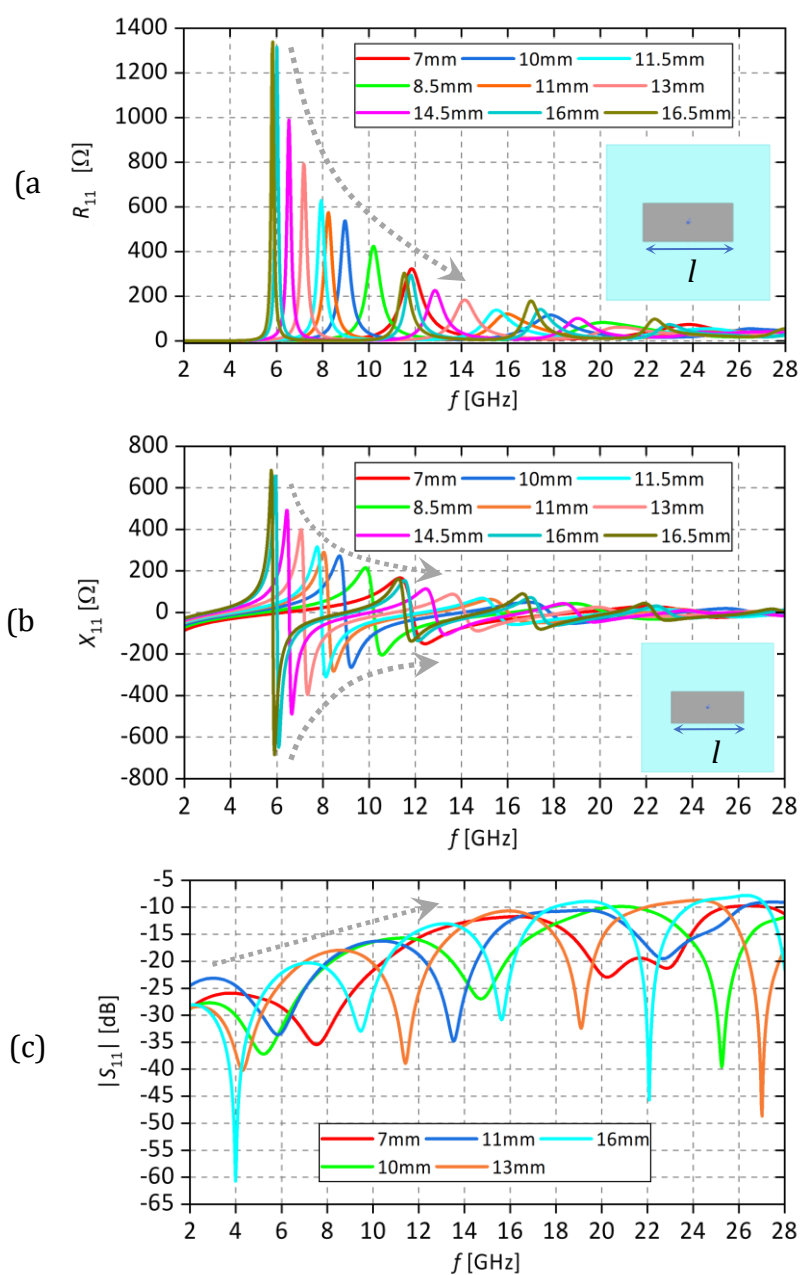
O coeficiente de reflexão S_{11} apresenta maior nível de casamento em 10,5mm (máximo valor simulado na curva roxa), ao passo em que este valor é diminuído, examina-se pela

constatação na Fig. 9(c), a atenuação para valores abaixo de -20 dB do sinal (curva vermelha). Percebe-se ainda nas curvas com maior valor de largura a entrada de modos TM_{mn}^z de ordem superiores associados a ressonâncias com frequências mais altas.

5.2. Resposta em frequência do capacitor de base retangular (efeito paramétricos em l)

Na Fig. 10(a)–(b), o efeito progressivo ao variar o comprimento da linha é ainda mais explícito quando comparado ao discutido na subseção 5.1.

Figura 10 – Resistência, reatância normalizadas e coeficiente de reflexão



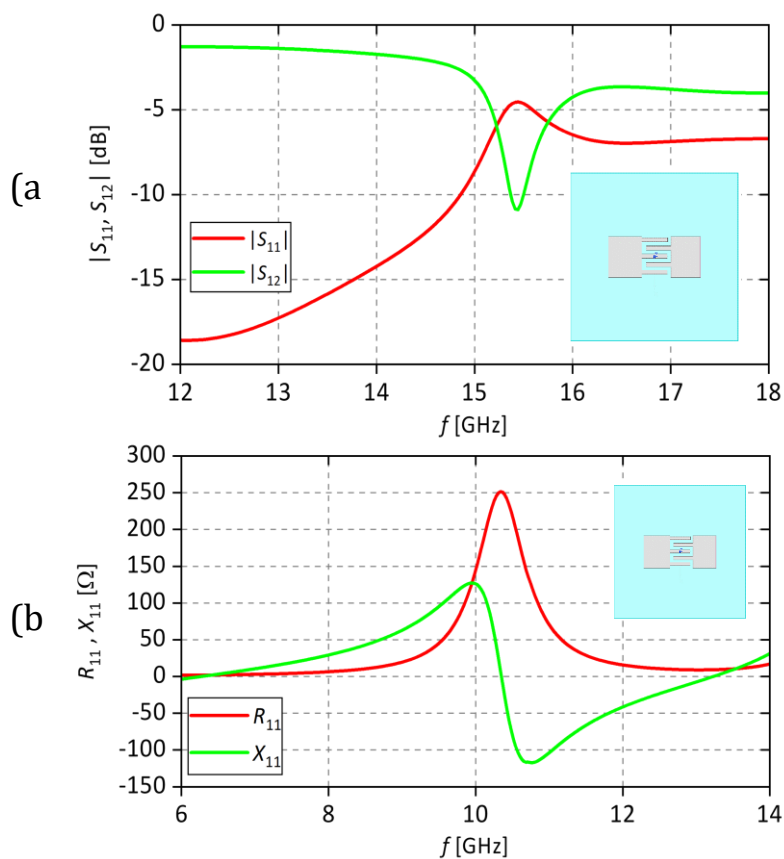
Fonte: Autoria própria

Neste contexto, a amplitude da resistência e da reatância de reflexão cai ligeiramente a medida em que o comprimento l diminui. Ressalta-se que a frequência de ressonância fundamental não se desloca com tanta rapidez (6 a 11 GHz), tendo uma variação de 5GHz entre a curva cinza até a curva vermelha ($l = 7\text{mm}$). Em termos de coeficiente de reflexão, o aumento de l ocasiona o surgimento de ressonâncias bem definidas (pela entrada de novos modos de alta ordem) como se verifica na curva em azul ciano ($l = 16\text{mm}$) até a curva vermelha na Fig. 10(c).

5.3. Resposta em frequência do capacitor interdigital

O comportamento do capacitor interdigital é ilustrado pela Fig. 11(a)–(b). Os coeficientes de reflexão S_{11} e transmissão S_{12} apresentam ressonância em 15,44 GHz pela Fig. 11(a). O dispositivo transmite o sinal até a banda de 15 GHz, onde ocorre uma rejeição $|S_{12}| \leq -10$ dB, pela ressonância aproximadamente frequência de corte 15,40 GHz e retorna a transmitir o sinal para frequências superiores a 16 GHz (curva verde) $|S_{12}| \geq -5$ dB.

Figura 11 – Matriz de espalhamento e impedância.



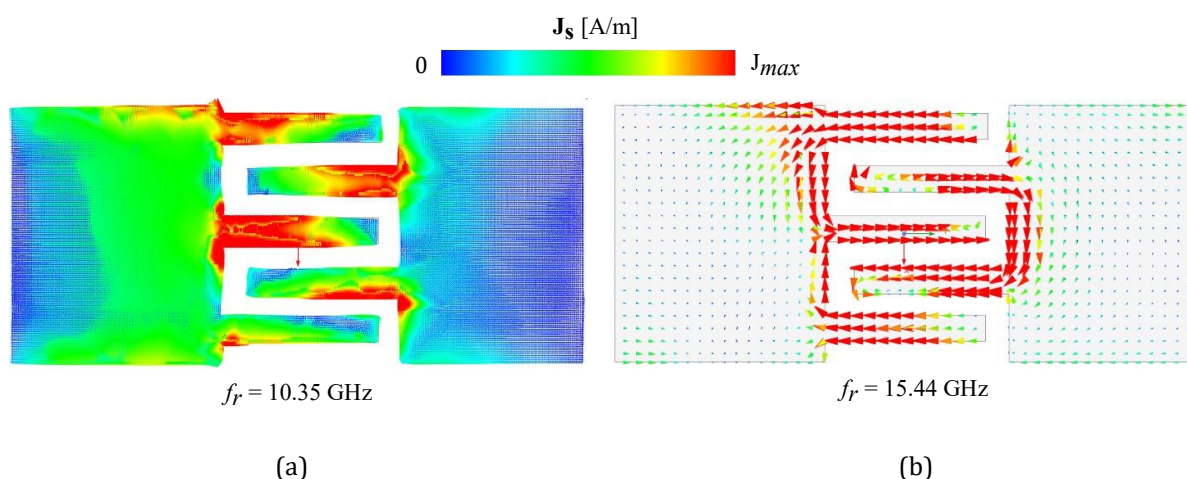
Fonte: Autoria própria.

Analisando-se a matriz de impedância de reflexão Z_{11} , visualiza-se um casamento adequado pela centralidade da reatância (curva verde) em $X_{11} = 0 \Omega$ e o pico de resistência na mesma frequência de ressonância $f_r = 10,35 \text{ GHz}$ (curva em vermelho), já na Fig. 11(b).

5.4. Análise de distribuição de campo nas ressonâncias para o capacitor interdigital

Foi analisada ainda a distribuição de densidade de corrente de superfície nas respectivas ressonâncias para o vetor $\mathbf{J}_s$. Ressalta-se pela Fig. 12(a) a presença da distribuição de máxima amplitude de corrente nos “dedos” do capacitor interdigital (em coloração vermelha), bem como a presença de mínimos distribuídos ao longo do capacitor (pela coloração azul marinho). Nesta ilustração, grande parte da corrente superficial flui nas regiões das arestas dos *fingers* capacitivos. Assim, entre estes espaçamentos o efeito capacitivo é intensificado, gerando intensidades de cargas em sentidos opostos mutuamente ressonantes. De fato, nas regiões de máxima amplitude em um dos dedos do capacitor a região adjacente é de mínima amplitude e, este processo repete-se alternando em frequência f_r . Já na Fig. 12(b), é possível notar a direção de propagação e o sentido da corrente superficial que passa pelos N dedos. Obviamente, o fluxo de carga elétrica nos *fingers* externos estão em contra-fase com o fluxo de carga elétrica do *finger* central, o mesmo ocorre nos dois únicos dedos da parte complementar do capacitor interdigital pela propagação de corrente superficial em fase contrária, novamente, este processo repete-se com a frequência de ressonância observada.

Figura 12 - Densidades de corrente superficial nas ressonâncias para o capacitor interdigital.



Fonte: Autoria própria

Diante das constatações, pode-se concluir que grande parte da energia do campo magnético reside nas extremidades do próprios *fingers* do capacitor, uma vez que o campo oscilante é concentrado nas arestas desta estrutura.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em princípio, o trabalho apresentado neste capítulo possibilitou uma breve revisão bibliográfica sobre estruturas planares de parâmetros distribuídos e seus circuitos equivalentes em parâmetros elétricos concentrados, amplamente discutido pela comunidade científica de micro-ondas. Ao longo deste trabalho, algumas geometrias puderam ser explanadas para modelagem em circuitos convencionais que obedecem às leis de Kirchhoff nas análises da teoria de circuitos elétricos. O trabalho se propôs a introduzir o comportamento eletromagnético destas estruturas típicas em radiofrequência para linha de transmissão em microfita, tanto de um indutor espiral de base retangular quanto de capacitores convencionais simples com base também retangular e um capacitor interdigital, os quais apresentaram resultados coerentes com a literatura regida. Para comprovações do contexto teórico, foram exitosamente projetadas e devidamente simuladas as geometrias. Foram discutidas e verificadas as distribuições de campo e correntes superficiais para as geometrias das espiras e do capacitor interdigital.

REFERÊNCIAS

- AZIZOLLAH-GANJI, B.; KHEIRY, S. Design and analysis of a novel MEMS spiral inductor with high quality factor. **Microsystem Technologies**, v. 24, n. 8, p. 3321–3328, ago. 2018. <https://doi.org/10.1007/s00542-018-3914-2>.
- BALANIS, C. A. **Antenna Theory: Analysis and Design**. 4. ed. [S. l.]: Wiley, 2016.
- BODINI, A.; PANDINI, S.; SARDINI, E.; SERPELLONI, M. Design and fabrication of a flexible capacitive coplanar force sensor for biomedical applications. *In*: 2018 IEEE SENSORS APPLICATIONS SYMPOSIUM (SAS), mar. 2018. **2018 IEEE Sensors Applications Symposium (SAS)** [...]. Seoul, Korea (South): IEEE, mar. 2018. p. 1–5. DOI 10.1109/SAS.2018.8336775. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/8336775/>.
- CHEN, J. On-chip Spiral Inductor/transformer Design And Modeling For Rf Applications. 2006. 125 f. Dissertation – University of Central Florida, Orlando, 2006. Disponível em: <http://purl.fcla.edu/fcla/etd/CFE0001364>. Acesso em: 20 maio 2023.
- CHONG, C.-C.; HAMAGUCHI, K.; SMULDERS, P. F. M.; YONG, S.-K. Millimeter-Wave Wireless Communication Systems: Theory and Applications. **EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking**, v. 2007, n. 1, p. 072831, 2007/72831, dez. 2007. <https://doi.org/10.1155/2007/72831>.
- DANAEIAN, M.; ZAREZADEH, E.; GHAYOUMI-ZADEH, H. A compact and high performance dual-band bandpass filter based on unbalanced composite right/left-handed transmission lines for WLANs applications. **Analog Integrated Circuits and Signal Processing**, v. 94, n. 3, p. 469–479, mar. 2018. <https://doi.org/10.1007/s10470-018-1104-x>.

HONG, J.-S.; LANCASTER, M. J. **Microstrip Filters for RF/Microwave Applications**. [S. l.]: Wiley, 2001.

HSIEH L.-H.; CHANG, K. Equivalent lumped elements G , L , C , and unloaded Q 's of closed- and open-loop ring resonators. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, v. 50, n. 2, p. 453–460, fev. 2002. <https://doi.org/10.1109/22.982223>.

HSIEH, L.-H.; CHANG, K. **Encyclopedia of RF and Microwave Engineering**. [S. l.]: Texas A&M University College Station, 2019. Disponível em: SAND2019-14685B. Acesso em: 20 maio 2023. PENNOCK, S. R.; SHEPHERD, P. R. **Microwave Engineering with Wireless Applications**. [S. l.]: Macmillan Press, 1998. Disponível em: DOI 10.1007/978-1-349-14761-8. Acesso em: 20 maio 2023.

POZAR, D. M. **Microwave Engineering**. 4. ed. [S. l.]: Wiley, 2011. Disponível em: https://books.google.com.br/books/about/Microwave_Engineering_4th_Edition.html?id=JegbAAAAQBAJ&redir_esc=y.

MARSH, S. **Practical MMIC Design**. Norwood: Artech House, Inc., 2006.

ROBERTSON, I. D.; LUCYSZYN, S. **RFIC and MMIC design and technology**. 13. ed. [S. l.]: IET, 2001. Disponível em: https://books.google.com.br/books/about/RFIC_and_MMIC_Design_and_Technology.html?id=x2mVUztRZsAC&redir_esc=y.

YUE, C. P.; RYU, C.; LAU, J.; LEE, T. H.; WONG, S. S. A physical model for planar spiral inductors on silicon. *In*: INTERNATIONAL ELECTRON DEVICES MEETING. TECHNICAL DIGEST, dez. 1996. **International Electron Devices Meeting. Technical Digest** [...]. [S. l.: s. n.], dez. 1996. p. 155–158. <https://doi.org/10.1109/IEDM.1996.553144>.

XIAO, M.; MUMTAZ, S.; HUANG, Y.; DAI, L.; LI, Y.; MATTHAIIOU, M.; KARAGIANNIDIS, G. K.; BJÖRNSON, E.; YANG, K.; LIN, C.; GHOSH, A. Millimeter Wave Communications for Future Mobile Networks. 17 maio 2017. Disponível em: <http://arxiv.org/abs/1705.06072>. Acesso em: 20 maio 2023.

ZITO, S.; SILVA, E. J.; OLIVEIRA, D. B. Projeto e Análise de Etiquetas RFID Chipless com Multirressonadores. *In*: SOCIEDADE BRASILEIRA DE TELECOMUNICAÇÃO E PROCESSAMENTO DE SINAIS, 26 set. 2021. **XXXIX Simpósio Brasileiro de Telecomunicação e Processamento de Sinais** [...]. Fortaleza: [s. n.], 26 set. 2021. p. 5. doi: SBrT-2021-1570726293. Acesso em: 22 maio 2023

CAPÍTULO VI

PROJETO, CONSTRUÇÃO, CARACTERIZAÇÃO E VALIDAÇÃO DE UM MODELO EXPERIMENTAL PARA A INVESTIGAÇÃO DE FENÔMENOS AEROELÁSTICOS

DESIGN, FABRICATION, CHARACTERIZATION AND VALIDATION OF AN EXPERIMENTAL MODEL FOR THE INVESTIGATION OF AEROELASTIC PHENOMENA

DOI: 10.51859/ampla.tac393.1323-7

Matheus Martines dos Santos ¹
Vagner Candido de Sousa ²

¹ Graduando do curso de Engenharia Aeronáutica. Faculdade de Engenharia de São João da Boa Vista (FESJ). Universidade Estadual Paulista – UNESP

² Professor Assistente Doutor. Departamento de Engenharia Aeronáutica. Faculdade de Engenharia de São João da Boa Vista (FESJ). Universidade Estadual Paulista – UNESP

RESUMO

Neste trabalho foi projetado, construído, caracterizado e verificado um aparelho experimental para investigar o fenômeno de flutter. O aparato experimental construído possui 2 graus de liberdade, composto por dois pares de vigas de aço mola que fornecem rigidez em translação e um fio-mola que fornece rigidez em rotação. Foi utilizado um modelo de asa rígida feito de isopor com o perfil NACA 0012. Utilizando um modelo aerodinâmico não estacionário implementado no software MathWorks MATLAB, foi encontrada uma velocidade crítica de flutter teórica de 9,5 m/s. Realizando ensaios em túnel de vento com o aparelho experimental, encontrou-se um valor de 9 m/s para a velocidade real. Obteve-se um erro em torno de 5% entre as velocidades teórica e experimental. Conclui-se que o dispositivo construído atendeu às expectativas, permitindo observar fenômenos aeroelásticos com características semelhantes ao flutter.

Palavras-chave: Aeroelasticidade. Flutter. Modelo experimental. Túnel de vento.

ABSTRACT

In this work, an experimental device was designed, built, characterized and verified to investigate the aeroelastic flutter phenomenon. The constructed experimental apparatus has two degrees of freedom, composed of two pairs of leaf steel springs that provide (linear) stiffness in translational motion and a wire spring that provides (torsional) stiffness in rotation. A rigid wing model made of styrofoam with the NACA 0012 profile was considered. Using an unsteady aerodynamic model implemented in MathWorks MATLAB software, a theoretical critical flutter speed of 9.5 m/s was found. By carrying out wind tunnel tests with the proposed apparatus, the experimental value of 9 m/s was found for the critical airflow speed. An error of 5% was obtained between theoretical and real velocities. It can be concluded that the constructed device met expectations, since it was possible to observe aeroelastic phenomena with characteristics similar to flutter.

Keywords: Aeroelasticity. Flutter. Experimental model. Wind tunnel.

1. INTRODUÇÃO

Aeroelasticidade é a área do conhecimento que foca no comportamento de um corpo elástico imerso em um escoamento aerodinâmico. Os fenômenos aeroelásticos podem ser divididos em fenômenos de estabilidade ou de resposta, e subdivididos em estáticos e dinâmicos, e são resultado da interação entre forças elásticas, inerciais e aerodinâmicas. As forças aerodinâmicas são induzidas por deformações estáticas ou oscilatórias da estruturas, assim como por forças externas ao sistema. Tais fenômenos já são observados desde o início da aviação (BISPLINGHOFF, ASHLEY, HALFMAN, 1996).

O flutter é um fenômeno aeroelástico dinâmico, que entre todos os outros se destaca, devido a que sua ocorrência está ligada intimamente a falhas estruturais catastróficas. Tal fenômeno ocorre quando a aeronave ou um de seus componentes, passa a apresentar um comportamento oscilatório e autoexcitado ao ultrapassar uma determinada velocidade de voo, essa velocidade é chamada de velocidade crítica de flutter. Ao ultrapassar a velocidade crítica, ao sofrer qualquer perturbação a estrutura passará a oscilar de maneira autoexcitada e com amplitude crescente, podendo resultar em colapso estrutural.

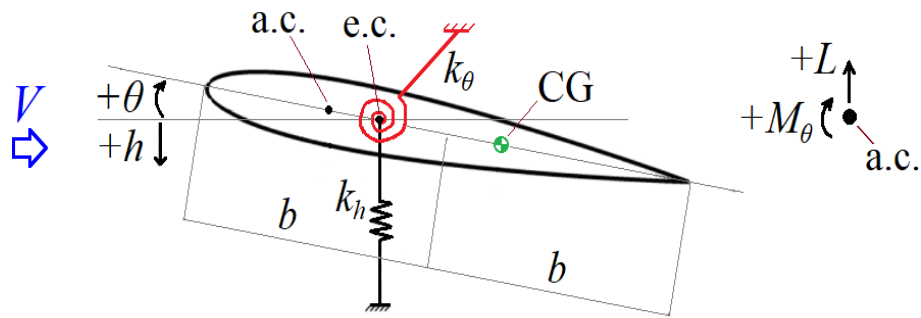
Este trabalho apresenta o projeto, a construção e caracterização e os testes em túnel de vento de um aparelho experimental para flutter, utilizando um modelo de asa rígida. Um modelo numérico é implementado a fim de prever a velocidade crítica de flutter. Por fim, testes em túnel de vento são realizados, com o intuito de determinar experimentalmente a velocidade de flutter e compará-la com a obtida teoricamente.

2. DESENVOLVIMENTO

2.1. Modelo teórico de uma seção típica aeroelástica

A Figura 1 mostra um esquemático de uma seção típica com dois graus de liberdade (rotação e translação) que será utilizada para representar o sistema analisado. Tem-se o deslocamento linear h e o deslocamento angular θ . A rigidez associada ao movimento de translação está representada por uma mola linear k_h , enquanto que para rotação tem-se uma mola de torção k_θ , ambas estão fixadas no eixo elástico da seção.

Figura 1 – Seção típica com dois graus de liberdade



Fonte: Autoria própria.

A equação de movimento do modelo é dada por (BISPLINGHOFF, ASHLEY, HALFMAN, 1996),

$$\begin{aligned} m\ddot{h} + S_\theta\ddot{\theta} + k_h h &= -L \\ I_\theta\ddot{\theta} + S_\theta\ddot{h} + k_\theta\theta &= M_\theta \end{aligned} \quad (1)$$

onde m é a massa do aerofólio (que pode ser diferente entre translação, m_h , e rotação, m_θ , por motivos experimentais), I_θ é o momento de inércia em torno do eixo elástico, S_θ é o momento estático, pontos sobrescritos denotam derivada no tempo, L é a sustentação e M_θ é o momento de arfagem. O centro aerodinâmico é indicado por "a.c." e o eixo elástico é indicado por "e.c.". CG é o centro de gravidade e b é o comprimento da semicorda.

Para se estimar a velocidade crítica de flutter do modelo experimental realizou-se uma simulação. O modelo aerodinâmico não estacionário utilizado foi a aproximação de Jones, uma versão alternativa aos modelos aerodinâmicos mais clássicos, representada em espaço de estados e que é capaz de representar carregamentos aerodinâmicos associados a movimentos arbitrários (EDWARDS, ASHLEY, 1979). Este modelo é amplamente utilizado em outros trabalhos, mostrando-se válido para prever o comportamento do aerofólio (VASCONCELLOS, 2012; SOUSA, 2016).

2.2. Dispositivo projetado e construído

O aparato experimental consiste de uma asa rígida feita de ISOPOR, contendo um eixo de alumínio de 10 mm de diâmetro localizado a $\frac{1}{4}$ de corda, sendo montada verticalmente ao longo de sua envergadura. As extremidades do eixo estão ligadas a duas placas de alumínio através de rolamentos e mancais, garantindo assim o deslocamento angular da seção. As placas por sua vez estão engastadas dois pares de vigas flexíveis de aço mola por meio de uma de suas extremidades, permitindo o movimento de translação da asa. Para adicionar rigidez ao grau de

liberdade de torção, na placa superior também foi adicionado um suporte para apoiar um fio de aço mola com diâmetro de 1,5 mm que atravessa o eixo de rotação. Além disso, para garantir que o fenômeno de flutter ocorra dentro da faixa de velocidade disponível do túnel de vento, foi acrescentada uma barra rosca atravessando a asa, permitindo assim o ajuste do CG. A outra extremidade das vigas de aço mola estão fixadas em um quadro soldado feito de metalon. O modelo foi desenhado em software CAD (Figura 2) e construído em seguida.

Figura 2 – Desenho CAD do dispositivo projetado



Fonte: Autoria própria.

Na Figura 3 tem-se as etapas do processo de construção. Primeiramente, foi construído o quadro de suporte, para isso foram cortados os pedaços de metalon seguindo as medidas do desenho, que posteriormente foram soldadas. Em seguida, foram usinadas as placas de alumínio utilizando uma fresadora, para garantir que as placas fossem idênticas, ambas foram esquadrejadas e furadas juntas, evitando assim qualquer desalinhamento do eixo na montagem. O eixo de alumínio foi torneado e furado para encaixar nos mancais e ser atravessado pelo fio-mola. As vigas de aço mola foram cortadas a partir de uma barra maior, e furadas para serem fixadas posteriormente. Para prender as vigas de aço mola, assim como apoiar o fio-mola, foram usinados diversos suportes a partir de cantoneiras. Assim, com todas as peças usinadas, foi realizada a montagem do aparato experimental.

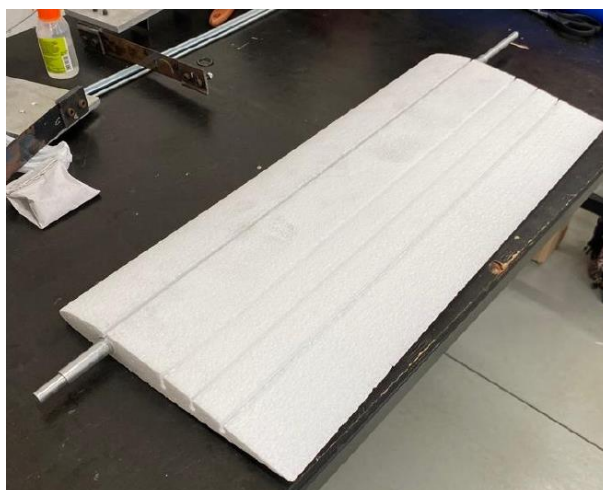
Figura 3 – Etapas do processo de construção do aparato experimental



Fonte: Autoria própria.

Para a realização dos testes foi utilizado uma asa rígida feita de isopor com perfil aerodinâmico (simétrico) NACA 0012, com comprimento de corda de 0,25 m. A envergadura total do aerofólio possui 0,60 m, embora a região efetivamente exposta ao escoamento possua um comprimento de 0,50 m (o mesmo comprimento do bocal de saída do túnel de vento disponível no Laboratório de Engenharia Aeronáutica da Faculdade de Engenharia de São João da Boa Vista). A Figura 4 mostra o aerofólio fabricado em isopor (por corte a fio quente), logo após a colagem do eixo de alumínio no ponto correspondente a um quarto do comprimento da corda (em relação ao bordo de ataque, *i.e.*, no centro aerodinâmico).

Figura 4 – Asa rígida utilizada nos ensaios



Fonte: Autoria própria.

3. CARACTERIZAÇÃO DOS PARÂMETROS EXPERIMENTAIS

A fim de fornecer dados ao modelo numérico utilizado para estimar a velocidade de flutter do modelo, foi realizada uma identificação dos parâmetros experimentais. Primeiramente, foram identificados os parâmetros inerciais do modelo: massas de translação e

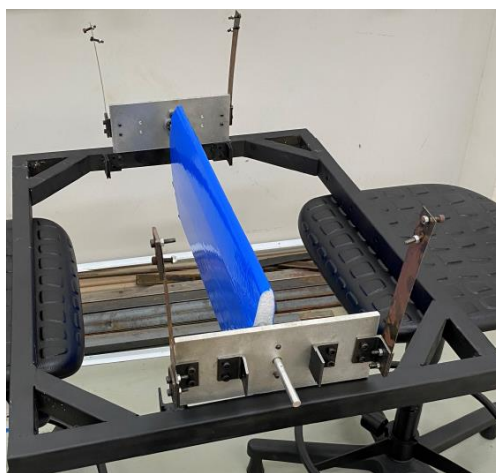
rotação, posição do CG e momento de inércia da seção. Em seguida, também foram estimadas as razões de amortecimento e rigidez dos dois graus de liberdade do sistema (translação e rotação). Para conseguir determinar essas características do sistema, foram realizados testes em diversas condições, que foram filmados e posteriormente analisados utilizando o software Tracker. Este programa permite analisar as filmagens e fazer o rastreamento de pontos, que a partir de uma escala previamente definida, consegue fornecer as posições em cada instante de tempo dos pontos de referência, gerando assim os gráficos que foram utilizados para determinar os parâmetros do dispositivo experimental.

3.1. Propriedades inerciais

A massa total em rotação (Aerofólio + Eixo + Haste) é de 0,49 kg. Enquanto que a massa em translação que inclui a massa em rotação somada com as placas, mancais, vigas e elementos de fixação possui um total de 2,34 kg. O CG foi determinado equilibrando a asa, já com o eixo central e a haste de ajuste do CG, em cima de uma viga com espessura de 2 mm, e medindo a distância entre o ponto de equilíbrio e o eixo elástico. Essa distância foi de 40 mm.

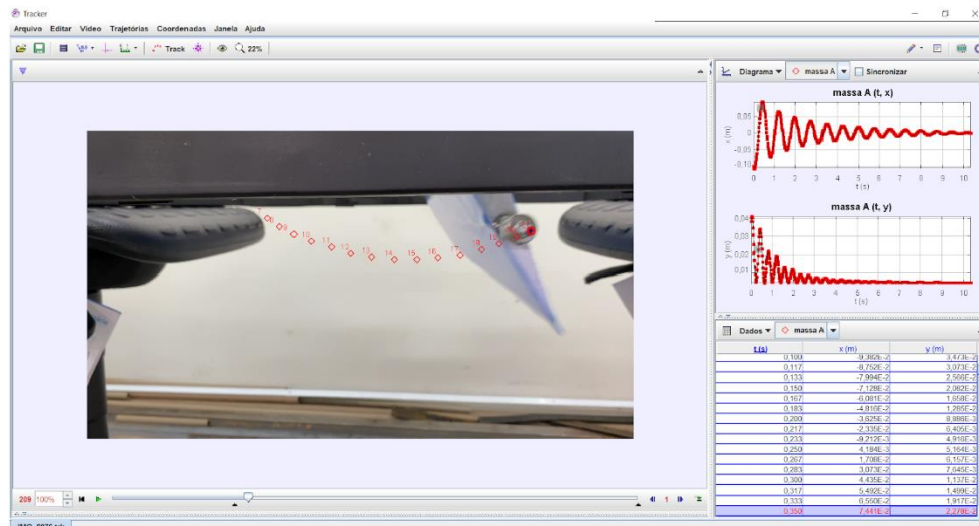
O momento de inércia foi determinado colocando a asa horizontalmente em uma condição de rotação livre, como mostra a Figura 5. Foi aplicado um ângulo arbitrário de entrada no sistema e a oscilação foi medida a partir do software de análise de vídeo (Figura 6) com a filmagem feita do experimento. Os dados obtidos no teste estão mostrados na Figura 7, e com esses dados foi encontrado o período de oscilação do sistema, com um valor de 0,733 s. Utilizando a equação do pêndulo, $T_\theta = 2\pi [I_\theta / (m_\theta g d)]^{1/2}$, onde m é a massa em rotação, g é a aceleração da gravidade local ($9,7876 \text{ m/s}^2$) e d é a distância entre o eixo elástico e o CG. O momento de inércia determinado correspondente a $2,61 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2$.

Figura 5 – Fotografia do modelo em configuração de pêndulo para a medição do momento de inércia



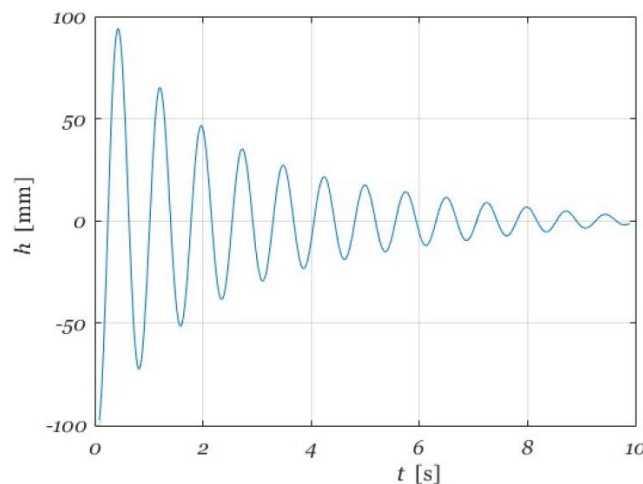
Fonte: Autoria própria.

Figura 6 – Interface do software Tracker (determinação do período de oscilação)



Fonte: Autoria própria.

Figura 7 – Gráfico da posição no tempo do modelo em configuração de pêndulo

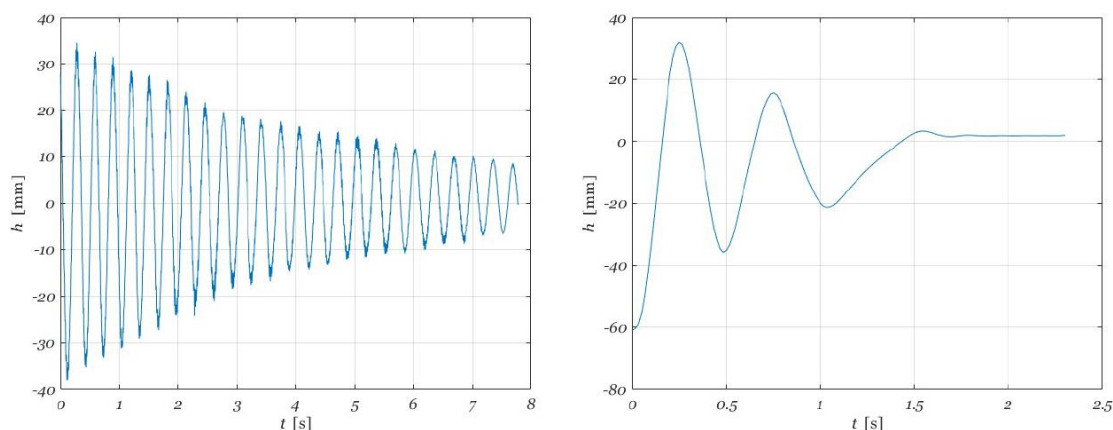


Fonte: Autoria própria.

3.2. Razão de amortecimento

A razão de amortecimento pode ser estimada por $\zeta = \ln(uP/uQ) / (2\pi)$ para baixos níveis de amortecimento (tipicamente, $\zeta < 0.2$), onde uP e uQ são valores de picos sucessivos. Para obter a razão de amortecimento em translação, o movimento de rotação foi travado e um teste de vibração livre foi realizado. A razão de amortecimento foi determinada como sendo $\zeta_h = 0,016$. A frequência natural amortecida em translação é $\omega_{dh} = 20,17$ rad/s. Do mesmo modo, foi realizado um teste de vibração livre para rotação, restringindo-se o movimento de translação. Encontrou-se uma razão de amortecimento $\zeta_\theta = 0,113$ e frequência amortecida $\omega_{d\theta} = 12,54$ rad/s. Os testes são mostrados na Figura 8.

Figura 8 – Teste de vibração livre para translação e rotação



Fonte: Autoria própria.

3.3. Rigidez estrutural

Os valores de rigidez em translação e rotação foram determinados a partir das frequências de oscilação (para valores conhecidos de massa, momento de inércia e razões de amortecimento). A frequência natural não amortecida é uma característica própria do sistema, dependendo apenas de sua massa (ou momento de inércia) e rigidez (ou rigidez em torção), podendo ser determinada pela relação $\omega_h^2 = k_h/m$ ou $\omega_\theta^2 = k_\theta/I_\theta$.

Com a razão de amortecimento e a frequência natural amortecida (ω_d), pode-se determinar a frequência natural não amortecida utilizando a relação $\omega = \omega_d(1 - \zeta^2)^{-1/2}$. Assim, utilizando dados dos testes de vibração livre para translação e rotação, sabendo-se que a massa de translação do sistema é de $m_h = 2,34$ kg e que o momento de inércia em rotação é $I_\theta = 2,61 \times 10^{-3}$ kg m², os valores de rigidez em translação e rotação foram determinados como $k_h = 952$ N/m e $k_\theta = 0,414$ N/m, respectivamente.

3.4. Sumário dos parâmetros experimentais

Os parâmetros aeroelásticos identificados experimentalmente estão apresentados na Tabela 1 (em sua forma física, não normalizada).

Tabela 1 – Parâmetros aeroelásticos experimentais

Símbolo	Valor	Unidade
b	0,125	m
l	0,50	m
c	-0,0625	m
x_θ	0,04	m
m_θ	0,49	kg
m_h	2,34	kg
I_θ	0,00261	kg m ²

Símbolo	Valor	Unidade
k_θ	0,414	N m/rad
k_h	952	N/m
ζ_θ	0,113	–
ζ_h	0,016	–
ω_θ	12,62	rad/s
ω_h	20,17	rad/s

Fonte: Autoria própria.

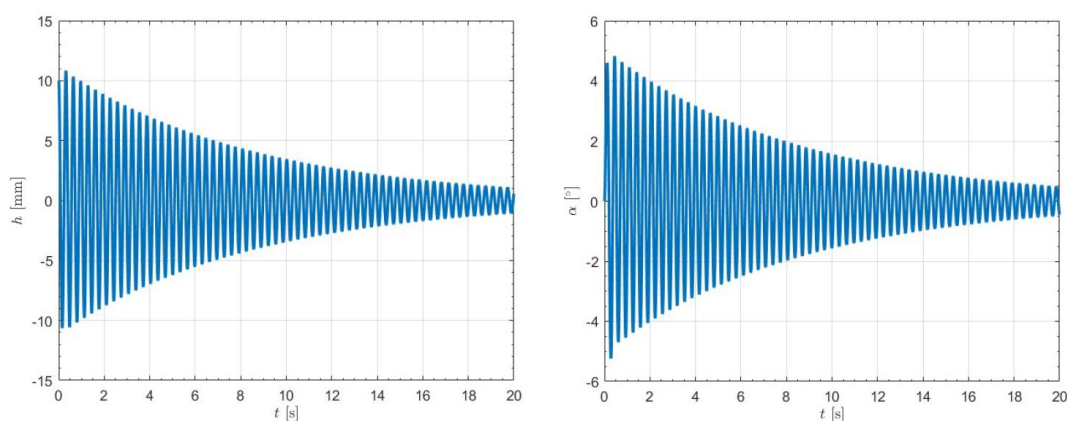
4. RESULTADOS

4.1. Resultados de simulação

Com os dados apresentados na Tabela 1 e utilizando-se o software MATLAB com o modelo aerodinâmico implementado, foram realizadas simulações com o intuito de verificar se o aerofólio poderia manifestar o fenômeno de flutter para uma velocidade do escoamento abaixo da velocidade máxima que pode ser alcançada pelo túnel de vento disponível para os testes (velocidade máxima em torno de 18 m/s).

Na Figura 9 mostra-se a resposta no tempo para uma velocidade de escoamento de 9,0 m/s (em translação e rotação, respectivamente). Observa-se um comportamento amortecido do sistema, indicando assim estar abaixo da velocidade (linear) crítica de flutter.

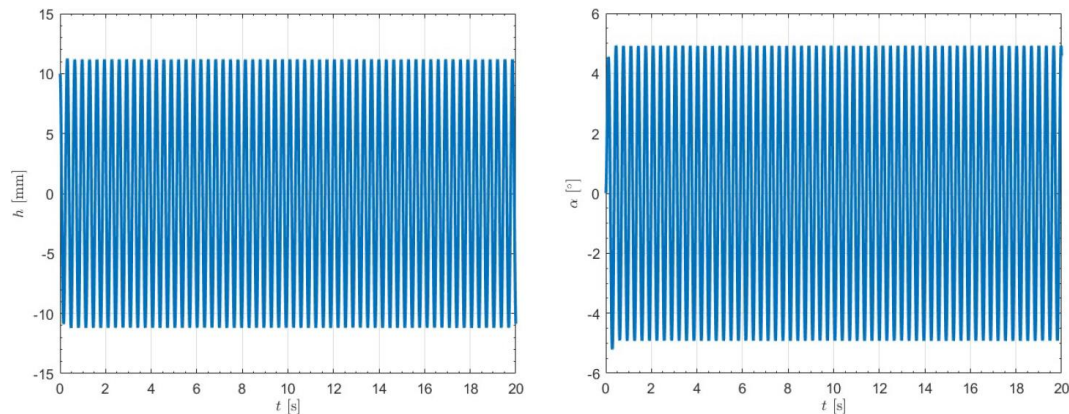
Figura 9 – Resposta no tempo simulada para a velocidade de 9,0 m/s



Fonte: Autoria própria.

Na Figura 10 mostra-se a resposta no tempo para uma velocidade de escoamento de 9,5 m/s (em translação e rotação, respectivamente). Observa-se um comportamento oscilatório persistente (autossustentado), com amplitude aproximadamente constante ao longo do tempo, indicando proximidade com a velocidade linear (crítica) de flutter. Nesta situação, o sistema torna-se dinamicamente neutro (com amortecimento efetivo nulo).

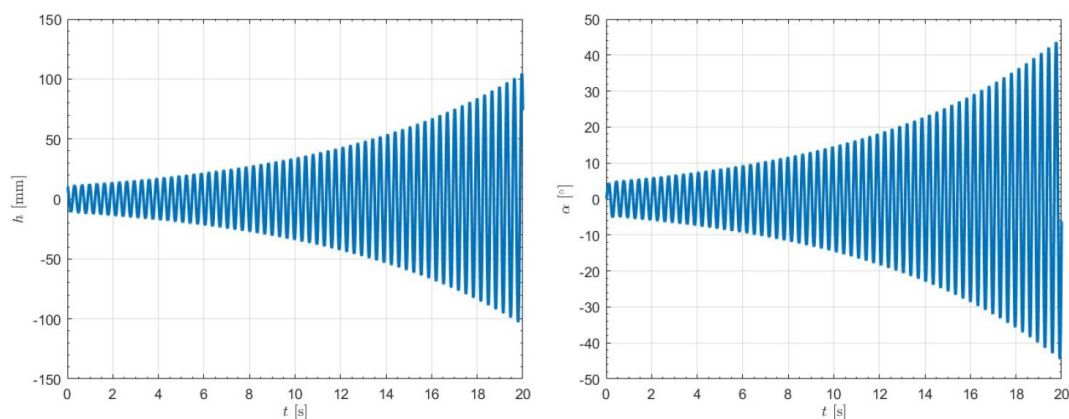
Figura 10 – Resposta no tempo simulada para a velocidade de 9,5 m/s



Fonte: Autoria própria.

Na Figura 11 mostra-se a resposta no tempo para uma velocidade de escoamento de 10,0 m/s (em translação e rotação, respectivamente). Observa-se um comportamento dinamicamente instável (oscilatório divergente), indicando claramente que a velocidade crítica de flutter foi excedida.

Figura 11 – Resposta no tempo simulada para a velocidade de 10,0 m/s



Fonte: Autoria própria.

4.2. Resultados experimentais

Para realização dos experimentos, o aparato experimental foi montado à frente da saída do túnel de vento soprador, conforme mostra a Figura 12. Nos ensaios realizados foram utilizados instrumentos de medição para medir tanto o escoamento do sistema quanto os deslocamentos nos dois graus de liberdade da asa. O túnel possui duas tomadas de pressão conectadas a um manômetro digital que envia a diferença de pressão a um microcontrolador Arduino que retorna a velocidade do escoamento. Uma câmera foi posicionada perpendicularmente acima do aparato, e pontos de referência foram marcados para posteriormente as filmagens dos ensaios serem analisadas com o software de análise de vídeo, obtendo assim os deslocamentos nos graus de liberdade do sistema.

Figura 12 – Fotografia do aparato experimental (aerofólio e túnel de vento)

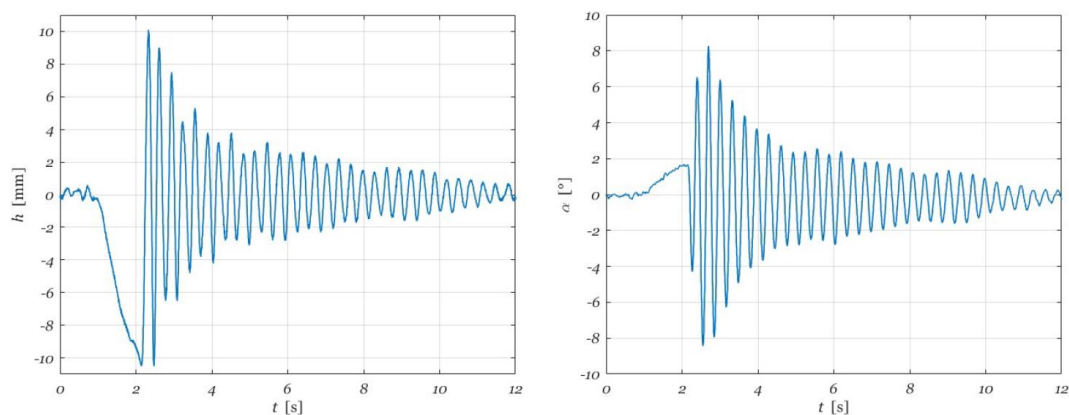


Fonte: Autoria própria.

Foram realizados vários ensaios aumentando-se a velocidade do escoamento, desde uma velocidade relativamente baixa (em relação à velocidade crítica de flutter prevista pelo modelo numérico) até que oscilações instáveis foram observadas. Para cada ensaio, foi aplicada uma perturbação arbitrária no sistema e foram registrados os deslocamentos em translação e rotação do modelo no domínio do tempo. Essas respostas permitem visualizar a evolução do comportamento do sistema à medida que este caminha para a velocidade crítica de flutter.

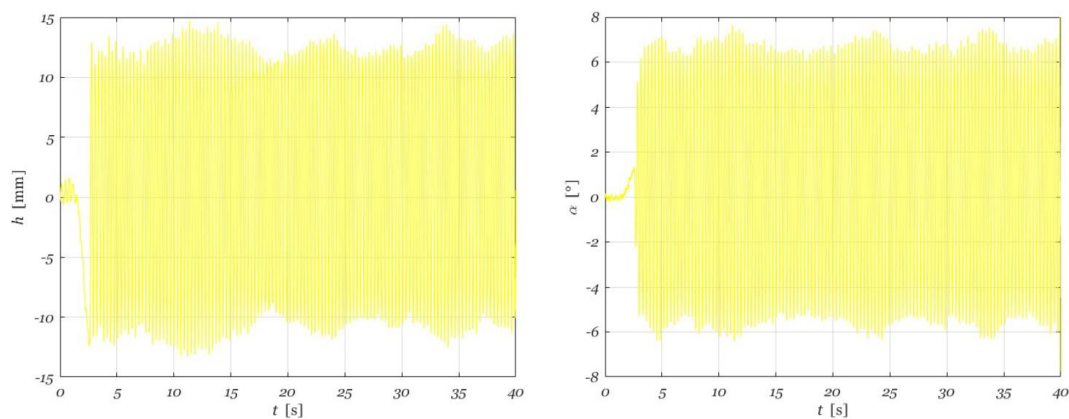
Nas Figuras 13 a 16 observam-se as respostas do sistema (translação e rotação) no domínio do tempo para diferentes velocidades (entre 7,0 e 9,5 m/s). Observa-se claramente a transição do comportamento dinamicamente estável (amortecido) para neutro e, por último, para instável. A velocidade crítica experimental, portanto, encontra-se em torno de 9,0 m/s (enquanto que a previsão numérica foi de 9,5 m/s, aproximadamente 5% maior).

Figura 13 – Resposta experimental para a velocidade de 7,0 m/s



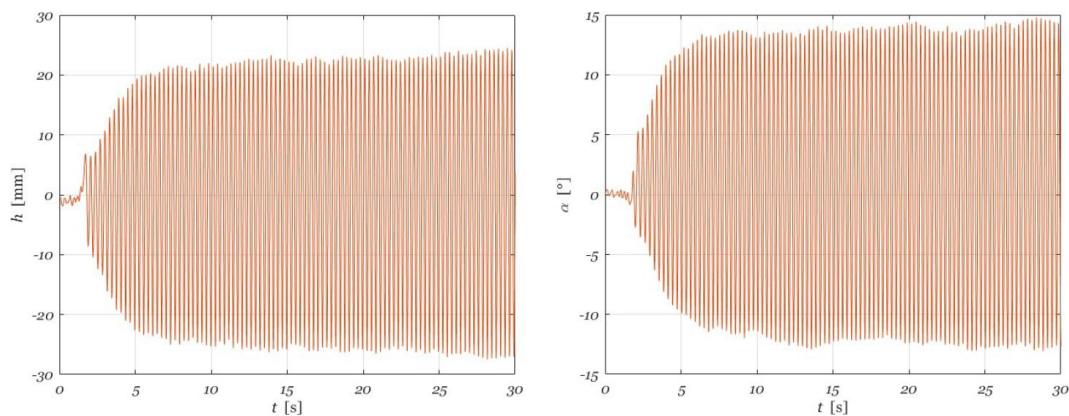
Fonte: Autoria própria.

Figura 14 – Resposta experimental para a velocidade de 8,4 m/s



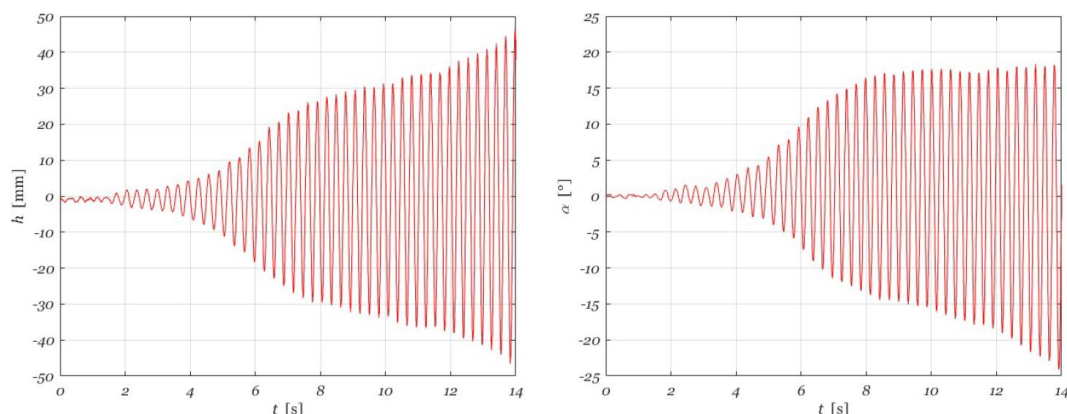
Fonte: Autoria própria.

Figura 15 – Resposta experimental para a velocidade de 9,0 m/s



Fonte: Autoria própria.

Figura 16 – Resposta experimental para a velocidade de 9,5 m/s



Fonte: Autoria própria.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi desenvolvido no âmbito do projeto “Estudo do estol dinâmico em seções de pá de turbina eólica considerando comportamentos aeroelásticos não lineares”, financiado pelo CNPq (processo 423369/2021-0) e coordenado pelo Prof. Dr. Daniel Sampaio Souza, e do Grupo de Pesquisa em Estruturas, Manufatura e Materiais – GPEM2 (Diretório de Grupos do CNPq), coordenado pelo Prof. Dr. Crystopher Cardoso de Brito. A infraestrutura e aparato experimental disponibilizados pelo Laboratório de Aeronáutica da Faculdade de Engenharia de São João da Boa Vista (FESJ-Unesp), incluindo aqueles vinculados ao Projeto FINEP “Pesquisa de Ponta em Novo Câmpus da Unesp: Telecomunicações, Aeronáutica e Optoaviônica” (processo 0527/18) são muito apreciados.

REFERÊNCIAS

BISPLINGHOFF, R. L.; ASHLEY, H.; HALFMAN, R. L. **Aeroelasticity**. New York: Dover Publications, 1996. 880 p.

EDWARDS, J. W.; ASHLEY, H.; BREAKWELL, J. V. Unsteady aerodynamic modeling for arbitrary motions. **AIAA Journal**, v. 17, n. 4, p. 365-374, 1979.

SOUSA, V. C. d. **Effects of superelastic shape memory springs on the aeroelastic behavior of a typical airfoil section: passive vibration attenuation and energy harvesting applications**. 191 f. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, São Carlos, 2016.

VASCONCELLOS, R. M. G. d. **Caracterização e detecção da não linearidade associada à folga em sistemas aeroelásticos**. 144 f. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.

CAPÍTULO VII

MODELAGEM DE UM UAS (UNMANNED AERIAL SYSTEM) USANDO MÉTODOS DE SUBESPAÇOS

MODELING OF AN UNMANNED AERIAL SYSTEM USING SUBSPACE IDENTIFICATION METHODS

DOI: 10.51859/ampla.tac393.1323-8

Raphaela Carvalho Machado¹
David Fernando Castillo Zuñiga²
Teófilo Miguel de Souza³
Luiz Carlos Sandoval Góes⁴

¹ Professor Assistente do Departamento de Engenharia Elétrica. Universidade Estadual Paulista – UNESP Câmpus de Guaratinguetá

² Professor Assistente do Departamento de Engenharia Aeronáutica. Universidade Estadual Paulista – UNESP Câmpus Experimental de São João da Boa Vista

³ Professor Titular do Departamento de Engenharia Elétrica. Universidade Estadual Paulista – UNESP Câmpus de Guaratinguetá

⁴ Professor Associado do Departamento de Engenharia Aeronáutica e Mecânica. Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA

RESUMO

Este Capítulo apresenta a modelagem de um UAS (*unmanned aerial system*) com asas flexíveis operando em malha aberta usando métodos de identificação por subespaços. O objetivo é apresentar a identificação de um modelo paramétrico, em espaço de estados, proveniente de dados experimentais de ensaio em voo. Resultados preliminares de identificação foram obtidos a partir de dados sintéticos de um modelo dinâmico do UAS proveniente de parâmetros da geometria da aeronave. Em seguida, resultados experimentais de identificação usando dados de ensaio em voo também são apresentados. Os resultados de identificação obtidos neste trabalho demonstram que métodos de subespaços estimam um modelo dinâmico adequado para o sistema, sendo uma alternativa viável para a modelagem da dinâmica de voo de um UAS.

Palavras-chave: aeronave flexível, operação em malha aberta, identificação de aeronaves, métodos de identificação por subespaços.

ABSTRACT

This Chapter presents the modeling of a UAS (*unmanned aerial system*) with flexible wings operating in open loop using subspace identification methods. The aim is to present the identification of a parametric model, in state space, from experimental flight test data. Preliminary identification results were obtained from synthetic data of a dynamic UAS model derived from aircraft geometry parameters. Then, experimental identification results using flight test data are also presented. The identification results obtained in this work demonstrate that subspace methods estimate an adequate dynamic model for the system, being a viable alternative for modeling the flight dynamics of a UAS.

Keywords: flexible aircraft, open-loop operation, flight vehicle system identification, subspace identification methods.

1. INTRODUCTION

In recent years the demand for unmanned flight has increased, and it has been applied to many serious professional works including: area mapping, agriculture, monitoring, power line inspection, surveying, among others. One advantage of using Unmanned Aerial System (UAS) is that it offers many facilities associated to the physical characteristics and easy access when compared to the same activities performed only by humans. For example, the UAS platform named Horus FT-100 is a fixed-wing designed and equipped to attend the Instituto Militar de Engenharia (IME), in Brazil, and the Army Technology Center of the Brazilian Army.

The demand for unmanned aircraft remotely piloted have instigated research on how to improve the aerodynamic efficiency and to decrease the aircraft structures' weight. In 2013 the researchers at NASA's Armstrong Flight Research Center, in Edwards, California, designed the PRANDTL-D Sub-Scale Glider, in which the new wing shape significantly increases the aircraft efficiency (Voracek, 2014). In the same year NASA researchers conducted the first flight of the X-56A Multi-Utility Technology Tested (MUTT), a low-cost, modular and remotely piloted aerial vehicle, designed to explore the behavior of lightweight composite structures.

In (Maciel, 2008), a methodology for system identification based on Linear Parameter Varying (LPV) system is presented. The author used synthetic data from the Xavante AT-26 aircraft to validate the identification methodology proposed. On the other hand, Santos (2013) and Fischer (2013) presented the system identification using experimental data of a fixed-wing unmanned aerial vehicle, called Vector-P. Both longitudinal and lateral-directional motions are identified using the Output Error-Method (OEM) and the results seem to generate a representative model.

Barbosa et al. (2019) presented the Stability Augmentation System (SAS) designed to be applied further on the X-HALE-BR prototype. The closed-loop simulations demonstrated the effectiveness of the SAS feedback. In the same way, Ramírez (2019) applies the Loop-Separation Concept (LSC) to the X-HALE, which is the first platform designed and manufactured by the University of Michigan. The main contribution of this work is a new methodology to control Very Flexible Aircraft (VFA) and the preliminary simulated results proved to be an efficient approach. The X-HALE model is implemented in the University of Michigan's Nonlinear Aeroelastic Toolbox (UM/NAST) and was used to validate the applied control techniques.

Following this perspective and considering the existing designs of fixed-wing aircraft, such as the mentioned Vector-P and the Telemaster (Ferreira et al., 2019), and more specifically, the ones with flexible wings, like the X-HALE-BR aircraft, developed by ITA, this

work has the objective to expand the research work on aerodynamic, modeling and system identification and, mainly, applying subspace techniques in aeronautic problems.

2. EOLO DESCRIPTION

The EOLO aircraft shown in Figure 1, weighs 8.87 kg, has a wing span of 4 m, and a planform area of 0.8460 m², resulting in an aspect ratio of $AR = 18.91$. The Selig S2091 profile, which describes an airfoil with high lift, was applied to manufacture the EOLO wings. Preliminary aerodynamic coefficients were calculated, based on this aerodynamic profile, by Zúñiga et al. (2019). These estimated parameters were used in this paper to provide the simulated data for identification.

As modern aircraft designers focus on increasing aerodynamic efficiency and low structural weight, the number of aircraft designs with high aspect ratios, combined with the lightweight composite structure, is growing. Therefore, this work analyses an Unmanned Aerial System (UAS) designed with flexible wings just to evaluate the influence of the aeroelastic modes during its flight.

The UAS has three control-surfaces deflections, an aileron, a rudder and an elevator. The propulsion system acts along the vehicle's fuselage, only in X-axis. Therefore, the propulsive thrust is a force that does not generate moment. The aircraft mechanical parameters, including the geometry, mass and mass moments of inertia used for simulation are summarized in Table 1.

Recently, Zúñiga et al. (2019) obtained an estimate of rigid aerodynamics coefficients using the Athena Vortex Lattice (AVL) Software from the Massachusetts Institute of Technology (MIT) (MIT, 2019). The AVL software is normally applied to aerodynamic and flight dynamic analysis of rigid aircrafts with arbitrary configurations. The modal description of the EOLO structure, obtained from the Ground Vibration Test (GVT) by Zúñiga et al. (2019), is summarized in Table 2.

Figure 1 – EOLO aircraft with flexible wings manufactured by FT Sistemas in 2018



Fonte: Autoria própria.

Table 1 – Mechanical characteristics of the EOLO aircraft

Reference geometry	Total mass	Inertias
$S = 0.846 \text{ m}^2$	$m = 8.87 \text{ kg}$	$I_{xx} = 2.53 \text{ kg.m}^2$
$\bar{c} = 0.2311 \text{ m}$		$I_{yy} = 1.60 \text{ kg.m}^2$
$b = 4 \text{ m}$		$I_{zz} = 3.96 \text{ kg.m}^2$

Fonte: Autoria própria.

Table 2 – Modal properties of the UAS

Mode	$f(\text{Hz})$	Damping, $\zeta(\%)$
1 st symmetrical wing bending	4.6	1.6
Tail-boom torsion	7.7	2.1
1 st anti-symmetrical wing bending + tail-boom torsion	10.6	2.2
1 st anti-symmetrical wing bending + tail-boom torsion	11.6	1.2
1 st symmetrical wing bending + tail-boom bending	15.0	1.7
1 st anti-symmetrical wing torsion	19.1	3.2
2 nd symmetrical wing bending + symmetrical wing torsion	21.2	3.8
2 nd anti-symmetrical wing bending	30.4	2.4

Fonte: Autoria própria.

On the other hand, the longitudinal elastic derivatives considering only the 1 st symmetrical bending mode, presented in (ZúñIGA et al., 2019) for EOLO wing was obtained using Waszak formulation, which is based on the modal shapes obtained from a Ground

Vibration Test (GVT) (Schmidt; Waszak, 1988). In this work, all these estimated parameters were applied to generate synthetic data, used to perform preliminary tests with subspace algorithms, and comparing with results obtained from the identification using experimental data.

2.1. Previous Nonlinear Model Assembly

In order to evaluate with more consistent the experimental results for flight vehicle system identification, a studied case was performed considering a previous simulation model based on estimated parameters from GVT analysis. Therefore, a previous model, with the objective of generating synthetic data for system identification, was addressed in this chapter. The nine state-space equations, implemented in Matlab/Simulink® computing environment for the flexible aircraft are shown below:

$$\dot{q} = \frac{1}{I_{xx}} [M - I_{xz}(p^2 - r^2) - (I_{xx} - I_{zz}pr)] \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \frac{1}{(I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2)} \begin{bmatrix} I_{zz} & I_{xz} \\ I_{xz} & I_{xx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L + I_{xz}pq(I_{yy} - I_{zz}qr) \\ N - I_{xz}qr(I_{xx} - I_{yy})pq \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\dot{V} = \frac{u\dot{u} + v\dot{v} + w\dot{w}}{V} \quad (3)$$

$$\dot{\alpha} = \frac{\dot{v}V - v\dot{V}}{V^2 \cos \beta} \quad (4)$$

$$\dot{\beta} = \frac{u\dot{w} - w\dot{u}}{u^2 + w^2} \quad (5)$$

$$\dot{\phi} = p + \tan \theta - q \sin \phi + r \cos \phi \quad (6)$$

$$\dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi \quad (7)$$

$$H = u \sin \theta - v \cos \theta \sin \phi - w \cos \phi \cos \theta \quad (8)$$

In addition to these equations, the generalized forces Q_i due to flexible modes are assumed to superimpose the rigid body aerodynamic forces and moments (Schmidt, 2012).

Following, a numerical linearization was performed and a linear continuous state-space model, with constant coefficients, were obtained. The linearization method applied in this work was the Improved Euler's Method.

Before applying the identification algorithm to the experimental data, preliminary results for flight vehicle system identification are obtained considering synthetic data. As a particular example, an equilibrium "trim" condition at velocity (true airspeed) of $V = 25 \text{ m/s}$ and altitude $H = 1,100 \text{ m}$ was obtained resulting in trimmed values for the state, control

surface deflections and propulsive thrust. The sample time used in all simulations to generate synthetic data was 10 ms that corresponding to 100 Hz.

The goal of the linearized matrices is to determine the eigenvalues of the linearized dynamics (or to solve the characteristic equation of this system), and to distinguish between longitudinal and lateral-directional motions. Also, the control system design may be performed based on these matrices. The Table 3 summarizes the eigenvalues of the linear model containing the longitudinal rigid-body modes (the phugoid and short period modes), and lateral-directional rigid-body modes (the roll, spiral and dutch roll modes), besides the flexible wing bending mode.

Table 3 – Natural frequency w_n and damping factor ζ for eigenvalues

Eigenvalues	$w_n(rad/s)$	$f_n(Hz)$	ζ	mode
$-11.2236 \pm j4.4683$	12.1	1.9	0.929	short period
$-0.0030 \pm j0.4398$	0.44	0.07	0.00684	Phugoid
0	-	-	-	Due altitude
-23.4259	-	-	1	Roll
0.0475	-	-	-1	spiral
$-0.8182 \pm j4.5561$	4.63	0.73	0.177	Dutch roll
$-11.4199 \pm j21.5678$	24.4	3.88	0.468	1 st symmetric wing bending

Fonte: Autoria própria.

Note that the short period mode has the highest frequency, about 12.1 rad/s, while the flexible mode is about 24.4 rad/s. This indicates, a priori, that there is no significant coupling between the rigid and flexible dynamics, but the effects of structural deformations need to be incorporated in the model to include these effects in the required frequency range.

3. DRS_E ALGORITHM

The DSRe algorithm, proposed by (Ruscio, 2008) and described in more details in (Ruscio, 2009), is a direct approach because uses only input-output data to perform the system identification. A special property of this algorithm is that the innovation covariance matrix can be determined directly from a projection of the input-output data matrices, without recursive equations.

In this work, the DSRe algorithm proposed by (Ruscio, 2008), will be called original DSRe, in order to differentiate it from the DSRe algorithm described in this section, which uses

N4SID (Numerical algorithms for Subspace State Space System Identification) tools to solve a deterministic problem after removing the noise from the future data.

The DSRe algorithm was implemented in Matlab® and described in (Machado, 2013), which this algorithm were compared to original DSRe. The results obtained by Machado (2013) show that both algorithms present similar performance. Figure 2 refers to a flowchart of the computational procedure performed by the algorithm. As can be observed, SVD (Singular Value Decomposition) and QR decomposition (transpose of QR factorization) are the main tools employed, which are also used in many subspace algorithms.

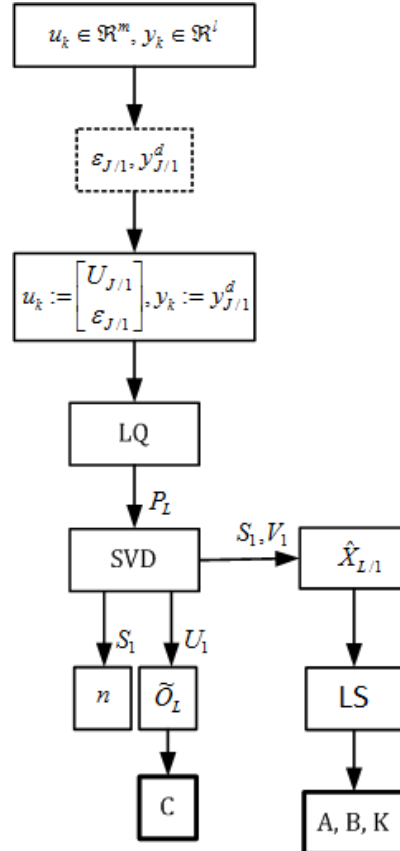
The algorithm above, just like the original DSRe, is performed in two main steps. In the first step, the output data are split into a signal part $y_{J/1}^d$ and an innovation part $\varepsilon_{J/1}$ as,

$$y_{J/1} = y_{J/1}^d + \varepsilon_{J/1} \quad (9)$$

and the second step consists in solving a deterministic identification problem, as addressed in (VAN OVERSCHEE, 1996).

Applying a SVD decomposition in the projection matrix $\tilde{\mathcal{O}}_L X_{L/1}$, the smallest nonzero singular value of the S_1 matrix determines the numerical rank of this matrix. These singular values correspond to the model order estimated by the subspace algorithms.

Figure 2 - Flowchart of DSRe method



Fonte: Autoria própria.

After removing the effect of noise on input data, the system matrices are calculated by solving a deterministic identification problem with the null $\mathbf{D}$ matrix, formulated from Equation 10.

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + [\mathbf{B} \quad \mathbf{K}] \begin{bmatrix} \mathbf{u}_k \\ \boldsymbol{\varepsilon}_k \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{y}_k^d = \mathbf{C}\mathbf{x}_k$$

In this step, the new input and output data are defined as follows:

$$\mathbf{u}_k := \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{J/1} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{J/1} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{y}_k := \mathbf{y}_k^d$$

where $k = J, J + 1, J + 2, \dots, N - 1$ and $N := N - J$ is the sample number.

4. EXPERIMENTAL RESULTS

The first flight test campaign was performed at the *Clube de Modelismo Urbanova* (CMU), in *São José dos Campos/SP - Brazil* and had its first flight on August 22, 2019. A ground station, provided by *FT Sistemas*, was employed for human control of the EOLO. In general, the facilities are mainly provide by a NI myRIO data acquisition system, linked to a radio communication in order to collect the radio frequency (RF) signal in high speed, and also a joystick used to control the aircraft. The following section describes the identification procedure performed using the experimental open-loop data, aiming to obtain a linear model for the longitudinal dynamics.

4.1. Open-loop Subspace Identification

Among the four sequence of the flight test, the third one was performed in open-loop operation and had a total time about 24 min. Maneuvers set of 3-2-1-1 and doublet signal were applied to the elevator input to perform the system identification. The sampling rate of the data acquisition was 100 Hz. In flight, about a straight and level flight condition, and varying the velocity from 10 m/s to 23 m/s, approximately, it was observed by the human pilot, that the EOLO aircraft began to vibrate uncontrollably for velocities about 20 m/s. Then, flight tests using larger velocities were avoided.

In order to check the capability of the elevator deflection to excite the dynamic system, the energy spectra plots of the elevator maneuvers applied are depicted and analyzed. According to energy spectra plots, the 3-2-1-1 maneuver, applied in time intervals from 1300 s to 1325 s, exhibited a richer spectrum. Since the objective was to identify the longitudinal dynamics, this data set was used during the subspace algorithm application, according to

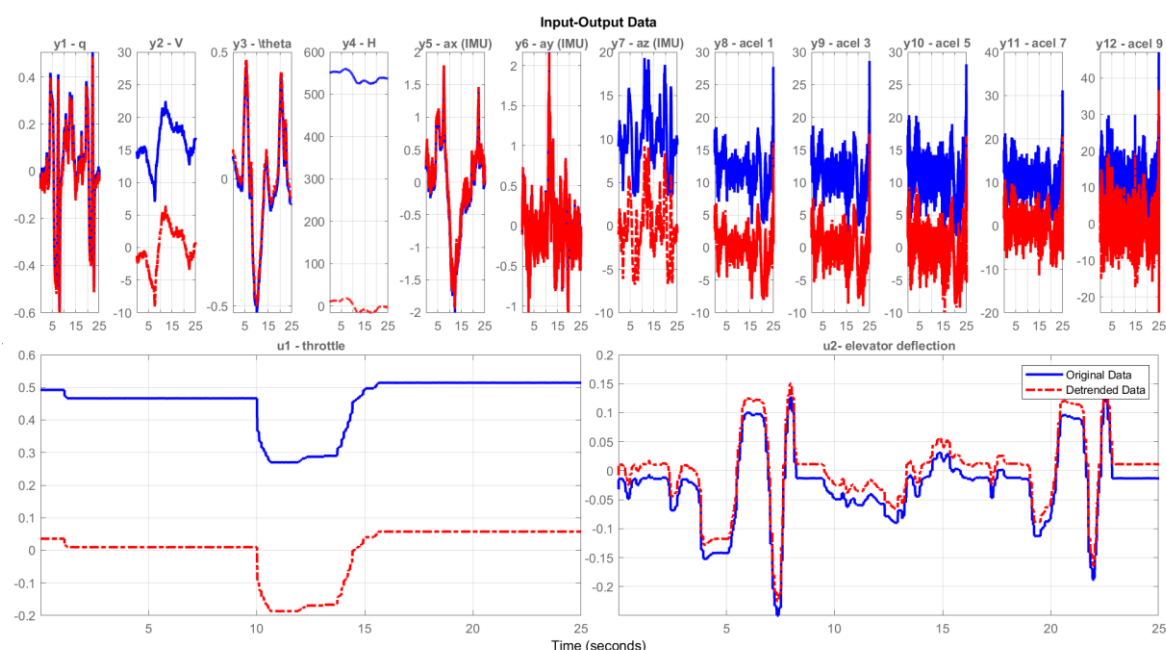
results presents in this section. In general, the 3-2-1-1 maneuver has frequency components below 10 rad/s.

It is important to remark that the indicated airspeed (IAS) was provided by the data acquisition system. Keeping the speed low, where the air compressibility is negligible (constant air density), the indicated airspeed is close to the true airspeed (TAS), also named V . Therefore, for the results discussed along of this work, involving experimental data, the indicated airspeed (IAS) is equal the true airspeed (TAS), under this assumption.

In order to apply the DSRe algorithm, the time histories for time window from 1300s to 1325 were split in an identification set with $N = 1251$ and a validation data set $N = 1250$. The Matlab function detrend was applied for removing all bias and trends from the open-loop experimental data. Figure 3 shows the detrended measured input-output data.

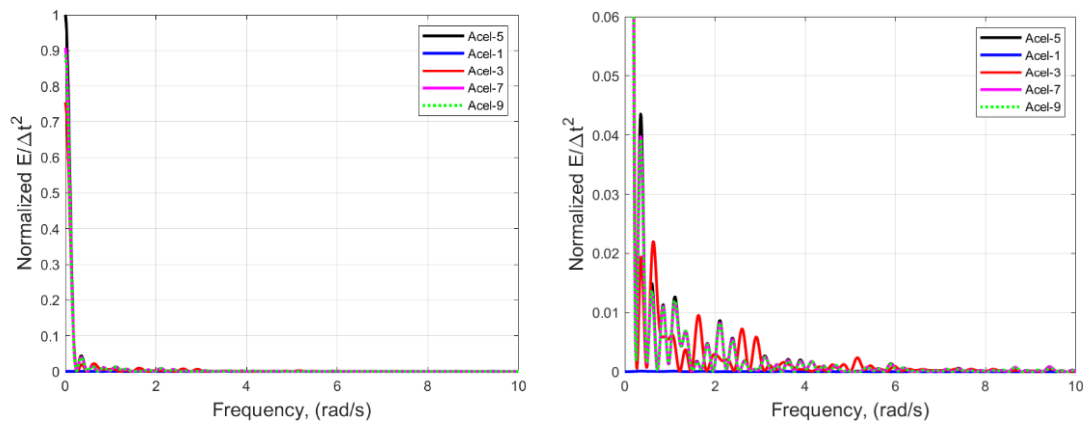
From time histories of the accelerometers, it was plotted the energy spectra of this signals in order to verify the most significant accelerometers responses from the point of view of frequency contents. In this sense, the energy spectra from output responses of the five accelerometers is depicted in Figure 4. As a first identification procedure, these accelerometers data were used to perform the open-loop system identification, but were not observed improvements on the identification results obtained. This was the reason for the open-loop subspace identification has applied only the output responses of pitch rate q , true airspeed V and angle of attack θ .

Figure 3 – Data preprocessing for open-loop system identification



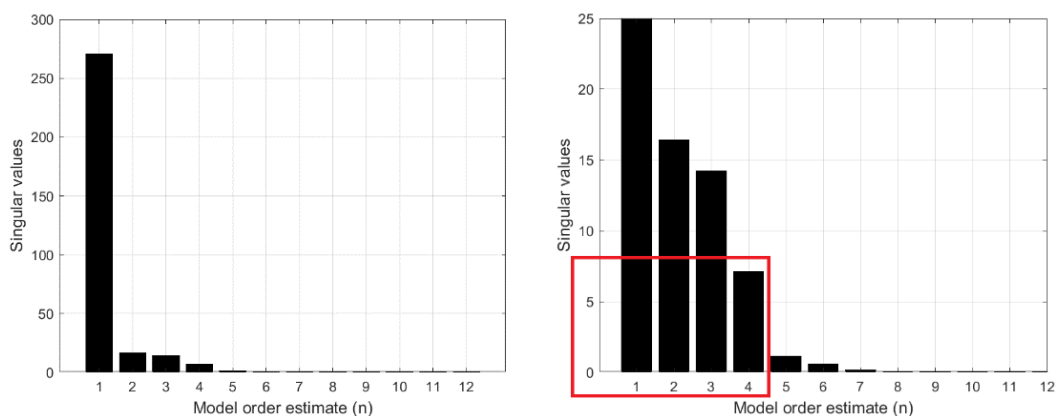
The open-loop subspace identification was performed using the experimental EOLO input-output data. The measured input were the elevator deflection and throttle position. The pitch rate q , the true airspeed V , and the pitch-angle θ , with the exception of the altitude H , were used in the subspace algorithm. As the accelerometer data of the IMU unit have not also improve the identification results, they were not used to identify the linear longitudinal model. Therefore, two system inputs, and three measured outputs, were used for system identification.

Figure 4 – Comparison between the energy spectra of the accelerometers data related to Acel-1, Acel-3, Acel-5, Acel-7 and Acel-9 and (b) an enlarged plot of Figure 4 (a)



After detrending the open-loop experimental data, the block Hankel matrices were build using a past horizon $J = 200$ and a future horizon $L = 4$. Applying the DSRe algorithm, a SVD decomposition was performed, and a model order estimate $n = 4$ was obtained, based on the most significant singular values from the plot in Figure 5.

Figure 5 – Model order estimate based on the SVD decomposition, for identification parameters, past horizon $J = 200$ and future horizon $L = 4$



Although the identified model did not present the stability and control derivatives, the estimated discrete matrices obtained from the DSRe algorithm performed are a similarity

transformation of the real system. Thus, the discrete time linear model identified in open-loop is,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.9964 & 0.0073 & -0.0130 & -0.0072 \\ -0.0018 & 0.9932 & 0.0025 & -0.0588 \\ -0.0002 & -0.0079 & 0.9977 & -0.0227 \\ 0.0068 & 0.0200 & 0.0227 & 0.0385 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -0.0135 \\ -0.0147 \\ -0.0047 \\ 0.0726 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} -0.1010 & 2.6783 & 0.4900 & 0.0710 \\ -10.5615 & -0.0131 & -0.1686 & -0.2784 \\ 0.1936 & 0.5748 & -2.3686 & 0.0245 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0.0304 & -0.0927 & 0.0186 \\ 0.4881 & -0.0018 & 0.0799 \\ 0.1150 & -0.0079 & -0.3681 \\ 0.2945 & 0.0272 & -0.8033 \end{bmatrix}$$

where $z_{1,2} = 1.0001 \pm j0.0047$, $z_3 = -0.1354$ and $z_4 = 0.9567$ are the eigenvalues of dynamic matrix $\mathbf{A}$.

Up to this point, it is important to remark that the system identification was performed only with three longitudinal motion variables, since an air data boom, for measurement of the aerodynamic angles α and β was not already installed. According preliminary results involving the previous flight envelope for the EOLO based on synthetic data from the nonlinear model described in Section 2, it can be observed that the reference flight conditions are most affected (specially the angle of attack) by the true airspeed, and for this case, different altitudes practically does not vary the flight envelope. Therefore, the model predicted outputs for the identification data set, displayed in Figure 5, may be improved, if information of the angle of attack α is added, as evaluated in (Machado, 2022).

It is known from Flight Mechanics that, for the longitudinal dynamic equations, more specifically, for the ones used on short period approximation, that some information about the variables α and q are needed to describe this mode. This is similar to the phugoid approximation, where the variables V and θ are also need.

Although the algorithm was applied in the absence of the aerodynamic angle α , the obtained results are still suitable since this is not a limitation of the identification algorithm, but a problem in generating richer input-output data, beyond the need for more identification variables associated to the flexible modes that want to identify.

After presenting some difficulties encountered during this work, and in order to provide informative data for system identification of the EOLO, it is important remarking that, based on experimental modal analysis, modal information may be obtained from both strain gauges and accelerometers sensors.

One way for this consists in estimate the modal shapes, frequencies and generalized mass, and from the displacement estimates, it is possible to determine the modal coordinates, which may be used for system identification. This explanation is linked to the concepts of elastic deformation on the flight dynamics of the vehicle, well described in (Schmidt, 2012). Another way, could be extending the use of the Kalman filter applied to estimates modal shapes in GVT test as in (Silva, 2012), now applying it during flight test.

Therefore, an important aspect to be mentioned is that in practical application it is necessary to add to the rigid-body variables the flexible effect information, just to improve the identified model for the same frequency range of interest desired. In this work, information from accelerometers sensors, attached along the wing structure installed to collected flight data, were used to perform the open-loop system identification. However, as already mentioned, they did not improve the identified model and, therefore, they were not used for modeling.

Another way to present the identification results is exhibiting the Bode plots, as shown in Figure 6. This is actually more interesting from the point of view of dynamic analysis and control system design. In this case, the Bode magnitude and phase plots related to the elevator deflection are exhibited (in black), and were provided from the linearized equations of motion, about the reference “trim” condition of straight and level flight, for velocities of 13 m/s, 16 m/s, 19 m/s, 22 m/s and 25 m/s, and a fixed altitude of 547 m.

The Bode plots from the experimental open-loop data are exhibited (in blue) in Figure 6. Note that, as expected, due to the narrow energy spectra of the elevator 3-2-1-1 maneuver, the frequency components excited were limited to values below 10 rad/s. From the results obtained, it was observed that there was a similar behavior between the linearized model of the equations of motion and the identified model from experimental data. This seems reasonable since, from the GVT tests, it was not possible to observe much influence of the flexible modes in the low-frequency rigid-body dynamics. This similarity in both results, seems an indication that the preliminary aerodynamic coefficients are valuable initial estimates for modeling the EOLO aircraft, and a more accurate model need to be reached.

Figure 5 – Model predicted outputs related to the q , V and θ variables for the identification data set

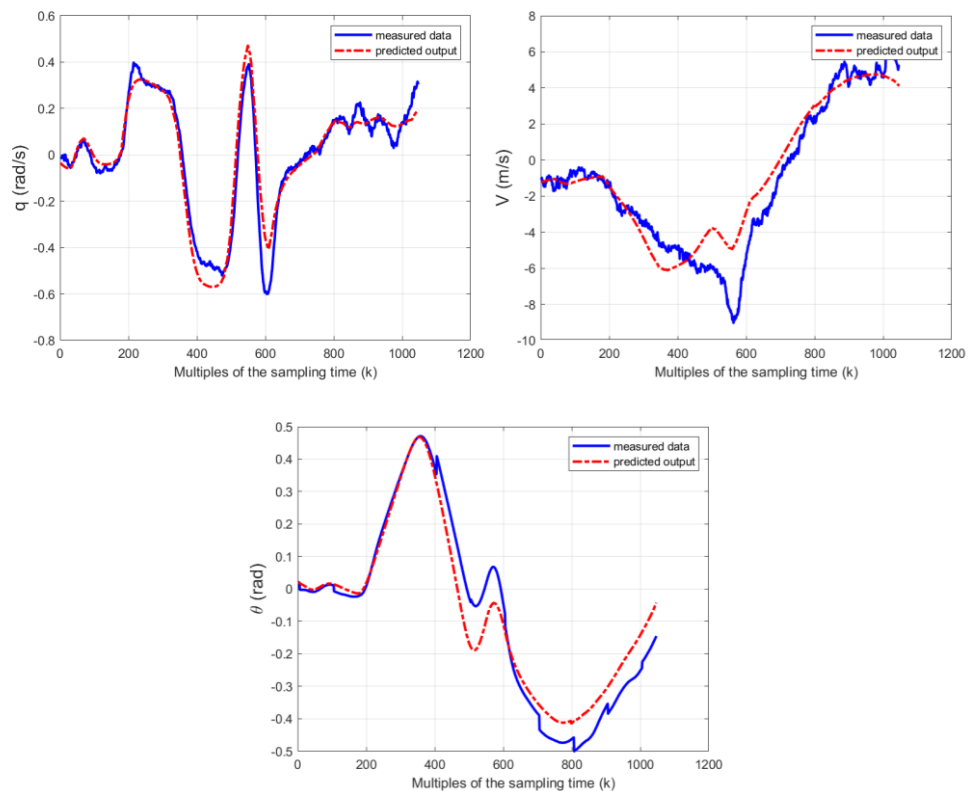
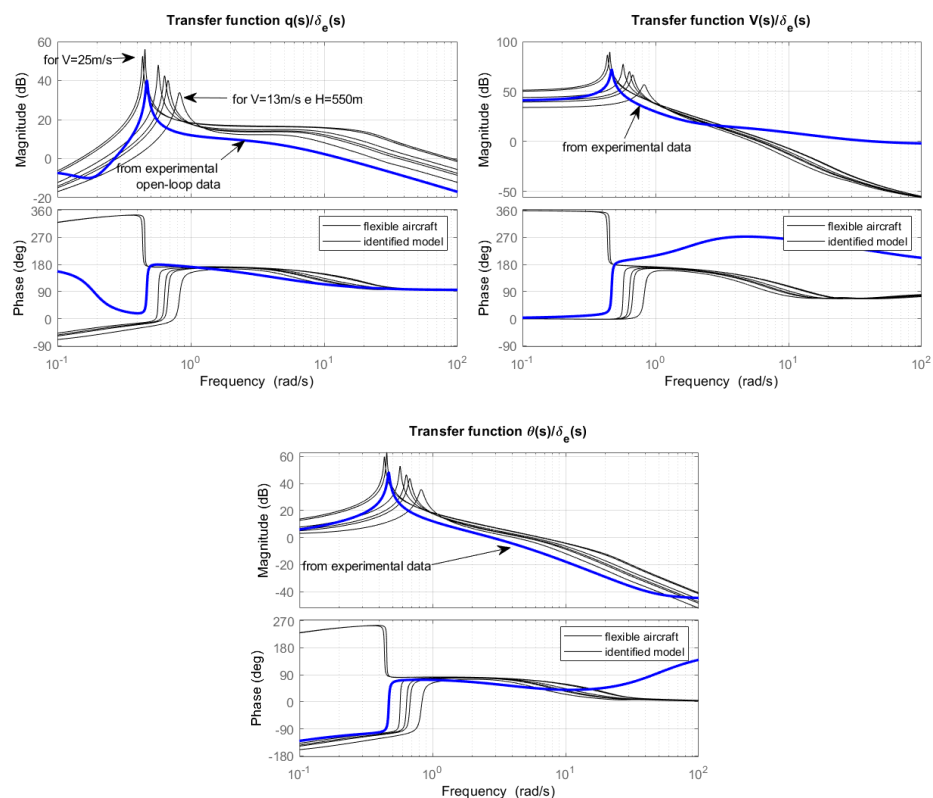


Figure 6 – Bode plots of the ratio of output variables q , V , θ to elevator deflection δ_e of the identified model from open-loop data



A model validation criteria, for the open-loop subspace identification in time domain performed in this paper to evaluate the quality of the identified model is the Mean Relative Squared Error (MRSE), which is defined as (Machado, 2019):

$$MRSE(\%) = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{N_{val}} (y_j - \hat{y}_j)^2}{\sum_{j=1}^{N_{val}} (y_j - \bar{y})^2}} \times 100 \quad (10)$$

where y is the measured output, $\hat{y}$ is the estimated output by the model, $\bar{y}$ is the average value of y , l is the output number of the system and N_{val} is the number of samples used for validation. A MRSE value equal to zero indicates a perfect model.

A comparison of the identified model performance, as a function of the model order n , is summarized in Table 4. The MRSE were calculated for both the identification and the validation data set. The model predicted outputs in Figure 5 exhibited unstable behavior, similar to the previous results obtained from the simulated model. Therefore, the variables with the larger MRSE are the true airspeed V and angle of attack θ , both associated to the phugoid mode.

Table 4 – Values of MRSE for open-loop system identification using identification parameters $J = 200$ and $L = 4$

Model order data set	n=4		n=5	
	id. set	val. set	id. set	val. set
$MRSE_q$	27.35	63.82	27.53	63.33
$MRSE_V$	31.06	100	31.08	100
$MRSE_\theta$	23.95	100	23.87	100
$MRSE_{\bar{y}}$	27.46	87.94	27.50	87.77

Fonte: Autoria própria.

5. FINAL CONSIDERATIONS

This Chapter presented an open-loop identification procedure using the subspace identification methods for flight vehicle system identification of an unmanned aerial system (UAS) with flexible wings. The identified model obtained from the DSRe subspace algorithm can be referred as black-box model and one difficulty is to explicit the stability and control derivatives. Thus, the identified model have no physical meaning, but the results suggest a representative model for system dynamic.

Therefore, the approach can be applied to the aircraft system identification with suitable performance. Although the partial derivatives with respect to the motion variables and control inputs dot not appear explicit in the model, there is the modern control system design that is

based only on state-space models. Thus, the subspace approach is an alternative to identify a representative model for the UAS.

ACKNOWLEDGMENT

The authors are grateful for the funding of CAPES and FINEP/VINNOVA, UNESP Câmpus de Guaratinguetá and São João da Boa Vista and the partnership between FT *Sistemas* and ITA.

REFERENCES

Ferreira, Caue et al. "Telemetria e sistema de aquisição de dados em voo para uma aeronave remotamente pilotada (RPA)". In: TAS Journal. [S.l.]: The Academic Society Journal, 2019. p. ISSN: 2595-1521, p.42-49.

Fischer, Clécio. "Identificação do modelo látero-direcional de um veículo aéreo não tripulado, vector-p," Master's thesis, Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA, 2013.

Machado, Raphaela et al. "Open-Loop Subspace Identification of a Flexible Unmanned Aerial System". In: 33rd Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences (ICAS), 2022, Stockholm, - Sweden. Proceedings of 33rd Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences (ICAS), 2022.

Machado, Raphaela. "Closed-loop subspace identification of an Unmanned Aerial System (UAS) with flexible wings". 172 p. Thesis of Doctor of Science - Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA, 2019.

Machado, Raphaela. "Métodos de subespaços para identificação de sistemas em malha fechada". 144 p. Dissertação (Mestrado) - Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA, 2013.

Maciel, Benedito. "Modelagem e identificação de aeronaves via abordagem de sistemas lineares com parâmetros variantes." Ph.D. dissertation, Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA, 2008.

MIT. AVL Software. 2019. Accessed on 20 Oct. 2019. Disponível em: <<http://web.mit.edu/drela/Public/web/avl/>>.

Ramírez, Pedro. "Loop-separation control for very flexible aircraft." Ph.D. dissertation, Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA, 2019.

Barbosa, Guilherme et al. "Design and flight test of a stability augmentation system for a flexible aircraft," in AIAA Scitech 2019 Forum, 01 2019.

Ruscio, David Di. "Subspace system identification of the Kalman filter: open and closed loop systems". Proc. Intl. Multi-Conf. on Engineering and Technological Innovation, 2008.

Ruscio, David Di. "Closed and Open Loop Subspace System Identification of the Kalman Filter". Modeling, Identification and Control, Norwegian Society of Automatic Control, v. 30, n. 2, p. 71-86, 2009.

Santos, Jonathan. "Identificação e controle de um veículo aéreo não tripulado: Vector-p," Master's thesis, Instituto Tecnológico de Aeronáutica-ITA, 2013.

Schmidt, David. "Modern flight dynamics". New York, NY: Mc Graw-Hill, 2012.

Schmidt, David and WASZAK, Martin. "Flight dynamics of aeroelastic vehicles". Journal of Aircraft, AIAA, v. 25, n. 6, p. 563–571, 1988.

Silva, Bruno and Mönnich, Wulf. "System identification of flexible aircraft in time domain". In: AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference. Proceedings Minneapolis, Minnesota: AIAA, 2012.

Voracek, David. "Research, technology, and engineering accomplishments," 2014 (accessed October 20, 2019). [Online]. Available: <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20140010467.pdf>

Zúñiga, David et al. "Flight dynamics modeling of a flexible wing unmanned aerial vehicle". In: International Conference on Structural Engineering Dynamics-ICEDYN. Proceedings Viana do Castelo, Portugal: ICEDYN, 2019

